ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1990
Seria: AUTOMATYKA z.101 Nr kol.1083

Tadeusz Sawik
Akademia Górniczo-Hutnicza

MODELE ZADAŃ KRÓTKOOKRESOWEGO PLANOWANIA PRODUKCJI W ELASTYCZNYM SYSTEMIE PRODUKCYJNYM

Streszczenie. W pracy rozważa się zagadnienie krótkookresowego planowania produkcji w elastycznym systemie obróbki mechanicznej. Obejmuje ono zadanie podziału zlecenia produkcyjnego na oddzielnie realizowane partie części różnego typu oraz zadanie przydziału operacji wraz z narzędziami do maszyn dla każdej partii części. Przedstawiono typowe sformułowania problemu prowadzące do zadań programowania całkowitoliczbowego.

1. Wprowadzenie

Krótkookresowe planowanie produkcji w elastycznym systemie produkcyjnym (ESP) obejmuje dwa podstawowe zadania (por. [9], [11], [12], [15]):

1) Wybór zestawu części (partii produkcyjnej), które będą równocześnie wytwarzane w systemie;
2) Rozdział operacji i wymaganych narzędzi pomiędzy maszyny tak, aby ustaloną partię typów części wykonać przy najlepszym wykorzystaniu potencjału wytwórczego systemu.

Powyższe zadania mogą pojawiać się w różnych wariantach w zależności od konkretnego systemu, jednak zawsze muszą być rozwiązane przed każdorazowym rozpoczęciem wykonywania wybranej partii produkcyjnej.

Pojawienie się pierwszego z powyższych zadań związane jest z faktem ograniczonych pojemności magazynków narzędzi przy obrabiarkach. Magazynki te przeważnie nie są w stanie pomieścić jednocześnie narzędzi wszystkich typów koniecznych dla wykonania wszystkich typów części, na które istnieje zapotrzebowanie. Zadanie wyboru partii produkcyjnej można rozwiązać stosując jedno z poniższych podejść:

a) Podejście sztywne (np. [3]), polegające na podziale zbioru wszystkich typów części na pewną liczbę rozłącznych podzbiorów (partii produkcyjnych), które obejmują typy części przeznaczone do jednoczesnej produkcji. Każda partia części wykonywana jest w oddzielnym okresie i przeważnie wymaga innego zestawu narzędzi. Wszystkie narzędzia konieczne do wykonania danej partii muszą zostać załadowane do magazynków narzędzi odpowiednich obrabiarek zanim rozpocznie się produkcja tej partii. Po wykonaniu danej partii produkcyjnej następuje wymiana narzędzi w magazynkach obrabiarek na narzędzia innego typu, które wymagane są dla produkcji kolejnej partii części.

Praca wykonana w ramach programu RP.I.02.

Taka wymiana wszystkich narzędzi pomiędzy okresami wykonywania kolejnych partii części na ogół wiąże się z kilkugodzinnym (ok. 1 zmiany roboczej) przestojem całego systemu. Najczęściej więc dąży się do podziału zbioru wszystkich typów części na możliwie najmniejszą liczbę partii produkcyjnych. Prowadzi to bowiem do najmniejszych łącznych przestojów systemu związanych z przedstawionym powyżej przygotowywaniem produkcji kolejnych partii.

b) Podejście elastyczne (por. [12]), polegające na bieżącej wymianie pojedynczych narzędzi bez przerywania pracy innych maszyn i bieżącym wprowadzaniu do produkcji kolejnych typów części po każdorazowym zakończeniu wykonywania części wcześniej wybranych do realizacji. Obecnie czasy wymiany narzędzi są niewielkie, a tym samym niewielkie są przestoje systemu. Podejście elastyczne w praktyce jest jednak rzadko stosowane, gdyż wymaga specyficznej organizacji produkcji, której wprowadzenie w wielu typach ESP po prostu jest niemożliwe.

Drugie z wymienionych na wstępie zadań krótkookresowego planowania produkcji sprowadza się do przydzielenia do maszyn poszczególnych operacji wraz z narzędziami dla wybranej partii części tak, aby zapewnić najlepsze wykorzystanie potencjału wytwórczego systemu. Cel ten można osiągnąć poprzez równomierne obciążenie maszyn w taki sposób, aby wszystkie maszyny prawie jednocześnie zakończyły wykonywanie przydzielonych operacji. Umożliwia to bowiem rozpoczęcie procesu wymiany narzędzi bez dodatkowych opóźnień związanych z oczekiwaniem na zakończenie wykonywania operacji przez najbardziej obciążoną maszynę. Tym samym przestój systemu ograniczony zostanie do niezbędnego minimum związanego wyłącznie z wymianą narzędzi.

