

Adam RÓŻYCKI

WPLYW ZMIAN OBCIĄŻENIA, TEMPERATURY POCZĄTKOWEJ
I OTOCZENIA NA WARTOŚĆ ZASTĘPCZYCH CIEPLNYCH STAŁYCH CZASOWYCH
SILNIKÓW INDUKCYJNYCH

Streszczenie. Wyprowadzono związki analityczne dla obliczenia zastępczej cieplnej stałej czasowej T_z w dowolnym węźle silnika indukcyjnego, którego cieplny schemat zastępczy jest reprezentowany przez układ trzech węzłów cieplnych. Ze związków tych wynika, że są one funkcją wymuszeń strat mocy, początkowych temperatur węzłów cieplnych i temperatur otoczenia. Podano wpływ tych czynników na wartość zastępczych cieplnych stałych czasowych.

Przedstawiono analizę porównawczą odwzorowania temperatury od czasu dla uzwojeń stojana silnika indukcyjnego, reprezentowanego przez układ $n = 3$ węzłów cieplnych (z trzema cząstkowymi cieplnymi stałymi czasowymi) z przebiegiem jednowykładniczym o zastępczej cieplnej stałej czasowej.

Z porównania charakterystyk wynika dosyć duża rozbieżność między charakterystyką aproksymowaną a ścisłą.

1. Wstęp

Maszyna elektryczna jest ciałem fizycznie niejednorodnym, składającym się z układu n węzłów cieplnych powiązanych między sobą i z czynnikiem chłodzącym przewodnościami cieplnymi. W węzłach cieplnych mogą wydzielać się straty mocy P wynikające z przepływającego przez uzwojenia prądu elektrycznego względnie z obecności zmiennego strumienia magnetycznego. Na przebieg zależności temperatury od czasu w wybranych węzłach ma zasadniczy wpływ pojemność cieplna cG elementów, na które maszyna została podzielona. Taki model cieplny maszyny elektrycznej obowiązuje układ n równań różniczkowych, z rozwiązania których wynika następujące równanie nagrzewania dla i -tego węzła cieplnego:

$$\vartheta_i(t) = C_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + C_2 e^{-\frac{t}{T_2}} + C_3 e^{-\frac{t}{T_3}} + \dots + C_n e^{-\frac{t}{T_n}} + \vartheta_{1,ust}, \quad (1)$$

gdzie:

$T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ - cząstkowe ciepłe stałe czasowe,

$C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ - stałe zwane współczynnikami cieplnymi.

Dla innego dowolnego węzła cieplnego współczynniki temperaturowe przyjmują inne wartości (mogą być dodatnie lub ujemne), gdyż z reguły każdy z węzłów cieplnych ma inną temperaturę ustaloną ($t \rightarrow \infty$), natomiast cząstkowe cieplne stałe czasowe pozostają niezmienione i są jednakowe dla wszystkich węzłów cieplnych. Liczba cząstkowych cieplnych stałych czasowych jest równa liczbie sprzężonych ze sobą cieplnie elementów o skupionych pojemnościach cieplnych. Wartość współczynników cieplnych zależy od strat mocy wydzielanych we wszystkich węzłach cieplnych oraz od przewodności cieplnych, a także od temperatur początkowych i temperatur otoczenia wszystkich elementów układu. Wartości cząstkowych cieplnych stałych czasowych przebiegu n wykładniczego w przypadku nagrzewania maszyny stratami o stałej wartości zależą tylko od pojemności cieplnych oraz przewodności cieplnych układu, nie są natomiast funkcją temperatur początkowych węzłów cieplnych ani temperatur otoczenia. W przypadku wymuszeń strat mocy zależnych od temperatury (np. przy uwzględnieniu zmiany rezystancji uzwojeń w procesie nagrzewania) wartości cząstkowych cieplnych stałych czasowych ulegają zmianie. Cząstkowe cieplne stałe czasowe są wartościami stałymi tylko przy określonym obciążeniu maszyny.

Do wyznaczenia ścisłej (w całym zakresie przebiegu) krzywej nagrzewania należy uwzględnić kilka cząstkowych cieplnych stałych czasowych. Czasem można ograniczyć się tylko do dwóch. W pewnych przypadkach dopuszczalne jest aproksymowanie przebiegów wielowykładniczych krzywą jednowykładniczą o zastępczej cieplnej stałej czasowej T_z .

Zastępcza cieplna stała czasowa zdefiniowana jest jako iloraz pola powierzchni F między linią ustalonej temperatury a krzywą nagrzewania do różnicy temperatury ustalonej i początkowej:

$$T_z = \frac{\int_0^{\infty} [\vartheta(t \rightarrow \infty) - \vartheta(t)] dt}{\vartheta(t \rightarrow \infty) - \vartheta(t = 0)} = \frac{F}{\vartheta_{1,ust} - \vartheta_{1p}} \quad (2)$$

Zastępczą cieplną stałą czasową T_z w wybranym węzle cieplnym maszyny elektrycznej można obliczyć z równania opisującego przebieg nagrzewania względnie uzyskać z planimetrowania powierzchni F , gdy znany jest zdjęty pomiarowo cały przebieg $\vartheta = f(t)$, od temperatury początkowej do temperatury ustalonej [1].

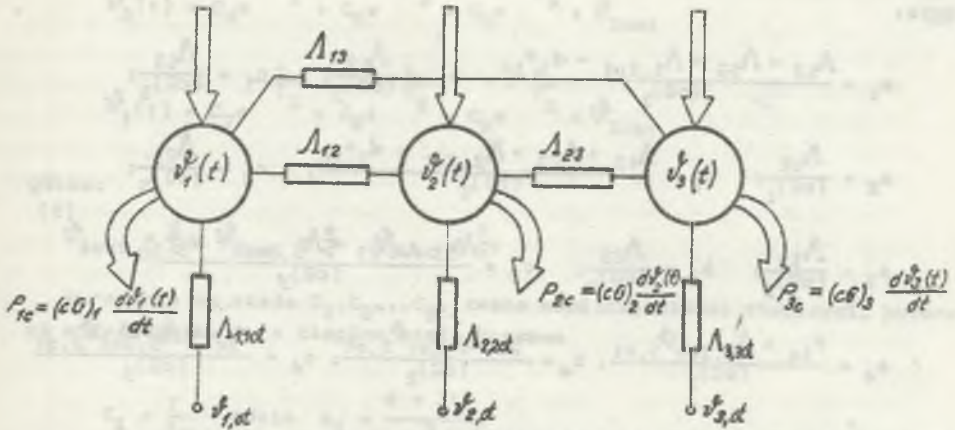
Aproksymowanie wielowykładniczego przebiegu przebiegiem jednowykładniczym o zastępczej cieplnej stałej czasowej T_z daje bardzo ogólny, często daleki od prawdy, przebieg zmian temperatury w funkcji czasu. Przyjęcie stałej wartości zastępczej cieplnej stałej czasowej przy wyznaczaniu przebiegów $\vartheta = f(t)$ dla różnych co do wartości wymuszeń strat mocy, nieuwzględnienie zmian wartości zastępczej cieplnej stałej czasowej od temperatur początkowych i otoczenia powiększa rozbieżności między ścisłą a aproksymowaną charakterystyką.

2. Analityczne wyznaczenie zależności $\psi = f(t)$

dla układu reprezentowanego przez (n = 3) węzły cieplne

Analiza matematyczna maszyny elektrycznej jako układu trzech ciał jest wystarczająco dokładna dla oceny zjawisk cieplnych w stanach nieustalonych. Dla przyjętego cieplnego schematu zastępczego z rys. 1 obowiązują równania:

$$P_1 = P_{10} [1 + \alpha_1 \psi_1^e(t)] \quad P_2 = P_{20} [1 + \alpha_2 \psi_2^e(t)] \quad P_3 = P_{30} [1 + \alpha_3 \psi_3^e(t)]$$



Rys. 1. Schemat zastępczy maszyny elektrycznej, reprezentowanej przez układ (n = 3) węzłów cieplnych

Fig. 1. Equivalent diagram of the electric machine represented by the system of (n = 3) thermal centres

$$P_{10} [1 + \alpha_1 \psi_1^e(t)] - (cG)_1 \frac{d\psi_1^e(t)}{dt} - \Lambda_{12} [\psi_1^e(t) - \psi_2^e(t)] - \Lambda_{13} [\psi_1^e(t) - \psi_3^e(t)] - \Lambda_{1,1ot} [\psi_1^e(t) - \psi_{1,ot}] = 0$$

$$P_{20} [1 + \alpha_2 \psi_2^e(t)] - (cG)_2 \frac{d\psi_2^e(t)}{dt} - \Lambda_{12} [\psi_2^e(t) - \psi_1^e(t)] - \Lambda_{23} [\psi_2^e(t) - \psi_3^e(t)] - \Lambda_{2,2ot} [\psi_2^e(t) - \psi_{2,ot}] = 0$$

$$P_{30} [1 + \alpha_3 \psi_3^e(t)] - (cG)_3 \frac{d\psi_3^e(t)}{dt} - \Lambda_{13} [\psi_3^e(t) - \psi_1^e(t)] - \Lambda_{23} [\psi_3^e(t) - \psi_2^e(t)] - \Lambda_{3,3ot} [\psi_3^e(t) - \psi_{3,ot}] = 0. \quad (3)$$

