

Zenon MRÓZ  
Sławomir KRUCIŃSKI  
IPPT PAN Warszawa

SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNA ANALIZA STANU NAPRĘŻENIA I DEFORMACJI  
W OTOCZENIU WYROBISKA WALCOWEGO  
Z UWZGLĘDNIENIEM DEGRADACJI MATERIAŁU SKALNEGO  
ORAZ WSPÓŁPRACY ZE SPRĘŻYSTĄ OBUDOWĄ

**Streszczenie.** Zagadnienie współpracy obudowy z górotworem w zależności od występowania strefy sprężysto-plastycznej i wielkości deformacji skały w otoczeniu wyrobiska o kształcie kołowym rozpatrywano na drodze analizy przebiegu strefy sprężystej i zniszczonej. Podane rozwiązanie analityczne może być wykorzystane nie tylko do ustalania obciążenia obudowy, ale również testowania programów analizy numerycznej metodą elementów skończonych lub całkowych równań brzegowych.

### 1. Wstęp

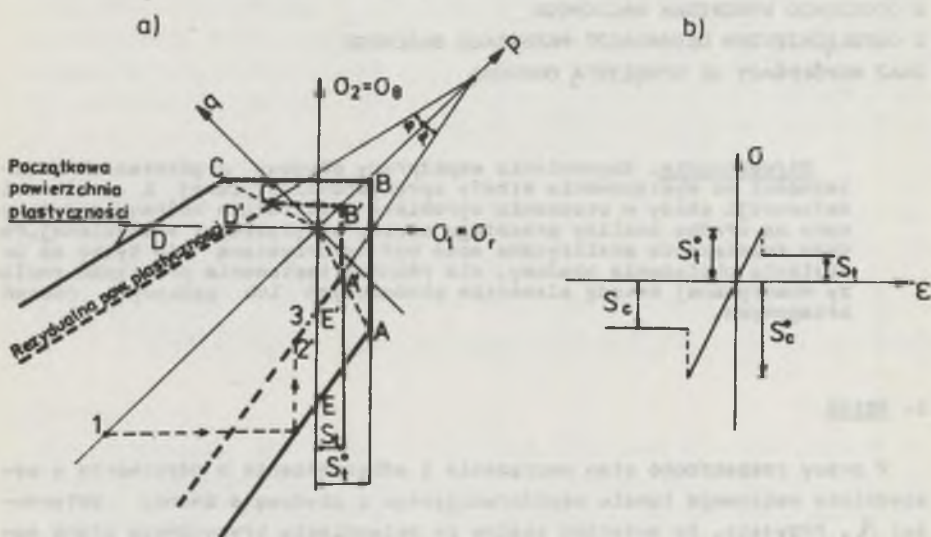
W pracy rozpatrzono stan naprężenia i odkształcenia w górotworze w sąsiedztwie walcowego tunelu współpracującego z obudową o znanej sztywności  $\Lambda$ . Przyjęto, że materiał skalny po osiągnięciu krytycznego stanu naprężenia ulega częściowej lub pełnej degradacji i jego wytrzymałość resztkowa jest znacznie mniejsza od wytrzymałości maksymalnej.

W pracy [1] wykazano, że dla materiału z osłabieniem pokrytycznym nośność graniczna pasma może być wielokrotnie niższa od wartości uzyskanej dla materiału idealnie plastycznego. Podobnych efektów należy oczekiwać również w rozpatrywanym obecnie przypadku cylindrycznego tunelu. W szczególności wartość resztkowej wytrzymałości ma zdecydowany wpływ na zasięg strefy zniszczonej i charakter procesu deformacji, a w przypadku tunelu obudowanego na wielkość ciśnienia wywieranego przez górotwór na obudowę.

Z przedstawionej analizy można uzyskać rozwiązanie dla materiału idealnie plastycznego i materiału krucho-sprężystego. Należy przypuszczać, że rzeczywisty stan naprężenia jest zawarty pomiędzy tymi dwoma oszacowaniami.

## 2. Model materiału skalnego

Obecnie omówimy model materiału. Zakładamy, że przed osiągnięciem stanu krytycznego skała zachowuje się jak izotropowe ciało liniowo-sprężyste. Stan krytyczny osiągnięty jest w momencie, gdy stan naprężenia spełnia zmodyfikowany warunek Coulomba, po czym następuje skokowa redukcja wytrzymałości resztkowej w strefie zniszczonej. Powierzchnia stanów resztkowych posiada formę identyczną z powierzchnią wyjściową o odpowiednio zredukowanych wartościach parametrów materiałowych (rys. 2). W stanie resztkowym



Rys. 1. Początkowy i rezydualny warunek stanu granicznego

materiał podlega płynięciu plastycznemu, analogicznemu do płynięcia materiału bez wzmocnienia i bez ograniczania wielkości odkształceń. Warunek stanu krytycznego dla płaskiego stanu odkształcenia wyrazimy następująco przez główne naprężenia  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  działające w płaszczyźnie wyrobiska:

$$f_1 = \sigma_1 - \sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_2)\sin\varphi - 2C^0\cos\varphi = 0,$$

$$f_2 = \sigma_2 - \sigma_1 + (\sigma_1 + \sigma_2)\sin\varphi - 2C^0\cos\varphi = 0, \quad (2.1)$$

$$f_3 = \sigma_1 - S_c^0 = 0, \quad f_4 = \sigma_2 - S_c^0 = 0.$$

gdzie:  $C^0$  i  $\varphi$  oznaczają spójność początkową i kąt tarcia wewnętrznego, a więc parametry warunku Coulomba, natomiast  $S_c^0$  jest maksymalnym naprężeniem rozciągającym. Warunek (2.1) był użyty w pracy Z. Mroza i L. Win-

nickiego [5] w numerycznej analizie naprężeń wokół wyrobisk górniczych. Warunek stanu resztkowego wyrazimy przez związki (2.1), zastępując w nich  $C^0$  i  $S_t^0$  przez wartości resztkowe  $C$  i  $S_t$ , przy czym zakładamy proporcjonalność zmiany pomiędzy  $C$  i  $S_t$ , to jest

$$\frac{C^0}{S_t^0} = \frac{C}{S_t} \quad (2.2)$$

Prędkości głównych odkształceń plastycznych w stanie resztkowym określone są z prawa płynięcia plastycznego stwarzającego z warunkiem plastyczności zasadą normalności, a zatem

$$\dot{\epsilon}_1^P = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_1}, \quad \dot{\epsilon}_2^P = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_2}, \quad \dot{\epsilon}_3^P = 0, \quad \dot{\lambda} > 0. \quad (2.3)$$