Po uporządkowaniu mamy:

$$\frac{d\psi_1(t)}{dt} + a_1\psi_1(t) - a_2\psi_2(t) - a_3\psi_3(t) = a_4$$

$$\frac{d\psi_2(t)}{dt} - b_1\psi_1(t) + b_2\psi_2(t) - b_3\psi_3(t) = b_4 \quad (4)$$

$$\frac{d\psi_3(t)}{dt} - c_1\psi_1(t) - c_2\psi_2(t) + c_3\psi_3(t) = c_4$$

gdzie:

$$a_1 = \frac{\Lambda_{12} + \Lambda_{13} + \Lambda_{1,10t} - \alpha_1 P_{10}}{(cG)_1}; \quad b_1 = \frac{\Lambda_{12}}{(cG)_2}; \quad c_1 = \frac{\Lambda_{13}}{(cG)_3};$$

$$a_2 = \frac{\Lambda_{12}}{(cG)_1}; \quad b_2 = \frac{\Lambda_{12} + \Lambda_{23} + \Lambda_{2,20t} - \alpha_2 P_{20}}{(cG)_2}; \quad c_2 = \frac{\Lambda_{23}}{(cG)_3}; \quad (5)$$

$$a_3 = \frac{\Lambda_{13}}{(cG)_1}; \quad b_3 = \frac{\Lambda_{23}}{(cG)_2}; \quad c_3 = \frac{\Lambda_{13} + \Lambda_{23} + \Lambda_{3,30t} - \alpha_3 P_{30}}{(cG)_3}$$

$$a_4 = \frac{P_{10} + \Lambda_{1,10t}\psi_{1,0t}}{(cG)_1}; \quad b_4 = \frac{P_{20} + \Lambda_{2,20t}\psi_{2,0t}}{(cG)_2}; \quad c_4 = \frac{P_{30} + \Lambda_{3,30t}\psi_{3,0t}}{(cG)_3}$$

Z przekształcenia równań (4) wynikają związki:

$$\frac{d^3\psi_1(t)}{dt^3} + a \frac{d^2\psi_1(t)}{dt^2} + b \frac{d\psi_1(t)}{dt} + c\psi_1(t) = d$$

$$\frac{d^3\psi_2(t)}{dt^3} + a \frac{d^2\psi_2(t)}{dt^2} + b \frac{d\psi_2(t)}{dt} + c\psi_2(t) = e \quad (6)$$

$$\frac{d^3\psi_3(t)}{dt^3} + a \frac{d^2\psi_3(t)}{dt^2} + b \frac{d\psi_3(t)}{dt} + c\psi_3(t) = f$$

gdzie:

$$a = a_1 + b_2 + c_3$$

$$b = (a_1 b_2 - a_2 b_1) + (a_1 c_3 - a_3 c_1) + (b_2 c_3 - b_3 c_2)$$

$$c = (b_2 c_3 - b_3 c_2) a_1 - (b_1 c_3 + b_3 c_1) a_2 - (b_1 c_2 + b_2 c_1) a_3$$

$$d = (b_2 c_3 - b_3 c_2) a_4 + (a_2 c_3 + a_3 c_2) b_4 + (a_2 b_3 + a_3 b_2) c_4 \quad (7)$$

$$e = (b_1 c_3 + b_3 c_1) a_4 + (a_1 c_3 - a_3 c_1) b_4 + (a_1 b_3 + a_3 b_1) c_4$$

$$f = (b_1 c_2 + b_2 c_1) a_4 + (a_1 c_2 + a_2 c_1) b_4 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) c_4.$$

Rozwiązaniem równań (6) są wyrażenia:

$$v_1(t) = C_1 e^{-\frac{t}{T_1}} + C_2 e^{-\frac{t}{T_2}} + C_3 e^{-\frac{t}{T_3}} + v_{1ust}$$

$$v_2(t) = C_4 e^{-\frac{t}{T_1}} + C_5 e^{-\frac{t}{T_2}} + C_6 e^{-\frac{t}{T_3}} + v_{2ust} \quad (8)$$

$$v_3(t) = C_7 e^{-\frac{t}{T_1}} + C_8 e^{-\frac{t}{T_2}} + C_9 e^{-\frac{t}{T_3}} + v_{3ust}$$

gdzie:

$$v_{1ust} = \frac{d}{c}, \quad v_{2ust} = \frac{e}{c}, \quad v_{3ust} = \frac{f}{c}.$$

Wyrażenia na stałe C_1, C_2, \dots, C_9 , zwane współczynnikami cieplnymi, podane są w Załączniku 1, a cieplne stałe czasowe

$$T_1 = \frac{1}{k_1} \quad \text{gdzie} \quad k_1 = \frac{a + 3t_1}{3},$$

$$T_2 = \frac{1}{k_2} \quad \text{gdzie} \quad k_2 = \frac{a + 3t_2}{3},$$

$$T_1 + T_2 + T_3 = \frac{b}{c} \quad (9)$$

$$T_3 = \frac{1}{k_3} \quad \text{gdzie} \quad k_3 = \frac{a + 3t_3}{3},$$

gdzie zgodnie ze wzorami Cardano pierwiastki wielomianu trzeciego stopnia:

$$t_1 = 2 \sqrt{|-p|} \cos \frac{\varphi}{3}$$

$$t_2 = -2 \sqrt{|-p|} \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 60^\circ \right) \quad (10)$$

$$t_3 = -2 \sqrt{|-p|} \cos \left(\frac{\varphi}{3} - 60^\circ \right)$$

$$\text{przy } \varphi = \arccos \frac{-q}{\sqrt{|-p^3|}};$$

$$p = \frac{1}{3}(b - \frac{a^2}{3});$$

$$q = \frac{1}{2}(-\frac{2}{27}a^3 + \frac{ab}{3} - c)$$

Warunkiem istnienia pierwiastków rzeczywistych jest, by: $q^2 + p^3 < 0$.

Nietrudno wywnioskować, że cząstkowe ciepłe stałe czasowe tylko przywymuszeniach w węzłach strat mocy niezależnych od temperatury są wartościami stałymi, zależnymi tylko od pojemności cieplnych cG i przewodności cieplnych maszyny.

3. Zastępcze ciepłe stałe czasowe układu reprezentowanego przez $(n = 3)$ węzły ciepłe

Zastępcze ciepłe stałe czasowe wynikają z ogólnego wyrażenia:

$$T_z = \frac{\int_0^{\infty} [\vartheta(t \rightarrow \infty) - \vartheta(t)] dt}{\vartheta(t \rightarrow \infty) - \vartheta(t = 0)}$$

gdzie:

$$T_{z1} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2 + C_3 T_3}{C_1 + C_2 + C_3}, \quad T_{z2} = \frac{C_4 T_1 + C_5 T_2 + C_6 T_3}{C_4 + C_5 + C_6}, \quad T_{z3} = \frac{C_7 T_1 + C_8 T_2 + C_9 T_3}{C_7 + C_8 + C_9}. \quad (11)$$

Zastępcze ciepłe stałe czasowe można wyrazić następująco:

$$T_{z1} = (T_1 + T_2 + T_3) \left[\frac{p_1 \vartheta_{1p} + r_1 \vartheta_{2p} + s_1 \vartheta_{3p} + u_1}{\vartheta_{1p} - \vartheta_{1ust}} \right] \frac{1}{\theta} \quad (12a)$$

$$T_{z2} = (T_1 + T_2 + T_3) \left[\frac{p_2 \vartheta_{1p} + r_2 \vartheta_{2p} + s_2 \vartheta_{3p} + u_2}{\vartheta_{2p} - \vartheta_{2ust}} \right] \frac{1}{\theta} \quad (12b)$$

$$T_{z3} = (T_1 + T_2 + T_3) \left[\frac{p_3 \vartheta_{1p} + r_3 \vartheta_{2p} + s_3 \vartheta_{3p} + u_3}{\vartheta_{3p} - \vartheta_{3ust}} \right] \frac{1}{\theta} \quad (12c)$$

gdzie:

$$C_1 + C_2 + C_3 = \vartheta_{1p} - \vartheta_{1ust}, \quad C_4 + C_5 + C_6 = \vartheta_{2p} - \vartheta_{2ust}, \quad C_7 + C_8 + C_9 = \vartheta_{3p} - \vartheta_{3ust}$$

$$\begin{aligned}
 p_1 &= b_2 c_3 - b_3 c_2, & p_2 &= b_1 c_3 + b_3 c_1, & p_3 &= b_1 c_2 + b_2 c_1, \\
 r_1 &= a_2 c_3 + a_3 c_2, & r_2 &= a_1 c_3 - a_3 c_1, & r_3 &= a_1 c_2 + a_2 c_1, \\
 s_1 &= a_2 b_3 + a_3 b_2, & s_2 &= a_1 b_3 + a_3 b_1, & s_3 &= a_1 b_2 - a_2 b_1, \\
 u_1 &= (b_2 + c_3) a_4 + a_2 b_4 + a_3 c_4 - b v_{1ust}, \\
 u_2 &= b_1 a_4 + (a_1 + c_3) b_4 + b_3 c_4 - b v_{2ust}, \\
 u_3 &= c_1 a_4 + c_2 b_4 + (a_1 + b_2) c_4 - b v_{3ust}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Wyprowadzone związki na zastępcze ciepłne stałe czasowe T_{z1} , T_{z2} , T_{z3} potwierdzają ich zależność od wymuszeń strat mocy oraz zmian wartości początkowych temperatur węzłów cieplnych i temperatur otoczenia. Wartości zastępczych ciepłnych stałych czasowych zależęć będą więc od stopnia obciążenia maszyny elektrycznej i od stanu cieplnego objętościowych elementów maszyny tuż przed rozpoczęciem nagrzewania.