Dla warunku  $f_1 = 0$  otrzymamy wtedy

$$\dot{\epsilon}_1^P = \dot{\lambda}(1 + \sin\varphi), \quad \dot{\epsilon}_2^P = -\dot{\lambda}(1 - \sin\varphi), \quad \dot{\epsilon}_3^P = 0, \quad (2.4)$$

zaś całkowite odkształcenia plastyczne wynoszą:

$$\epsilon_1^P = \lambda(1 + \sin\varphi), \quad \epsilon_2^P = -\lambda(1 - \sin\varphi), \quad \epsilon_3^P = 0, \quad \lambda = \int \dot{\lambda} dt, \quad (2.5)$$

gdzie dodatni parametr  $\lambda$  zależy od historii deformacji.

Całkowite odkształcenia główne wynoszą:

$$\epsilon_1^0 = \epsilon_1^e + \epsilon_1^P, \quad \epsilon_2^0 = \epsilon_2^e + \epsilon_2^P, \quad \epsilon_3^0 = \epsilon_3^e = 0, \quad (2.6)$$

gdzie odkształcenia sprężyste  $\epsilon_1^e$  i  $\epsilon_2^e$  są związane prawem Hooke'a ze stanem naprężenia

$$\epsilon_1^e = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu'\sigma_2), \quad \epsilon_2^e = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu'\sigma_1), \quad \sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2), \quad (2.7)$$

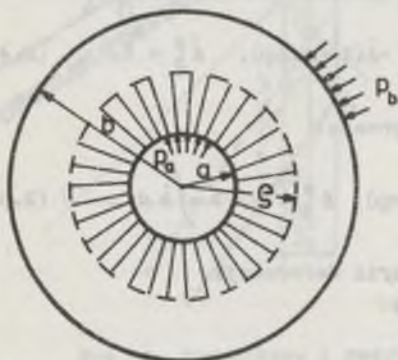
gdzie:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu'^2}, \quad \nu' = \frac{\nu}{1 - \nu'}$$

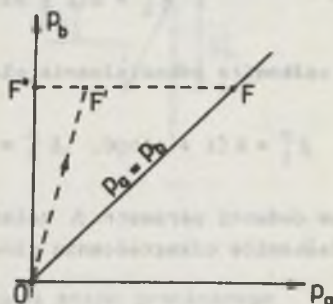
zaś  $E$  i  $\nu'$  są odpowiednio modułem Younga i współczynnikiem Poissona.

### 3. Stan naprężenia i przemieszczenia wokół wyrobiska w zakresie sprężysto-plastycznym

Prognozę stanu naprężenia i deformacji w otoczeniu wyrobiska walcowego o promieniu  $a$  przeprowadzimy na bazie rozwiązania dla rury grubościennej w promieniach  $b$  i  $a$ , zakładając, że stan początkowy naprężenia jest izotropowy, a tym samym ciśnienia na wewnętrznym i zewnętrznym obwodzie rury są sobie równe,  $p_a = p_b$  (rys. 2). Wykonywanie wyrobiska będziemy modelować przez stopniowe zmniejszanie ciśnienia  $p_a$  do wartości zerowej albo do wartości odpowiadającej parciu obudowy na górotwór. Program obciążenia w przestrzeni zewnętrznych parametrów obciążenia przedstawia prosta  $FF'$  na rys. 3. Widzimy zatem, że problem jest odmienny w porównaniu do typowych problemów obciążenia, np. wzdłuż linii  $OF$ , gdzie oba ciśnienia wzrastają proporcjonalnie. Przy zadanych wartościach ciśnień  $p_a$  i  $p_b$  stan naprężenia nie będzie zależał od trajektorii obciążenia, natomiast końcowe stany przemieszczeń mogą być różne.



Rys. 2. Geometria i sposób obciążenia analizowanej rury grubościennnej



Rys. 3. Program obciążenia realizowany w trakcie wykonania wyrobiska

Dla pewnych wartości  $p_a$  poniżej wartości krytycznej w bezpośrednim sąsiedztwie brzoju wewnętrznego  $a \leq r \leq \rho$  powstaje strefa plastyczna (lub strefa zniszczona), odpowiadająca rezydualnym wartościom  $C$  i  $S_t$ . W zewnętrznym obszarze sprężystym dla  $r = \rho$  naprężenia spełniają początkowy warunek stanu krytycznego (2.1).

Równania równowagi w biegunowym układzie współrzędnych przyjmą postać:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \quad (3.1)$$

zaś z warunku (2.1) przy  $\sigma_1 = \sigma_r$  i  $\sigma_2 = \sigma_\theta$  wynika, że

$$\sigma_\theta = K \sigma_r - S_t(1 + K), \quad (3.2)$$

gdzie:

$$K = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}, \quad S_t = C \cos\varphi \quad (3.3)$$

Rozwiązując układ równań (3.1) i (3.2) wraz z warunkiem brzegowym  $\sigma_r = -p_a$  dla  $r = a$ , otrzymamy wyrażenia na naprężenia radialne i obwodowe:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -S_t \frac{1+K}{1-K} \left[ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \right] - p_a \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \\ \sigma_\theta &= -S_t \left\{ \frac{K(1+K)}{1-K} \left[ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \right] + 1 + K \right\} - p_a K \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

Wykorzystując związki (2.6) i (2.7), otrzymamy

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{du}{dr} = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu' \sigma_\theta) + \lambda(1 + \sin\varphi), \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu' \sigma_r) - \lambda(1 - \sin\varphi). \end{aligned} \quad (3.5)$$

skąd wynika następujące równanie dla płaskiego pola przemieszczeń sprężysto-plastycznych

$$\frac{du}{dr} + K \frac{u}{r} + \frac{1}{E} \left[ (1-K)(\sigma_\theta - \sigma_r) + (\nu' - 1)(K\sigma_r + \sigma_\theta) \right] = 0, \quad (3.6)$$

zaś w wypadku pominięcia odkształceń sprężystych równanie (3.6) przyjmie postać:

$$\frac{du}{dr} + K \frac{u}{r} = 0 \quad (3.7)$$

Całki równań (3.6) i (3.7) przyjmą odpowiednio następującą postać:

$$\begin{aligned} u &= \frac{S_t}{E} \left[ \frac{2}{1-K} + (\nu' - 1) \right] r + \frac{p_a}{2KE} \left\{ 2K(\nu' - 1) - (1 - K^2) \right\} - \\ &\quad - \frac{S_t(1+K)(1+K^2)}{1-K} \left( \frac{r}{a} \right)^K + C \end{aligned} \quad (3.8)$$

lub

$$u = Cr^{-K} \quad (3.9)$$

Stan naprężenia w zewnętrznym obszarze sprężytym otrzymamy wykorzystując znane rozwiązanie Lamego dla rury grubościennej, por. [2,3]. Mamy zatem dla  $a < r \leq b$

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{b^2 - a^2} \left( p_a a^2 - p_b b^2 - \frac{a^2 b^2 (p_a - p_b)}{r^2} \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{1}{b^2 - a^2} \left( p_a a^2 - p_b b^2 + \frac{a^2 b^2 (p_a - p_b)}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

W przypadku wyrobiska walcowego w ośrodku nieograniczonym, w którym panuje jednorodne ciśnienie geostatyczne  $p$ , stan naprężenia w obszarze sprężytym  $a \leq r \leq b$  opiewa równania

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -p \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) - p_a \frac{a^2}{r^2}, \\ \sigma_\theta &= -p \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + p_a \frac{a^2}{r^2}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dla  $r = a$  zachodzi ciągłość naprężeń radialnych, przeto  $p_a = \sigma_r|_{r=a}$ , a zatem z (3.4)

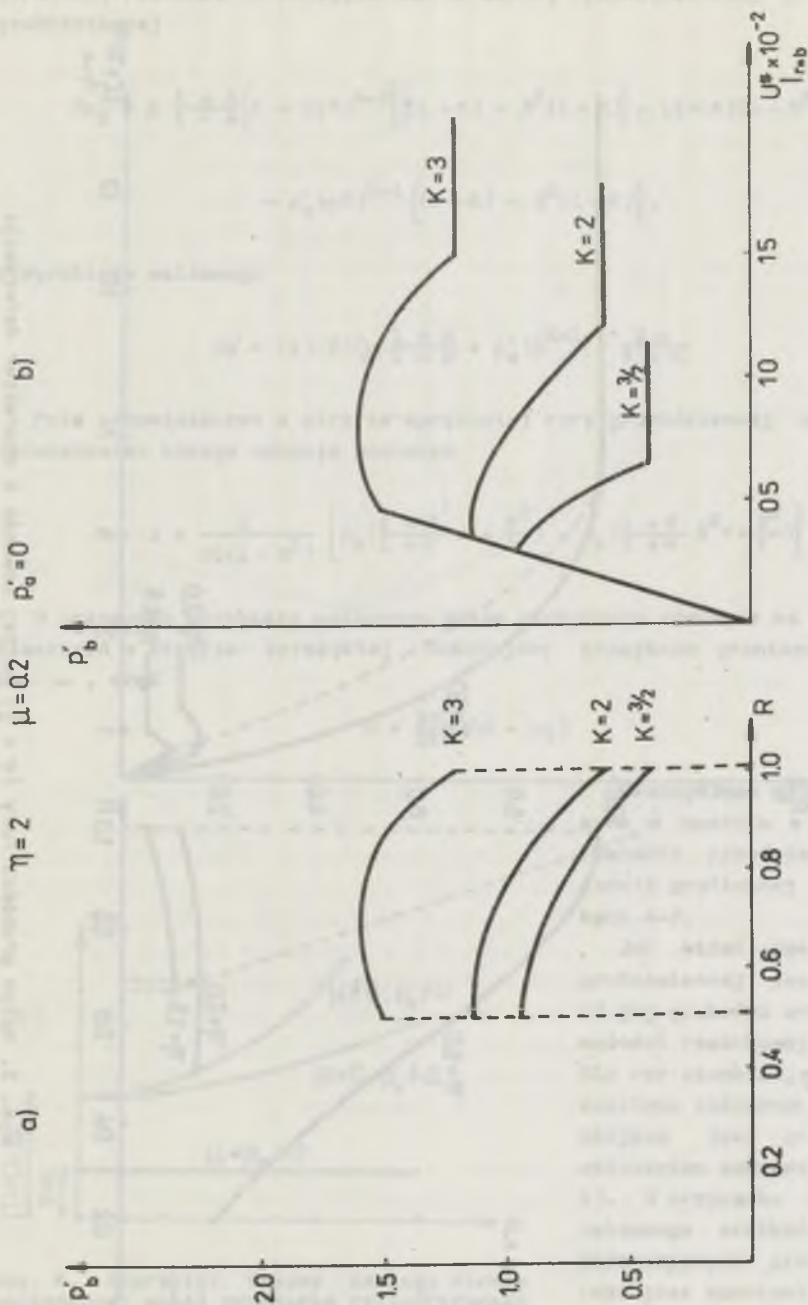
$$p_a = S_t \frac{1 + K}{1 - K} (1 - \bar{\rho}^{K-1}) + p_a \bar{\rho}^{K-1} \quad (3.12)$$