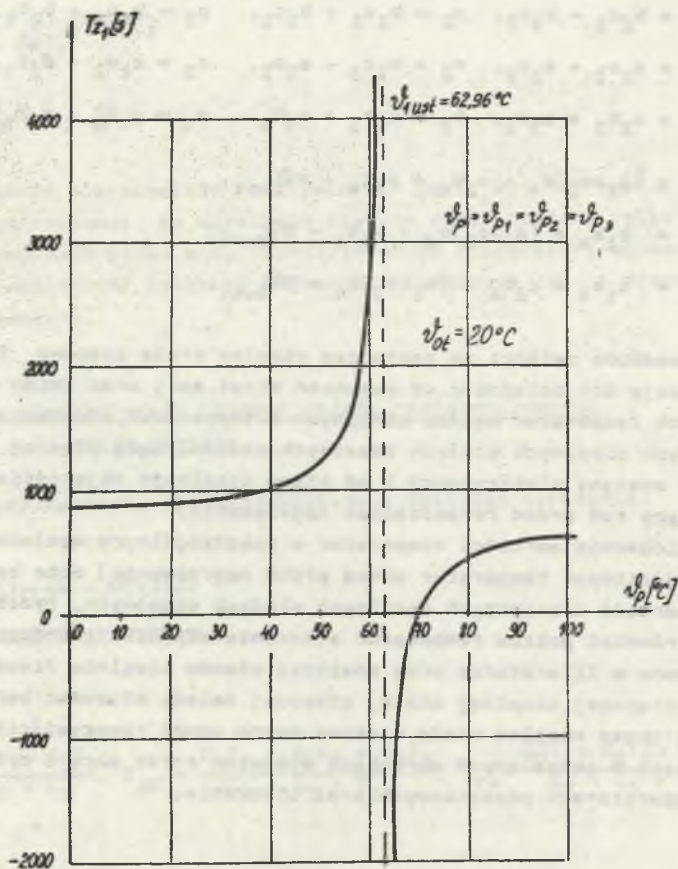
Zróżnicowanie wartości temperatur w poszczególnych węzłach cieplnych (jako wyjściowych temperatur przed próbą nagrzewania) może znacznie wpłynąć na wartość zastępczych ciepłnych stałych czasowych. Podobny wpływ może mieć również poziom temperatur otoczenia czynnika chłodzącego.

Podawane w literaturze przy analizie stanów cieplnie nieustalonych pojęcie zastępczej ciepłnej stałej czasowej należy stosować bardzo ostrożnie. Zastępcze ciepłne stałe czasowe można uznać rzeczywiście za wartości stałe tylko w określonych warunkach wymuszeń strat mocy i przy określonych temperaturach początkowych oraz otoczenia.

4. Ocena wpływu zmian obciążenia, temperatur początkowych i temperatur otoczenia czynnika chłodzącego na wartość zastępczych ciepłnych stałych czasowych

Wykorzystując wyprowadzone związki (12a), (12b), (12c) można określić wpływ poszczególnych wielkości na wartość zastępczych ciepłnych stałych czasowych bez wykreślania krzywych nagrzewania podanych zależnościami (8). Przeliczenia wykonano dla 3-fazowego silnika indukcyjnego małej mocy (traktowanego jako układ trzech węzłów cieplnych), pracujących w różnych warunkach obciążenia w zakresie $I_x = (0,5-1,25)I_N$, przy dwóch różnych temperaturach czynnika chłodzącego $t_{ot} = 20^\circ\text{C}$ i $t_{ot} = 40^\circ\text{C}$.

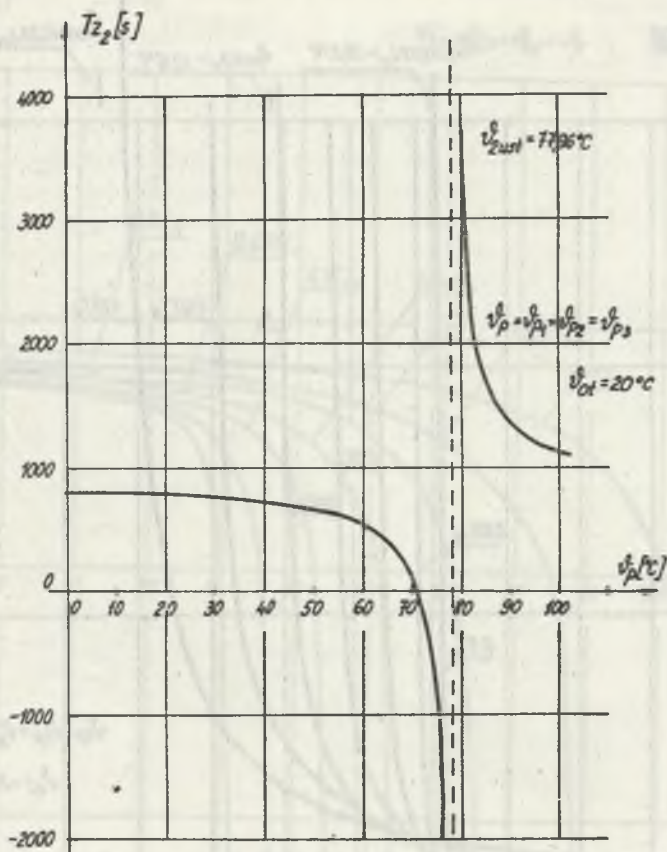
Badano również wpływ temperatur początkowych t_p na wartości zastępczych ciepłnych stałych czasowych. Założono, że znane są parametry cieplnego schematu zastępczego silnika, sprowadzonego do układu ($n=3$) węzłów cieplnych. Zgodnie z rys. 1 symbolami 1, 2, 3 oznaczono kolejno pakiet blach stojana, uzwojenie stojana i klatkę wirnika.



Rys. 2. Zależność T_{z1} (pakiet blach stojana) od temperatury początkowej, $T_{z1} = f(v_p)$ w warunkach znamionowego obciążenia silnika przy $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$
 Fig. 2. Equivalent thermal time constant T_{z1} (stator core) as a function of initial temperature v_p in the conditions of rated load of the motor at $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

W celu wyznaczenia wpływu zmian temperatur początkowych na wartość zastępczych cieplnych stałych czasowych T_{z1}, T_{z2}, T_{z3} przeprowadzono obliczenia przy znamionowym obciążeniu maszyny dla zmieniających się skokowo, lecz jednakowych temperatur $v_p = v_{1p} = v_{2p} = v_{3p}$ wszystkich trzech węzłów cieplnych. Temperaturę otoczenia przyjęto równą $v_{ot} = v_{1,ot} = v_{2,ot} = v_{3,ot} = 20^\circ\text{C}$. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 2, 3.