Żądając następnie, aby dla  $r = a$  spełniony był warunek stanu krytycznego

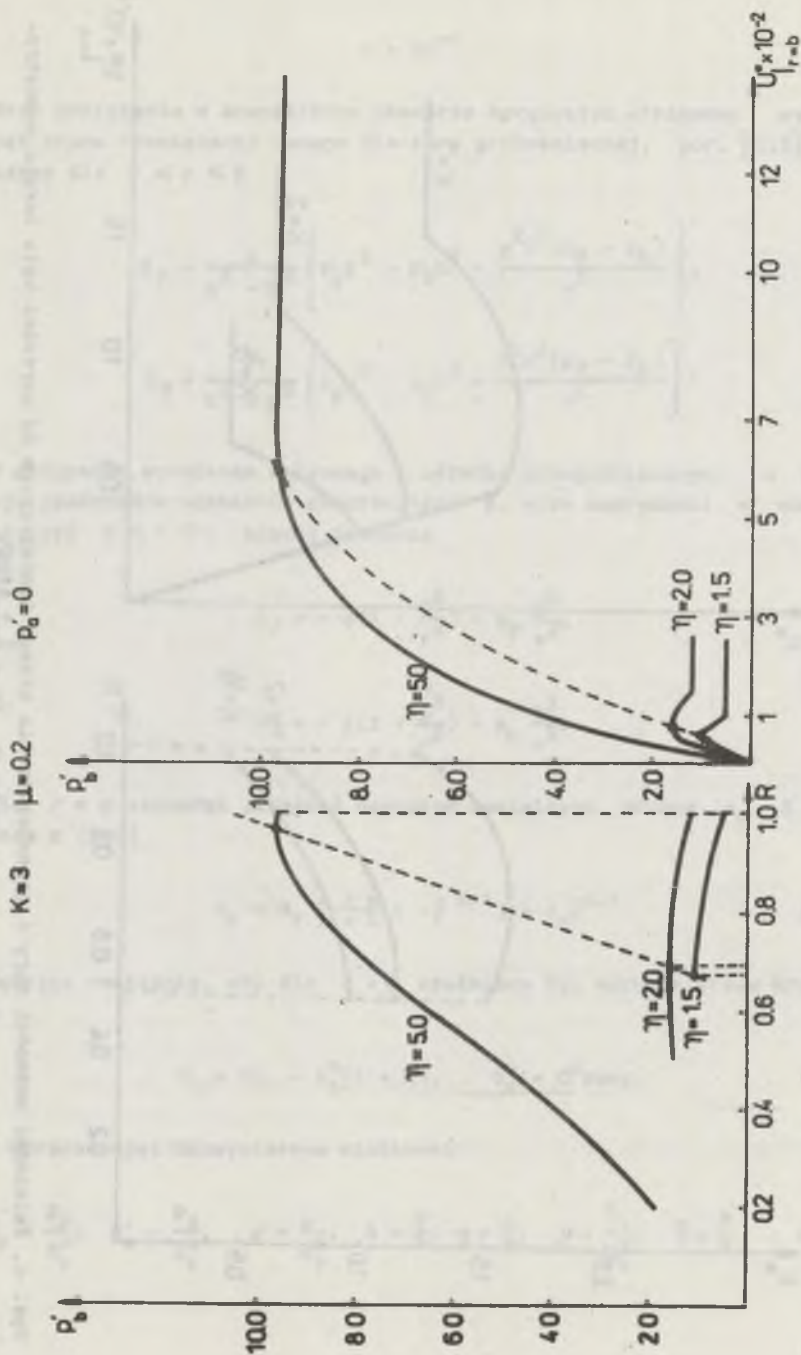
$$\sigma_\theta = K \sigma_r - S_t^0 (1 + K), \quad S_t^0 = C^0 \cos \varphi, \quad (3.13)$$

oraz wprowadzając bezwymiarowe wielkości

$$p'_b = \frac{p_b}{S_t}, \quad p'_a = \frac{p_a}{S_t}, \quad p' = \frac{p}{S_t}, \quad R = \frac{a}{b}, \quad \eta = \frac{b}{a}, \quad \mu = \frac{S_t}{S_t^0}, \quad \bar{\rho} = \frac{a}{r}. \quad (3.14)$$



Rys. 4. Zależność nośności rury 1 przemieszczenia brzegu zewnętrzznego od wartości kąta tarcia wewnętrz-  
nego  $\varphi$ , ( $K = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ )



Rys. 5. Wpływ grubości rury ( $\gamma = \frac{b}{a}$ ) na jej nośność i charakter deformacji



otrzymamy równanie określające zakres strefy uplastycznionej  $\rho$  dla rury grubościennej

$$2p'_b = \mu \frac{1+K}{1-K} \left[ 1 - (\eta R)^{K-1} \right] \left[ (1+K) + R^2(1-K) \right] + (1+K)(1-R^2) + p'_a (\eta R)^{K-1} \left[ (1+K) + R^2(1-K) \right], \quad (3.15)$$

i wyrobiska walcowego

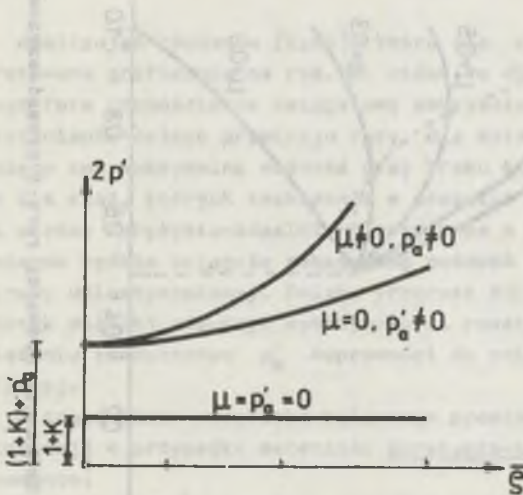
$$2p' = (1+K) \left( \mu \frac{1+K}{1-K} + p'_a \right) \rho^{K-1} + \frac{2\mu}{1-K} \quad (3.16)$$

Pole przemieszczeń w strefie sprężystej rury grubościennej zgodnie z rozwiązaniem Lamego opisuje równanie

$$u = \frac{1}{2G(1-R^2)} \left[ p_b \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} r + \frac{\rho^2}{r} \right) - p_a \left( \frac{1-\nu}{1+\nu} R^2 r + \frac{\rho^2}{r} \right) \right] \quad (3.17)$$

W przypadku wyrobiska walcowego celem otrzymania równania na pole przemieszczeń w strefie sprężystej dokonujemy przejścia granicznego przy  $b \rightarrow \infty$ , skąd