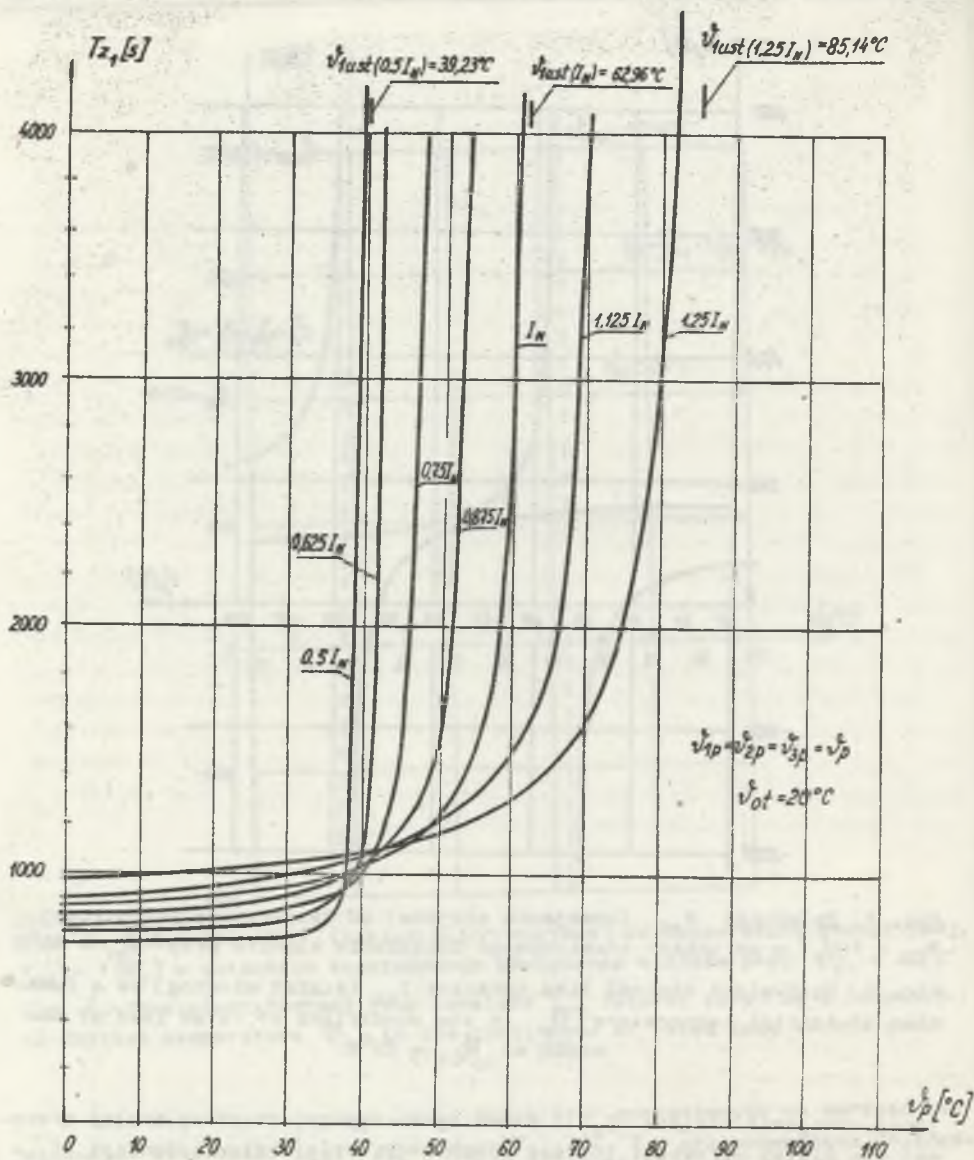
Obrazem zależności $T_z = f(v_p)$ jest funkcja (rys. 2) posiadająca dwie gałęzie monotonicznie rosnące (dla zastępczej cieplnej stałej czasowej, reprezentującej pakiet blach stojana T_{z1}) i dwie gałęzie (rys. 3) monotonicznie malejące (dla zastępczej cieplnej stałej czasowej, reprezentu-



Rys. 3. Zależność T_{z2} (uzwojenie stojana) od temperatury początkowej, $T_{z2} = f(v_p)$ w warunkach znamionowego obciążenia silnika przy $v_{ot} = 20^\circ C$

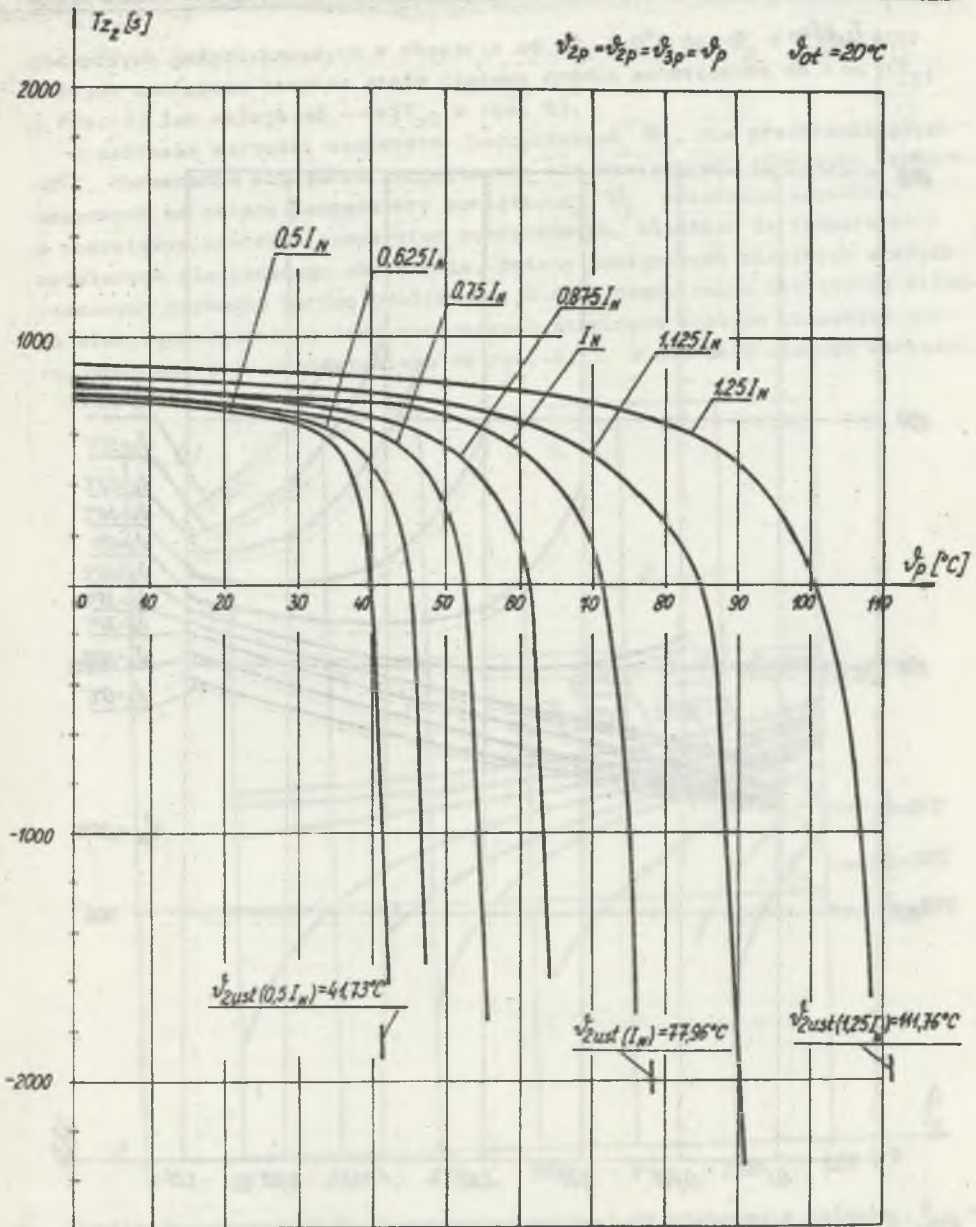
Fig. 3. Equivalent thermal time constant T_{z2} (stator winding) as a function of initial temperature v_p in the conditions of rated load of the motor at $v_{ot} = 20^\circ C$

jącej uzwojenie stojana T_{z2}). Przebieg zastępczej cieplnej stałej czasowej dla klatki wirnika T_{z3} jest podobny jak T_{z2} . Gałęzie funkcji $T_z = f(v_p)$ asymptotycznie osiągają nieskończoność, gdy temperatura początkowa zdąży do temperatury ustalonej. Zastępcze cieplne stałe czasowe przyjmują wartości dodatnie i ujemne względnie są równe zero dla określonej wartości temperatury początkowej. W celu zbadania wpływu temperatury początkowej na zmianę zastępczych cieplnych stałych czasowych, przy różnych obciążeniach silnika elektrycznego, sporządzono wykresy rodziny krzywych $T_z = f(v_p)$, przedstawione na rys. 4, 5. Wykresy sporządzono tylko dla po-



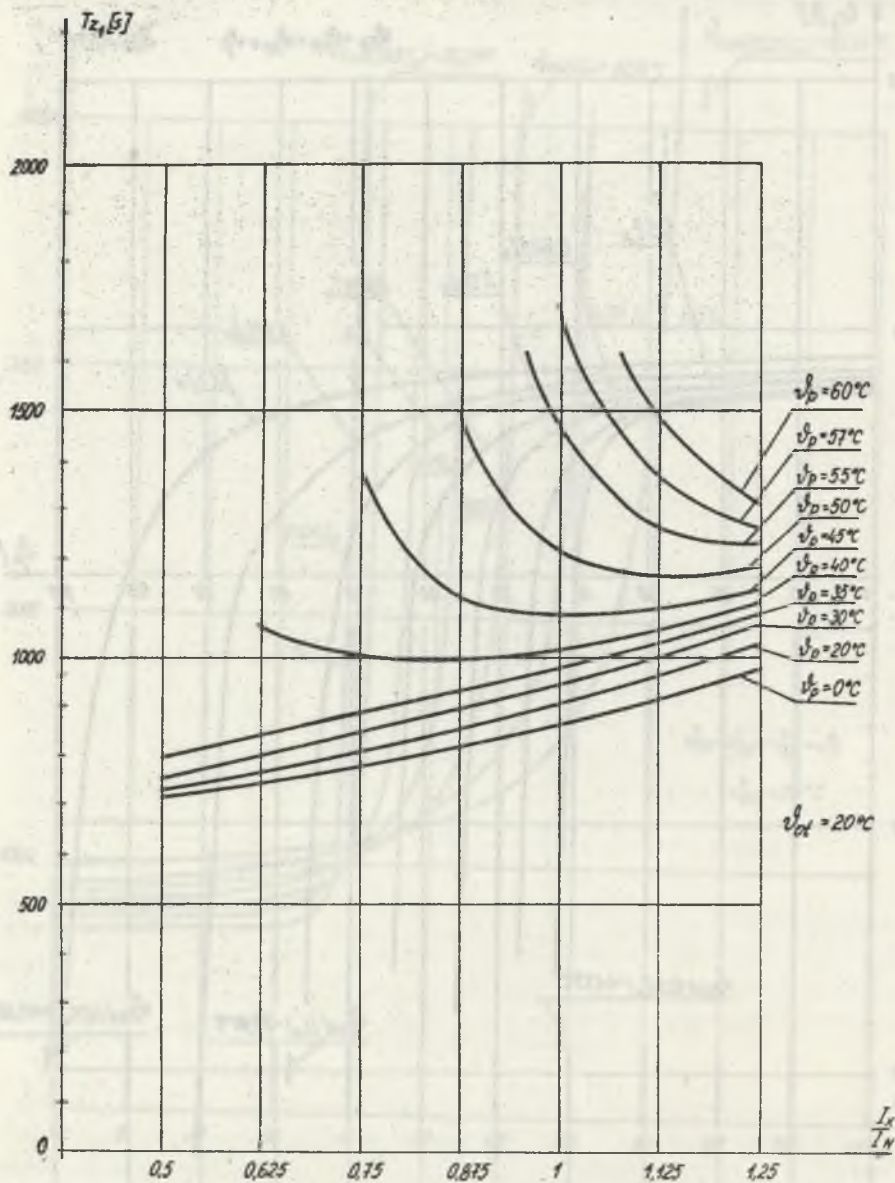
Rys. 4. Zależność T_{z1} (pakiet blach stojana) od temperatury początkowej, $T_{z1} = f(v_p)$ przy różnych obciążeniach silnika i stałej temperaturze otoczenia $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 4. Equivalent thermal time constant T_{z1} (stator core) as a function of initial temperature v_p under various loads of the motor and at constant ambient temperature $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$