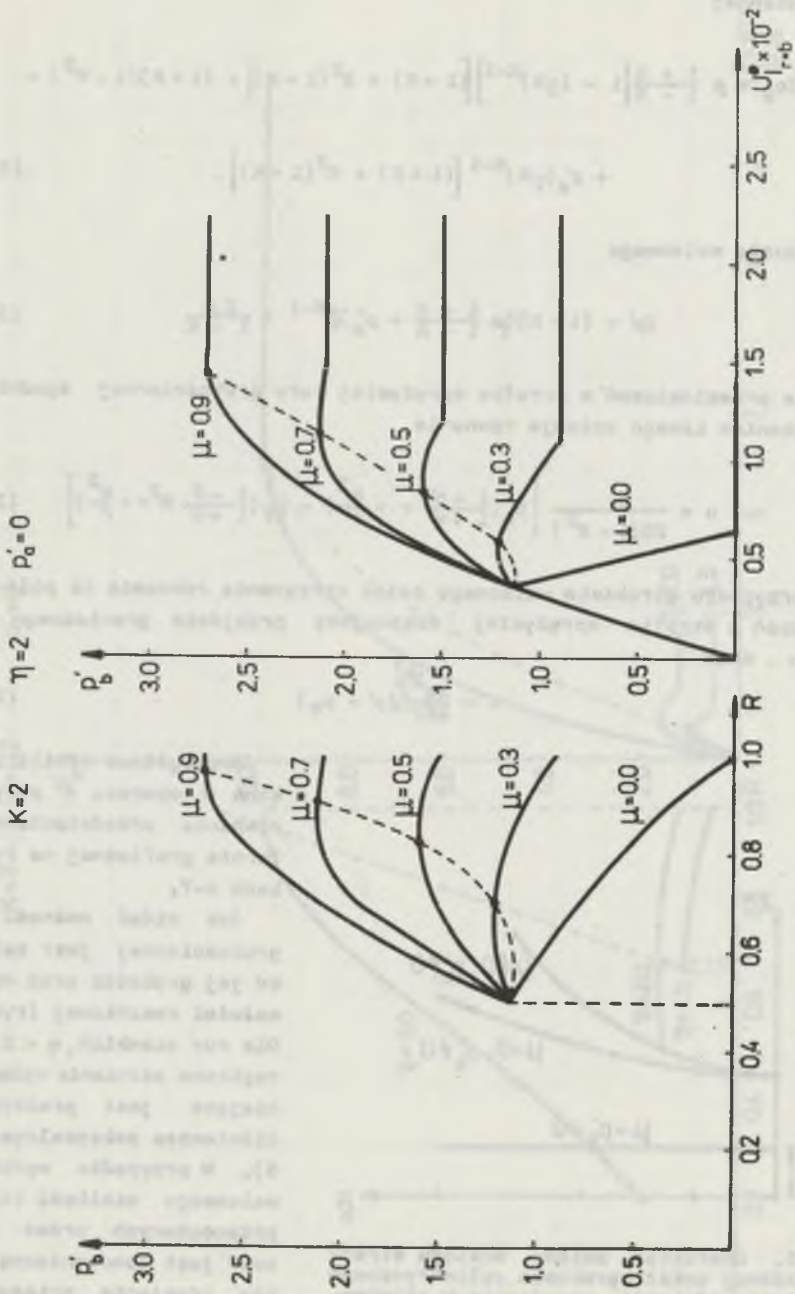
$$u = \frac{3\rho^2}{2E\Gamma} (p' - p_a) \quad (3.18)$$



Rys. 6. Charakter zmiany zasięgu strefy zniszczonej wokół wyrobiska cylindrycznego w funkcji ciśnienia panującego w górotworze

Szczegółowe wyniki uzyskane w oparciu o powyższe równania przedstawiono w formie graficznej na rysunkach 4-7.

Jak widać nośność rury grubościennej jest zależna od jej grubości oraz wytrzymałości resztkowej (rys.7). Dla rur cienkich,  $\eta < 2$ , początkowe ciśnienie uplastyczniające jest praktycznie ciśnieniem maksymalnym (rys. 5). W przypadku wyrobiska walcowego wielkość ciśnień przenoszonych przez górotwór jest monotoniczną funkcją promienia zniszczenia (rys. 6).



Rys. 7. Zależność nośności rury i przemieszczenia brzegu zewnętrznej resztkowej

#### 4. Rozwiązanie szczególne: materiał sprężysto-idealnie-plastyczny oraz sprężysto-kruchy

Zgodnie z uwagą poczynioną na wstępie przedstawiona analiza pozwala uzyskać rozwiązanie dla materiału sprężysto-idealnie-plastycznego. Wystarczy w tym celu w przedstawionych równaniach przyjąć, iż wytrzymałość reztkowa jest równa wytrzymałości początkowej, to znaczy  $\mu = 1$ . Przyjmując natomiast, iż wytrzymałość reztkowa spada do zera,  $\mu = 0$ , otrzymujemy rozwiązanie dla materiału sprężysto-kruchego.

Wyrażenia na naprężenia radialne i obwodowe dla  $\mu = 1$  są w postaci:

$$\sigma'_r = -\frac{1+K}{1-K} \left[ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \right] - p'_a \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1}, \quad (4.1)$$

$$\sigma'_\theta = -\frac{K(1+K)}{K-1} \left[ 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \right] + 1 + K - p'_a K \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1},$$

zaś dla  $\mu = 0$

$$\sigma'_r = -p'_a \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1} \quad (4.2)$$

$$\sigma'_\theta = -p'_a K \left(\frac{r}{a}\right)^{K-1}$$

Analizując równanie (3.15), które dla  $K = 3$  i  $p'_a = 0$  zostało zinterpretowane graficznie na rys. 3, widać że dla materiału idealnie plastycznego rura grubościenna osiąga swą maksymalną nośność w przypadku uplastycznienia całego przekroju rury. Dla materiału sprężysto-kruchego rura osiąga swą maksymalną nośność przy braku strefy zniszczonej. Widać, stąd, iż dla skał, których zachowanie w procesie obciążenia ma charakter pośredni między sprężysto-idealnie-plastycznym a sprężysto-kruchym rura grubościenna będzie osiągała maksymalną nośność przy ściśle określonym zasięgu strefy uplastycznionej. Dalszy przyrost zasięgu strefy plastycznej np. na skutek dalszej redukcji wytrzymałości reztkowej przy nie zmniejszonym obciążeniu zewnętrznym  $p'_b$  doprowadzi do zniszczenia rury na drodze dynamicznej.