Rys. 5. Zależność T_{z2} (uzwojenie stojana) od temperatury początkowej $T_{z2} = f(v_p)$ przy różnych obciążeniach silnika i stałej temperaturze otoczenia $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 5. Equivalent thermal time constant T_{z2} (stator winding) as a function of initial temperature v_p under various loads of the motor and at constant ambient temperature $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

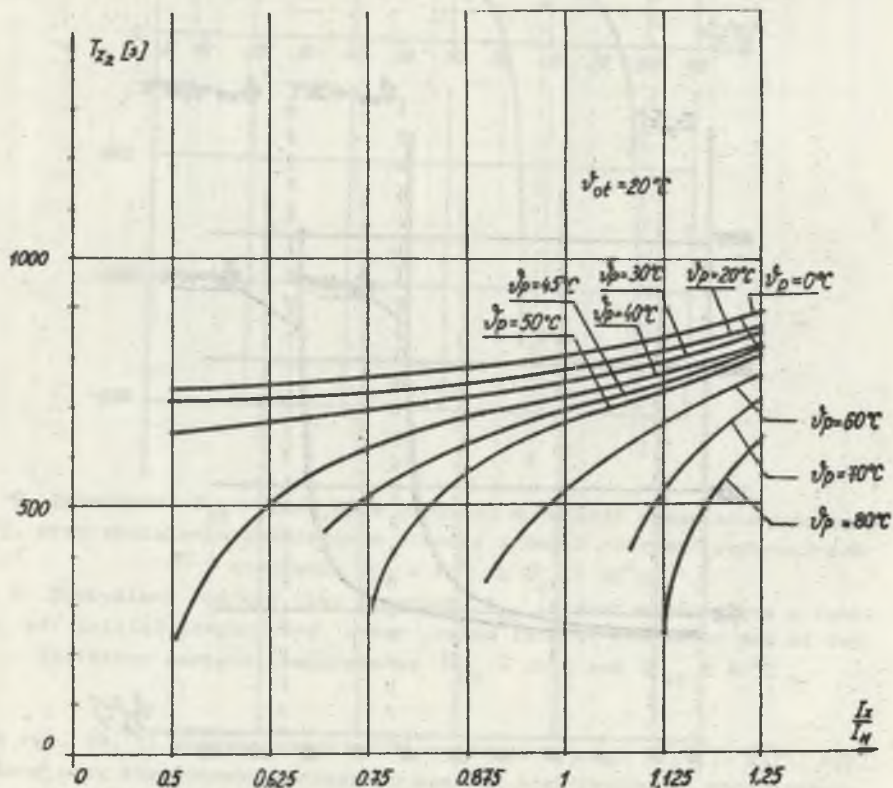


Rys. 6. Zależność T_{z1} (pakiet blach stojana) od obciążenia silnika $T_{z1} = f(\frac{I_x}{I_N})$ dla różnych wartości temperatur początkowych $v_p = \text{const}$, przy stałej temperaturze otoczenia $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 6. Equivalent thermal time constant T_{z1} (stator core) as a function of motor load $\frac{I_x}{I_N}$ for different values of initial temperatures $v_p = \text{const}$, at constant ambient temperature $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$

jedynczych gałęzi krzywych w obszarze od $\vartheta_p = 0^\circ\text{C}$ do $\vartheta_p = \vartheta_{ust}$, przy których zastępcza cieplna stała czasowa rośnie monotycznie do $+\infty$ (T_{z2} z rys. 4) lub maleje od $-\infty$ (T_{z2} z rys. 5).

W zakresie wartości temperatur początkowych ϑ_p , nie przekraczających 40°C , narastanie względnie zmniejszanie się zastępczych cieplnych stałych czasowych ze zmianą temperatury początkowej ϑ_p przebiega łagodnie, w pozostałym zakresie temperatur początkowych, bliskich do temperatur ustalonych dla zadanego obciążenia, zmiany zastępczych cieplnych stałych czasowych zachodzą bardzo gwałtownie. W celu oceny zmian obciążenia silnika elektrycznego na wartość zastępczych cieplnych stałych czasowych sporządzono wykresy, przedstawione na rys. 6, 7. W zakresie niskich wartości

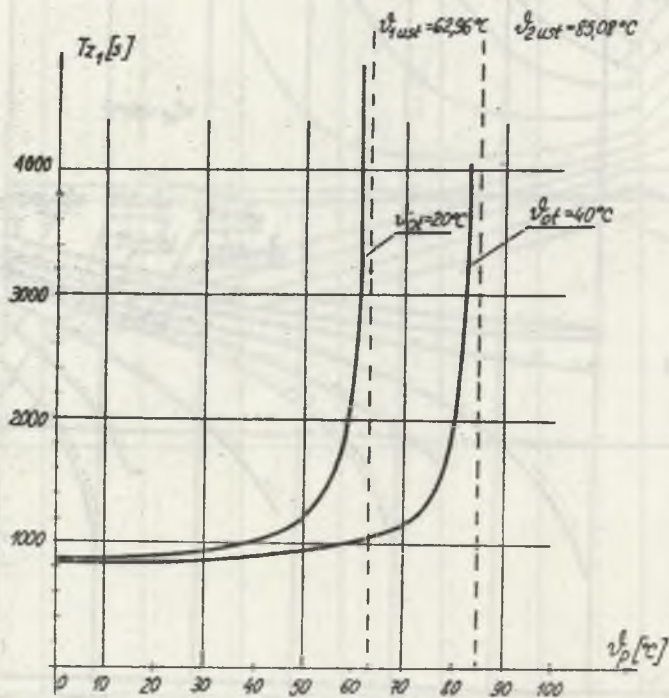


Rys. 7. Zależność T_{z2} (uzwojenie stojana) od obciążenia silnika $T_{z2} = f\left(\frac{I_x}{I_N}\right)$ dla różnych wartości temperatur początkowych $\vartheta_p = \text{const}$, przy stałej temperaturze otoczenia $\vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 7. Equivalent thermal constant T_{z2} (stator winding) as a function of motor load $\frac{I_x}{I_N}$ for different values of initial temperature $\vartheta_p = \text{const}$ at constant ambient temperature $\vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$

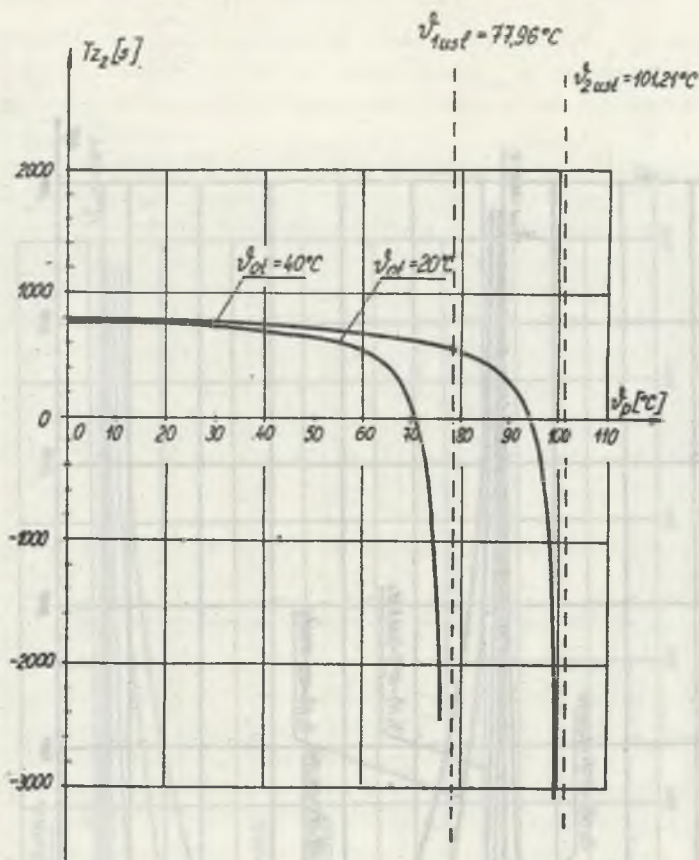
temperatur początkowych od $\vartheta_p = 0^\circ\text{C}$ do $\vartheta_p = 40^\circ\text{C}$ obserwuje się narastanie zastępczych ciepłych stałych czasowych T_{z1} , T_{z2} oraz T_{z3} ze wzrostem obciążenia silnika. Powyżej tego przedziału temperatur początkowych obserwuje się gwałtowną zmianę (maleje T_{z1} , rosną T_{z2} , T_{z3}) ze zmianą obciążenia.

Wpływ zmian temperatury otoczenia na wartość zastępczych ciepłych stałych czasowych przedstawiono na rys. 8 i 9, z których wynika, że przy stałym obciążeniu silnika, ze wzrostem temperatury zewnętrznego czynnika chłodzącego od 20°C do 40°C następuje zmniejszenie się T_{z1} lub wzrost T_{z2} (a także T_{z3}).



Rys. 8. Zależność T_{z1} (pakiet blach stojana) w funkcji temperatury początkowej, przy obciążeniu znamionowym silnika i dwóch różnych temperaturach otoczenia $\vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$ i $\vartheta_{ot} = 40^\circ\text{C}$

Fig. 8. Equivalent thermal constant T_{z1} (stator core) as a function of initial temperature under rated load of the motor and at two different ambient temperatures $\vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$ and $\vartheta_{ot} = 40^\circ\text{C}$



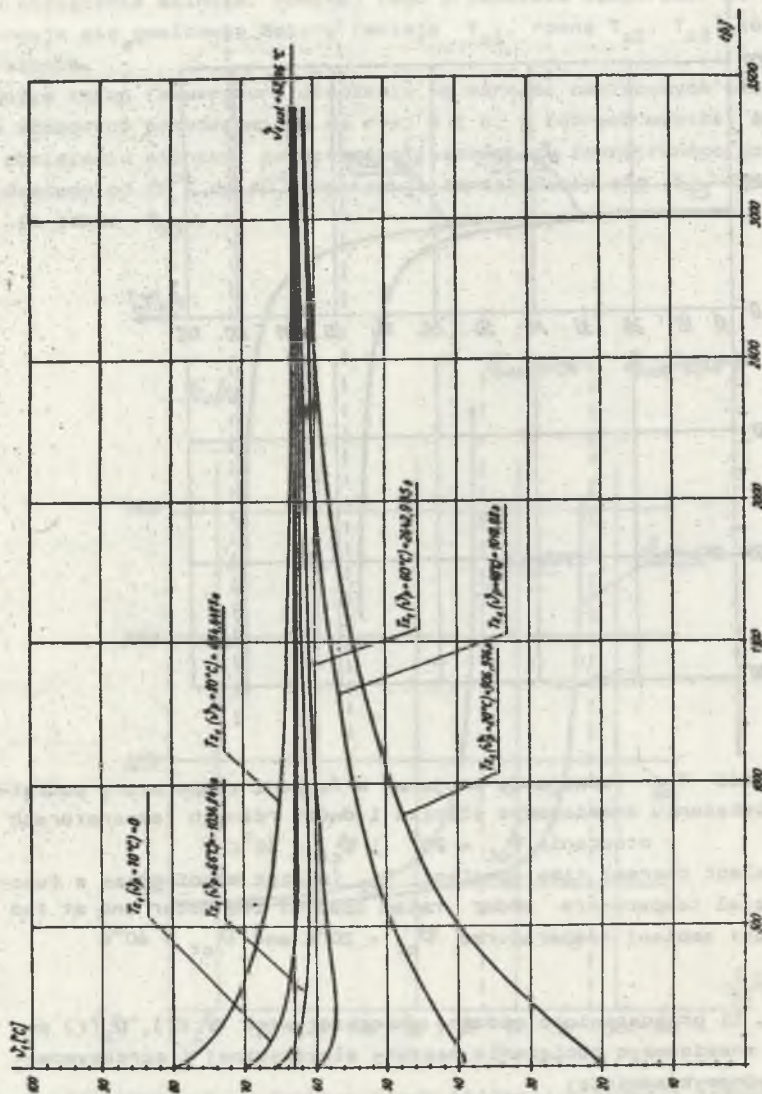
Rys. 9. Zależność T_{z2} (uzwojenie stojana) w funkcji temperatury początkowej, przy obciążeniu znamionowym silnika i dwóch różnych temperaturach otoczenia $v_{ot} = 20^\circ$ i $v_{ot} = 40^\circ\text{C}$

Fig. 9. Equivalent thermal time constant T_{z2} (stator winding) as a function of initial temperature under rated load of the motor and at two different ambient temperatures $v_{ot} = 20^\circ\text{C}$ and $v_{ot} = 40^\circ\text{C}$

Na rys. 10, 11 przedstawiono rodzinę charakterystyk $v_1(t)$, $v_2(t)$ wykreślone przy znamionowym obciążeniu maszyny elektrycznej i aproksymowanych krzywą jednowykładniczą:

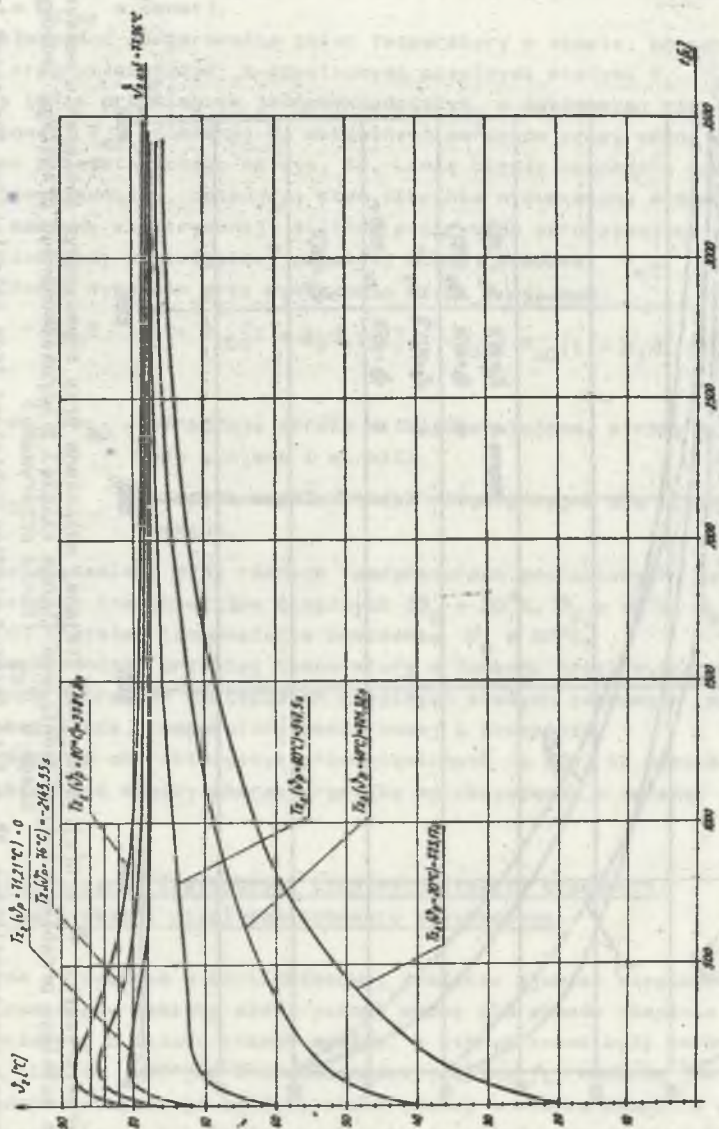
$$v(t) = v_{ust} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_z}}\right) + v_p e^{-\frac{t}{T_z}}$$

(14)