W zagadnieniu wyrobiska walcowego promień strefy uplastycznionej (zniszczonej) w przypadku materiału sprężysto-idealnie-plastycznego opisuje równanie:

$$\bar{r} = \left( \frac{(1-K)[2p'_b - (1+K)] - (1-K)^2}{(1+K)[(1+K) + p'_a(1-K)]} \right)^{\frac{1}{K-1}} \quad (4.3)$$

zaś dla materiału sprężysto-kruchośc

$$\bar{p} = \left( \frac{2p' - (1+K)}{(1+K)p'_a} \right)^{\frac{1}{K-1}} \quad (4.4)$$

Istnienie resztkowej wytrzymałości  $\mu \neq 0$  powoduje ograniczenie zasięgu strefy uplastycznionej (zniszczonej), co jest zgodne z obserwacjami dotyczącymi zasięgu strefy spękanej wokół wyrobisk górniczych.

### 5. Uproszczony model degradacji czasowej qórotworu

Na skutek statecznego rozwoju mikrospekán [6, 7, 8] materiał po osiągnięciu granicznej wytrzymałości ulega osłabieniu w dalszym procesie deformacji. Spadek wytrzymałości w dotychczasowej analizie charakteryzowaliśmy bezwymiarowym parametrem  $\mu$ . Obecnie za pracę [8] przyjmujemy, że parametr  $\mu = \mu(t)$  jest funkcją czasu o następującej postaci:

$$\mu(t) = 1 - \alpha(1 - e^{-\beta t}), \quad (5.1)$$

gdzie:  $\alpha$  i  $\beta$  - stałe materiałowe;  $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $0 \leq \beta \leq \infty$ .

Rozwiązując (3.15) dla  $K = 3$  otrzymamy, iż maksymalna nośność rury grubościennnej opisana będzie równaniem:

$$p'_{bmax} = \eta^2(2\mu + p'_a) \left[ 1 + \left( \frac{\mu - 1}{\eta^2(2\mu + p'_a)} \right)^2 \right] - 2\mu \quad (5.2)$$

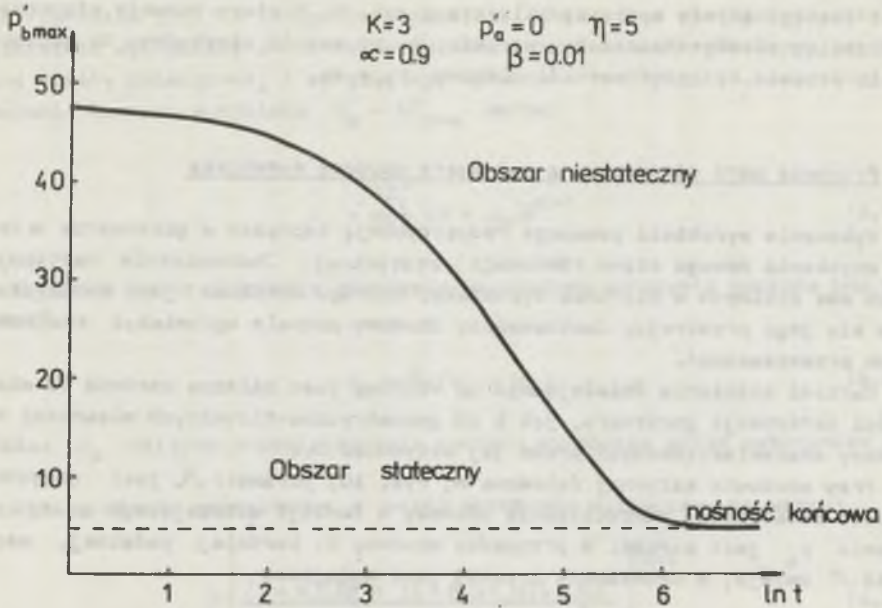
Przyjmując, iż parametr  $\mu$  w równaniu (5.2) zmienia się zgodnie z (5.1), zmianę nośności rury grubościennnej dla:

$$p'_a = 0, \quad \eta = 5, \quad \alpha = 0.9, \quad \beta = 0.01$$

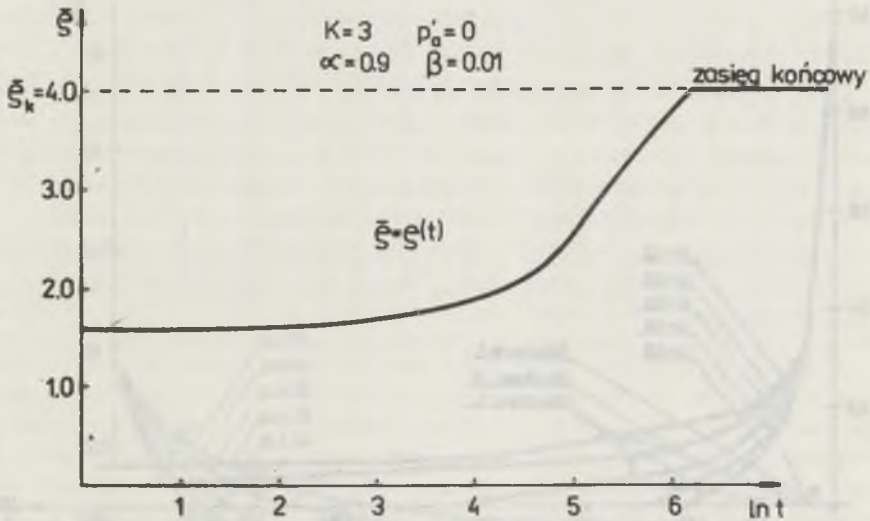
ilustruje ryc. 8. Z przedstawionego wykresu wynika, iż w celu zachowania statecznego procesu przebiegu deformacji rury grubościennnej ciśnienie  $p'_b$  winno być w każdej chwili  $t$  mniejsze od  $p'_{bmax}(t)$ .