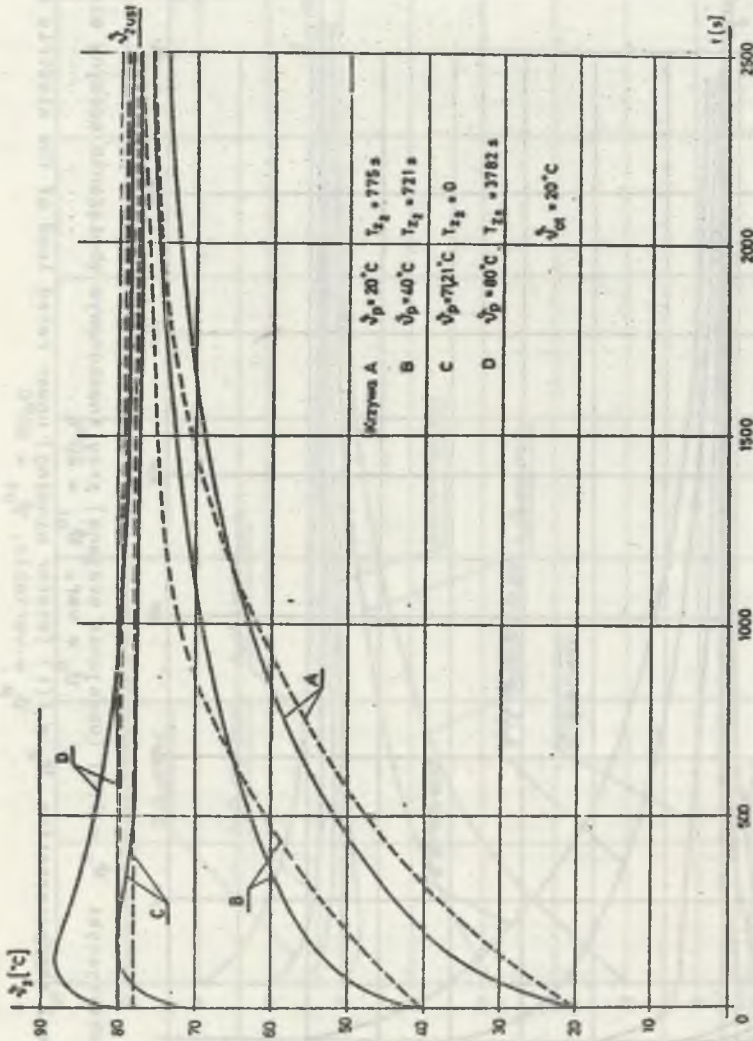
rys. 10. Charakterystyki $\vartheta_1 = f(t)$ (pakiet blach stojane) przy znamionowym obciążeniu maszyny elektrycznej, $\vartheta_p = \text{var. } \vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 10. Thermal characteristics $\vartheta_1 = f(t)$ (stator core) under rated load of the electric machine, $\vartheta_p = \text{variable, } \vartheta_{ot} = 20^\circ\text{C}$.



Rys. 11. Charakterystyki $\psi_2 = f(t)$ (uzwojenie stojana) przy znamionowym obciążeniu maszyny elektrycznej, $\psi_0 = \text{var.}, \psi_{0t} = 20^\circ\text{C}$

Fig. 11. Thermal characteristics $\psi_2 = f(t)$ (stator winding) under rated load of the electric machine, $\psi = \text{variable}, \psi_{0t} = 20^\circ\text{C}$



Rys. 12. Charakterystyki $\vartheta_2 = f(t)$ (uzwojenie stojana) obliczone przy znamionowym obciążeniu maszyny elektrycznej dla ścisłego przebiegu trójwykładniczego (linie ciągłe) i aproksymowanego przebiegu jednowykładniczego o T_{z2} (linia przerywana)

Fig. 12. Thermal characteristics $\vartheta_2 = f(t)$ (stator winding) obtained from calculations for rated load of the electric machine for exact three - exponential transient (continuous line) and for approximated single - exponential transient (broken line)

dla odpowiednich zastępczych cieplnych stałych czasowych T_z , wynikających z przyjętych różnych temperatur początkowych ϑ_p jednakowych we wszystkich trzech węzłach układu cieplnego (temperatury otoczenia $\vartheta_{1,ot} = \vartheta_{2,ot} = \vartheta_{3,ot} = \text{const}$).

O dokładności odwzorowania zmian temperatury w czasie, opisanych przebiegiem trójwykładniczym z cząstkowymi cieplnymi stałymi T_1, T_2, T_3 wg równania (8) i przebiegiem jednowykładniczym, o zastępczej cieplnej stałej czasowej T_{z2} dobranej do aktualnych warunków pracy można wnioskować z wykresu przedstawionego na rys. 12. Linią ciągłą oznaczono ścisły przebieg trójwykładniczy, opisujący stan cieplnie niestabilny w uzwojeniu stojana maszyny elektrycznej, a linią przerywaną aproksymujący przebieg jednowykładniczy o zastępczej cieplnej stałej czasowej T_{z2} .

Obliczenia wykonano przy wymuszeniu strat w węzłach:

$$P_1 = P_{Fe}; \quad P_2 = P_{20} [1 + \alpha_2 \vartheta_2(t)]; \quad P_3 = P_{30} [1 + \alpha_3 \vartheta_3(t)].$$

gdzie:

P_{Fe}, P_{20}, P_{30} - oznaczają straty w żelazie stojana, straty w uzwojeniu stojana i wirnika,

α_2, α_3 - cieplne współczynniki rezystancyjne dla miedzi i aluminium.

Krzywe wykreślono przy różnych temperaturach początkowych, jednakowych dla wszystkich trzech węzłów cieplnych ($\vartheta_p = 20^\circ\text{C}, \vartheta_p = 40^\circ\text{C}, \vartheta_p = 71,21^\circ\text{C}, \vartheta_p = 80^\circ\text{C}$) i stałej temperaturze otoczenia $\vartheta_p = 20^\circ\text{C}$.

Jednowykładniczy przebieg temperatury w funkcji czasu wyznaczono dla odpowiednio dobranych zastępczych cieplnych stałych czasowych w zależności od obciążenia, temperatury początkowej i otoczenia.

Z porównania charakterystyk przedstawionych na rys. 12 wynika dosyć duża rozbieżność między charakterystyką aproksymowaną a ścisłą.

5. Wykorzystanie zastępczych cieplnych stałych czasowych do weryfikacji cieplnego schematu zastępczego

Punktem wyjściowym w dotychczasowej analizie zjawisk cieplnych był schemat zastępczy maszyny elektrycznej ważny dla stanów cieplnie niestabilnych, złożony z układu trzech węzłów, w którym znane były zarówno pojemności cieplne cG , jak i przewodności cieplne Λ . Możliwa jest komasacja schematu zastępczego maszyny elektrycznej w stanie cieplnie ustalonym, składającego się z n węzłów cieplnych, do układu trzech ciał (sześciu przewodności cieplnych).

Znane są również metody weryfikacji parametrów cieplnego schematu zastępczego, np. przez przeprowadzenie kilku różnych prób nagrzewania [2].

Pewne trudności istnieją natomiast przy budowie schematu ważnego dla stanów cieplnie niestabilnych, a szczególnie w odpowiednim doborze trzech

pojemności cieplnych, skupionych w ($n = 3$) węzłach maszyny. Najczęściej pojemności te oblicza się z wymiarów objętościowych fragmentów maszyny, w których skupione są źródła ciepła, pomijając elementy bezźródłowe, jak kadłub, tarcie łożyskowe czy wał, których udziału w przebiegu nagrzewania nie powinno się pomijać.

Dla uściślenia i weryfikacji schematu zastępczego w stanie cieplnie nieustalonym, to znaczy do wyznaczenia pojemności cieplnych cG_1 , cG_2 , cG_3 okazuje się użyteczna znajomość zastępczych cieplnych stałych czasowych. Pojemności cieplne można wyznaczyć z porównania wyznaczonych pomiarowo w badanej maszynie zastępczych cieplnych stałych czasowych T_{z1} , T_{z2} , T_{z3} (określonych przez planimetrowanie wykresu nagrzewania, zdjętego dla każdego z trzech węzłów cieplnych) z wartościami T_{z1} , T_{z2} , T_{z3} uzyskanymi z analitycznych zależności (12).

W obydwu przypadkach powinny być zachowane ściśle określone warunki pracy maszyny elektrycznej, to znaczy powinna zachodzić odpowiedniość między wymuszeniami strat, temperaturami początkowymi i temperaturami otoczenia.

LITERATURA

- [1] Mukosiej J.: Zapaśnik R.: Badanie cieplne i wentylacyjne maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa 1964.
- [2] Pełczewski W.: Zagadnienia cieplne w maszynach elektrycznych. PWT, Warszawa 1956.
- [3] Różycki A.: Przybliżone analogie elektryczne odwzorowujące wybrany punkt krytyczny w cieplnej sieci maszyny elektrycznej. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria: Elektryka z. 61, 1978.

Recenzent: Doc. dr inż. Jerzy Hickiewicz

Wpłynęło do Redakcji 15 czerwca 1987 r.