W przypadku tunelu cylindrycznego można prześledzić wpływ degradacji skały na rozwój strefy zniszczonej wokół wyrobiska. Zgodnie z (4.3) dla  $K = 3$  i  $p'_a = 0$  promień zasięgu strefy zniszczonej opisany jest równaniem:

$$\bar{r} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2(2\mu - 1) + p'}{\mu}}$$



Rys. 8. Wpływ czasowej degradacji wytrzymałości materiału na graniczną nośność rury grubościennej



Rys. 9. Rozwój strefy zniszczonej w rurze grubościennej na skutek degradacji wytrzymałości materiału

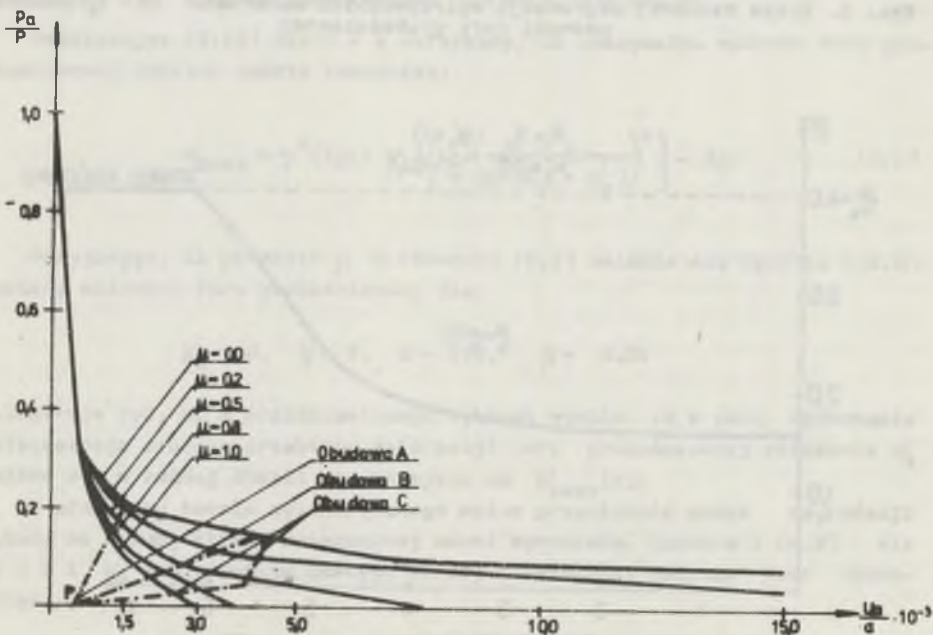
Przyjmując  $p' = 8$ , a wartości parametrów  $\alpha$  i  $\beta$  jak poprzednio, przyrost zasięgu strefy spękanej zilustruje ryc. 9. W miarę rozwoju mikroapęknięć zasięg strefy zniszczonej wzrasta, by po czasie niezbędnym do zahamowania procesu osiągnąć wartość końcową  $\rho_k = 4a$ .

## 6. Prognoza parć górotworu na sprężystą obudowę wyrobiska

Wykonanie wyrobiska powoduje redystrybucję naprężeń w górotworze w celu uzyskania nowego etanu równowagi statycznej. Jednocześnie następuje ruch mas skalnych w kierunku wyrobiska, którego wynikiem jest zmniejszenie się jego przekroju. Zastosowanie obudowy pozwala ograniczyć wielkość tych przemieszczeń.

Wartość ciśnienia działającego na obudowę jest zależna zarówno od wielkości deformacji górotworu, jak i od geometryczno-fizycznych własności obudowy charakteryzowanych przez jej sztywność  $\Lambda$ .

Przy obudowie sztywnej (obudowa A, rys. 10) parametr  $\Lambda$  jest duży, a prosta ilustrująca odkształcenie obudowy w funkcji działającego na nią ciśnienia  $p_a$  jest stroma. W przypadku obudowy B, bardziej podatnej, wartość  $\Lambda$  maleje, a nachylenie prostej jest mniejsze.



Rys. 10

Pole przemieszczeń w strefie zniszczonej opisane jest równaniem (3.8) lub równaniem (3.9) w przypadku pominięcia odkształceń sprężystych. Stałą całkowania wyznaczamy z warunku ciągłości przemieszczeń radialnych na granicy strefy zniszczonej i sprężystej. Zgodnie z równaniem (3.18) przemieszczenie konturu wyrobiska  $U_a = U|_{r=a}$  wynosi

$$U_a = \frac{3S_0^0}{2E} (p' - p'_p) \rho^{K+1} \quad (6.1)$$

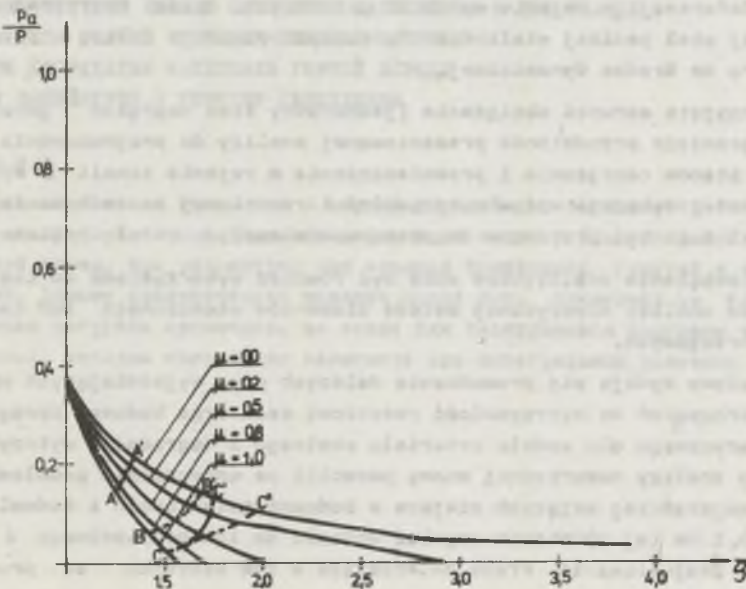
Związane z nim ciśnienie górotworu na obudowę sprężystą opisane jest zależnością

$$p_a = \Lambda (U_a - U_0), \quad (6.2)$$

gdzie:  $U_0$  wstępne przemieszczenie konturu wyrobiska przed wykonaniem obudowy.

Zasięg strefy zniszczonej  $\bar{\rho}$  wokół wyrobiska wyznaczamy ze wzoru:

$$\bar{\rho} = \left\{ \frac{(1-K)[2p' - (1+K)] - \mu(1+K)^2}{(1+K)[p'_a(1-K) - \mu(1+K)]} \right\}^{\frac{1}{K-1}} \quad (6.3)$$



Rys. 11. Rozwój strefy zniszczonej wokół wyrobiska cylindrycznego

Graficzną metodę prognozy ciśnienia wywieranego przez górotwór na obudowę przedstawia rys. 10. Z punktu P, początkowego przemieszczenia konturu wyrobiska, prowadzimy prostą o nachyleniu zależnym od sztywności obudowy  $\Lambda$  (proste A,B,C). Punkt przecięcia się tej prostej z krzywą przedstawiającą przemieszczenie konturu wyrobiska pozwala określić ciśnienie wywierane przez skały na obudowę. Z przedstawionych na rys. 10 rozwiązań (obudowy A,B,C) wynika, że im bardziej pozwoli się górotworowi przemieścić w kierunku wyrobiska, tym ciśnienie wywierane na obudowę będzie mniejsze.

Najbardziej korzystne jest zastosowanie obudowy o zmiennej sztywności (obudowa C), początkowo niewielkiej a następnie zwiększonej. Pozwala to na osiągnięcie stosunkowo niedużego zmniejszenia się przekroju wyrobiska przy umiarkowanym ciśnieniu na obudowę.

Rysunek 11 przedstawia rozwój strefy zniszczonej wokół wyrobiska wraz ze spadkiem ciśnienia  $p'_a$ . W szczególności krzywe AA', BB', CC' obrazują rozwój strefy zniszczonej wokół wyrobisk obudowanych, obudowy A, B, C.

Spadek wytrzymałości rezydualnej opisanej parametrem  $\mu = \frac{S_t}{S_0}$  powoduje znaczny wzrost przemieszczeń górotworu w kierunku wyrobiska (rys. 10), a tym samym wzrost ciśnienia na obudowę.

### Wnioski końcowe

1. Osłabienie pokrytyczne górotworu ma istotny wpływ na wielkość i charakter deformacji w rejonie wyrobisk górniczych. Spadek wytrzymałości rezydualnej skał poniżej wielkości krytycznych powoduje dalszą deformację górotworu na drodze dynamicznej.

2. Przyjęte warunki obciążenia (jednorodny stan naprężeń geostatycznych) ogranicza przydatność prezentowanej analizy do prognozowania rzeczywistych stanów naprężenia i przemieszczenia w rejonie tuneli i wyrobisk, tym niemniej wykazuje wpływ wytrzymałości resztkowej na zachowanie się górotworu i może być przydatne do oszacowania zasięgu strefy spękanej.

3. Rozwiązanie analityczne może być również wykorzystane do testowania programów analizy numerycznej metodą elementów skończonych lub całkowych równań brzegowych.

4. Celowe wydaje się prowadzenie dalszych prac wyjaśniających wpływ rozwoju mikrospekna na wytrzymałość resztkową skał oraz budowa oprogramowania numerycznego dla modelu materiału skalnego z degradacją wytrzymałości. Programy analizy numerycznej winny pozwolić na odtworzenie problemów brzegowych najczęściej mających miejsce w budownictwie kopalń i budowli podziemnych, i na tej podstawie uzyskać wnioski do ich bezpiecznego i ekonomicznego projektowania. Prace zmierzające w tym kierunku są prowadzone przez autorów.



## LITERATURA

- [1] Mróz Z., Zadroga B.: Analiza nośności ściskanego pasma z materiału sprężysto-plastycznego z osłabieniem. Arch. Hydr., vol. 27, ss. 591-627, 1981.
- [2] Jumikis A.R.: Rock Mechanics, Trans-Tech. Publ. 1979.
- [3] Jaeger J.C., Cook N.G.W.: Fundamentals of Rock Mechanics. Chapman and Hall, 1976.
- [4] Izbicki R., Mróz Z.: Metody nośności granicznej w mechanice gruntów i skał. PWN, 1976.
- [5] Mróz Z., Winnicki L.: Sprężysto-plastyczna analiza stanu naprężenia w górotworze w sąsiedztwie wyrobiska górniczego. Arch. Górn., vol.22, ss. 3-30, 1977.
- [6] Dragon A., Mróz Z.: A continuum model for plastic-brittle behavior of rock and concrete. Int. J. Eng. Sci. 17, ss. 121-137, 1979.
- [7] Stout R.B., Thiipgen L.T.: Modelling microcrack kinetics in rocks. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., vol. 7, ss. 19-38, 1983.
- [8] Mróz Z., Angelillo M.: Rate-dependent degradation model for concrete and rock. Proc. Int. Symp. "Numerical Models in Geomechanics", A.A. Balkema, 1982, ss. 208-217.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Mirosław CHUDEK

Wpłynęło do Redakcji w maju 1983 r.

**УПРУГО-ПЛАСТИЧНЫЙ АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ  
В ПОБЛИЗОСТИ ГОРНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВЫРАБОТКИ  
С УЧЁТОМ ДЕГРАДАЦИИ МАТЕРИАЛА ГОРНОЙ ПОРОДЫ  
А ТАКЖЕ СОДЕЙСТВИЯ С УПРУГИМ КРЕПЛЕНИЕМ**

**Р е з ю м е**

Вопрос содействия крепления с горной породой в зависимости от наличия упруго-пластичной зоны и величины деформации скалы вблизи выработки цилиндрической формы, был рассмотрен при анализе протекания упругой и неупругой зоны. Данное аналитическое решение может быть применено не только для нахождения нагрузки крепления, но также для тестирования программ численного анализа, методом законченных элементов или интегральных конечных уравнений.

AN ELASTIC AND PLASTIC ANALYSIS OF THE STATE OF STRESS AND DEFORMATION AROUND CYLINDRICAL HEADINGS WITH A VIEW ON THE DEGRADATION OF ROCK MATERIAL AND ITS COOPERATION WITH ELASTIC LININGS

Summary

The problem of the cooperation of linings and the rock mass, depending on the occurrence of an elastically plastic zone and the degree of rock deformation around cylindrical headings have been dealt with by analyzing the course of the elastic and the failing zone. This analytic solution may serve not only in the case of determining the load exerted upon the lining, but also for testing programmes of numerical analysis by means of the method of finite elements or integral boundary equations.