Załącznik I

ZALEŻNOŚCI DO OBLICZENIA WSPÓŁCZYNNIKÓW CIEPLNYCH

 $C_1, C_2 \dots C_9$ równanie (8)

$$C_1 = C_{11} \psi_{1p} + C_{12} \psi_{2p} + C_{13} \psi_{3p} + C_{14}$$

$$C_2 = C_{21} \psi_{1p} + C_{22} \psi_{2p} + C_{23} \psi_{3p} + C_{24}$$

$$C_3 = C_{31} \psi_{1p} + C_{32} \psi_{2p} + C_{33} \psi_{3p} + C_{34}$$

$$C_4 = C_{41} \psi_{1p} + C_{42} \psi_{2p} + C_{43} \psi_{3p} + C_{44}$$

$$C_5 = C_{51} \psi_{1p} + C_{52} \psi_{2p} + C_{53} \psi_{3p} + C_{54}$$

$$C_6 = C_{61} \psi_{1p} + C_{62} \psi_{2p} + C_{63} \psi_{3p} + C_{64}$$

$$C_7 = C_{71} \psi_{1p} + C_{72} \psi_{2p} + C_{73} \psi_{3p} + C_{74}$$

$$C_8 = C_{81} \psi_{1p} + C_{82} \psi_{2p} + C_{83} \psi_{3p} + C_{84}$$

$$C_9 = C_{91} \psi_{1p} + C_{92} \psi_{2p} + C_{93} \psi_{3p} + C_{94}$$

przy czym można wykazać, że

$$C_{11} + C_{21} + C_{31} = 1$$

$$C_{12} + C_{22} + C_{32} = 0$$

$$C_{13} + C_{23} + C_{33} = 0$$

$$C_{14} + C_{24} + C_{34} = -\psi_{1ust}$$

$$C_{41} + C_{51} + C_{61} = 0$$

$$C_{42} + C_{52} + C_{62} = 1$$

$$C_{43} + C_{53} + C_{63} = 0$$

$$C_{44} + C_{54} + C_{64} = -\psi_{2ust}$$

$$C_{71} + C_{81} + C_{91} = 0$$

$$C_{72} + C_{82} + C_{92} = 0$$

$$C_{73} + C_{83} + C_{93} = 1$$

$$C_{74} + C_{84} + C_{94} = -\mathfrak{U}_{3ust}$$

Wartości stałych C_{11} , C_{12} , C_{13} ... C_{94} wynoszą odpowiednio:

$$C_{11} = \frac{k_2 k_3 - (k_2 + k_3)a_1 + (a_1^2 + a_2 b_1 + a_3 c_1)}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}$$

$$C_{12} = \frac{(k_2 + k_3)a_2 - (a_1 a_2 + a_2 b_2 - a_3 c_2)}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}$$

$$C_{13} = \frac{(k_2 + k_3)a_3 + (-a_1 a_3 + a_2 b_3 - a_3 c_3)}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}$$

$$C_{14} = \frac{(k_2 + k_3)a_4 - k_2 k_3 \mathfrak{U}_{1,ust} + (-a_1 a_4 + a_2 b_4 + a_3 c_4)}{(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)}$$

$$C_{21} = - \left[\frac{k_1 k_3 - (k_1 + k_3)a_1 + (a_1^2 + a_2 b_1 + a_3 c_1)}{(k_1 - k_2)(k_2 - k_3)} \right]$$

$$C_{22} = - \left[\frac{(k_1 + k_3)a_2 - (a_1 a_2 + a_2 b_2 - a_3 c_2)}{(k_1 - k_2)(k_2 - k_3)} \right]$$

$$C_{23} = - \left[\frac{(k_1 + k_3)a_3 + (-a_1 a_3 + a_2 b_3 - a_3 c_3)}{(k_1 - k_2)(k_2 - k_3)} \right]$$

$$C_{24} = - \left[\frac{(k_1 + k_3)a_4 - k_1 k_3 \mathfrak{U}_{1,ust} + (-a_1 a_4 + a_2 b_4 + a_3 c_4)}{(k_1 - k_2)(k_2 - k_3)} \right]$$

$$C_{31} = \frac{k_1 k_2 - (k_1 + k_2)a_1 + (a_1^2 + a_2 b_1 + a_3 c_1)}{(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)}$$

$$C_{32} = \frac{(k_1 + k_2)a_2 - (a_1 a_2 + a_2 b_2 - a_3 c_2)}{(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)}$$

$$C_{33} = \frac{(k_1 + k_2)a_3 + (-a_1 a_3 + a_2 b_3 - a_3 c_3)}{(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)}$$

$$C_{34} = \frac{(k_1 + k_2)a_4 - k_1 k_2 \mathfrak{U}_{1,ust} + (-a_1 a_4 + a_2 b_4 + a_3 c_4)}{(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)}$$

$$C_{41} = \frac{(k_2+k_3)b_1 - (b_1b_2+a_1b_1-b_3c_1)}{(k_1-k_3)(k_1-k_2)}$$

$$C_{42} = \frac{k_2k_3 - (k_2+k_3)b_2 + (b_2^2+a_2b_1+b_3c_2)}{(k_1-k_3)(k_1-k_2)}$$

$$C_{43} = \frac{(k_2+k_3)b_3 + (-b_2b_3+a_3b_1-b_3c_3)}{(k_1-k_3)(k_1-k_2)}$$

$$C_{44} = \frac{(k_2+k_3)b_4 - k_2k_3\overset{1}{2}_{2,ust} + (-b_2b_4+a_4b_1+b_3c_4)}{(k_1-k_3)(k_1-k_2)}$$

$$C_{51} = - \left[\frac{(k_1+k_3)b_1 - (b_1b_2+a_1b_1-b_3c_1)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$C_{52} = - \left[\frac{k_1k_3 - (k_1+k_3)b_2 + (b_2^2+a_2b_1+b_3c_2)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$C_{53} = - \left[\frac{(k_1+k_3)b_3 + (-b_2b_3+a_3b_1-b_3c_3)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$C_{54} = - \left[\frac{(k_1+k_3)b_4 - k_1k_3\overset{1}{2}_{2,ust} + (-b_2b_4+a_4b_1+b_3c_4)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$C_{61} = \frac{(k_1+k_2)b_1 - (b_1b_2+a_1b_1-b_3c_1)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$C_{62} = \frac{k_1k_2 - (k_1+k_2)b_2 + (b_2^2+a_2b_1+b_3c_2)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$C_{63} = \frac{(k_1+k_2)b_3 + (-b_2b_3+a_3b_1-b_3c_3)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$C_{64} = \frac{(k_1+k_2)b_4 - k_1k_2\overset{1}{2}_{2,ust} + (-b_2b_4+a_4b_1+b_3c_4)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$C_{71} = \frac{(k_2+k_3)c_1 - (c_1c_3+a_1c_1-b_1c_2)}{(k_1-k_2)(k_1-k_3)}$$

$$c_{72} = \frac{(k_2+k_3)c_2 + (-c_2c_3+a_2c_1-b_2c_2)}{(k_1-k_2)(k_1-k_3)}$$

$$c_{73} = \frac{k_2k_3 - (k_2+k_3)c_3 + (c_3^2+a_3c_1+b_3c_2)}{(k_1-k_2)(k_1-k_3)}$$

$$c_{74} = \frac{(k_2+k_3)c_4 - k_2k_3\psi_{3,ust} + (-c_3c_4+a_4c_1+b_4c_2)}{(k_1-k_2)(k_1-k_3)}$$

$$c_{81} = - \left[\frac{(k_1+k_3)c_1 - (c_1c_3+a_1c_1-b_1c_2)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$c_{82} = - \left[\frac{(k_1+k_3)c_2 + (-c_2c_3+a_2c_1-b_2c_2)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$c_{83} = - \left[\frac{k_1k_3 - (k_1+k_3)c_3 + (c_3^2+a_3c_1+b_3c_2)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$c_{84} = - \left[\frac{(k_1+k_3)c_4 - k_1k_3\psi_{3,ust} + (-c_3c_4+a_4c_1+b_4c_2)}{(k_1-k_2)(k_2-k_3)} \right]$$

$$c_{91} = \frac{(k_1+k_2)c_1 - (c_1c_3+a_1c_1-b_1c_2)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$c_{92} = \frac{(k_1+k_2)c_2 + (-c_2c_3+a_2c_1-b_2c_2)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$c_{93} = \frac{k_1k_2 - (k_1+k_2)c_3 + (c_3^2+a_3c_1+b_3c_2)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

$$c_{94} = \frac{(k_1+k_2)c_4 - k_1k_2\psi_{3,ust} + (-c_3c_4+a_4c_1+b_4c_2)}{(k_1-k_3)(k_2-k_3)}$$

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ НАГРУЗКИ, ТЕМПЕРАТУРЫ ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ
И ТЕМПЕРАТУРЫ ОХЛАЖДАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ЭКВИВАЛЕНТНУЮ ТЕПЛОВУЮ
ПОСТОЯННУЮ ВРЕМЕНИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АСИНХРОННЫХ МАШИН

Р е з ю м е

Приведены аналитические зависимости для вычисления эквивалентной тепловой постоянной времени в произвольной тепловой точке электрической асинхронной машины по схеме трёх тепловых элементов. В работе представлено влияние разнородных факторов, от которых (как нагрузка, температура первоначальная и температура окружающей среды) зависит эквивалентная тепловая постоянная времени. Применен сравнительный анализ кривой нагрева обмотки статора асинхронного двигателя, которому отвечает эквивалентная тепловая схема состоящая из $n = 3$ узлов (трёх экспоненциальных функции) с аппроксимированной одно экспоненциальной функцией с эквивалентной тепловой постоянной времени.

THE INFLUENCE OF THE LOAD CHANGES, INITIAL AND
AMBIENT TEMPERATURE ON THE VALUE OF EQUIVALENT
THERMAL TIME CONSTANTS OF THE INDUCTION MOTORS

S u m m a r y

Analytical relations for calculation of the equivalent thermal time constant T_z in a chosen centre of the induction motor have been derived; equivalent thermal diagram of this motor is represented by the system of three thermal centres.

It results from these relations that they are the function of the constrained power losses, initial temperatures of thermal centres and ambient temperatures. The influence of these factors on the value of equivalent thermal time constants has been discussed.

A comparative analysis of temperature representation according to time has been presented for the stator windings of the induction motor substituted by the system of $n = 3$ thermal centres (with three partial time thermal constants), with single - exponential course of equivalent time thermal constant.

From the comparison of this characteristics a fairly big discrepancy between the approximated characteristic and the real one does appear.