Obok podstawowego kryterium równomiernego obciążenia maszyn stosuje się również inne kryteria (np. [11]). Na przykład, jeżeli czasy transportu części pomiędzy maszynami są porównywalne z czasami wykonywania operacji, jako kryterium optymalności obciążeń maszyn przyjmuje się minimum liczby przemieszczeń części pomiędzy maszynami [10] lub zrównoważenie dla wszystkich maszyn łącznego czasu wykonywania przydzielonych operacji i transportu dosyłanych części [7].

Przydział operacji do maszyn ustala w sposób jednoznaczny ciąg maszyn, na których wykonywane będą kolejne operacje (tzw. marszrutę technologiczną) dla każdej części wchodzącej w skład partii produkcyjnej. Każdą marszrutę charakteryzuje łączny czas wykonywania operacji i transportu pomiędzy maszynami stanowiący oszacowanie od dołu czasu przepływu części przez system przy zastosowaniu tej marszruty (faktyczny czas przepływu powiększony będzie o ewentualne czasy oczekiwania na kolejne operacje technologiczne lub transportowe). Zadanie obciążenia maszyn czasem formułuje się więc wprost jako problem wyznaczenia optymalnego zestawu marszrut dla wybranej partii części, spośród wszystkich marszrut dopuszczalnych dla każdego typu części. W wyniku otrzymuje się tzw. procentowy udział każdej marszruty w procesie realizacji wybranej partii produkcyjnej, zapewniający najkorzystniejsze obciążenie obrabiarek i systemu transportowego (np. [2]).

Aby zapewnić optymalne wykorzystanie potencjału wytwórczego ESP w całym okresie planowania, należałoby zadania podziału zlecenia na partie produkcyjne i obciążenia maszyn połączyć w jedno zadanie rozwiązywane jednocześnie (np. [1], [4]). Jednakże takie podejście prowadzi do problemu optymalizacji dyskretnej o zbyt dużym rozmiarze. Dlatego powszechnie stosowana jest przedstawiona dekompozycja problemu planowania krótkookresowego, gdyż w praktyce rozwiązanie każdego z wymienionych zadań oddzielnie wymaga już znacznych nakładów obliczeniowych. Stąd szerokie zastosowanie praktyczne różnych metod heurystycznych (np. [5], [13], [15]). Warunek równoczesnego rozwiązania całego problemu planowania krótkookresowego spełnia w pewnym zakresie jedynie podejście elastyczne [12], którego praktyczna stosowalność jest jednak poważnie ograniczona.

W pracy przedstawiono i porównano kilka podstawowych modeli matematycznych, które sprowadzają powyższe zadania krótkookresowego planowania produkcji w ESP do problemów programowania całkowitoliczbowego.

2. Model ogólnego zadania wyznaczania partii produkcyjnych i obciążania maszyn

Rozważmy elastyczny system produkcyjny obejmujący zbiór I maszyn różnego typu (obrabiarki, stanowiska załadunkowo-wyładunkowe, maszyny pomiarowe), w którym wytwarzane są części różnego typu. Wytworzenie części typu $k\in K$ wymaga wykonania ciągu różnych operacji technologicznych $j\in J_k\subseteq J$ (załadunku, obróbki mechanicznej, pomiarów, wyładunku) i transportowych. Czas wykonywania na maszynie i operacji $j\in J(i)\subseteq J$ oznaczymy przez p_{ij}, zaś czas transportu części z maszyny $i\in I$ do maszyny $l\in I$ przez q_{il}. Każda obrabiarka posiada własny magazynek narzędzi o pojemności S_i (rowków narzędziowych), $i\in I$. Wykonanie na maszynie i operacji $j\in J(i)$ wymaga użycia narzędzi odpowiedniego typu $g\in G$ ($a_{gij} = 1$), które łącznie zajmują s_{ij} rowków w magazynku narzędzi obrabiarki i, przy czym pojedyncze narzędzie typu $g\in G$ zajmuje s_g rowków narzędziowych. Znane zapotrzebowanie na części różnego typu generuje odpowiednie zapotrzebowanie na każdą operację $j\in J$. Niech d_j oznacza wymaganą liczbę razy, którą należy wykonać operację j.

Ogólne zadanie krótkookresowego planowania produkcji w ESP polega na podziale zbioru K wszystkich typów części na pewną liczbę rozłącznych podzbiorów (partii produkcyjnych) $b\in B$, z jednoczesnym przydziałem operacji wraz z narzędziami do maszyn dla każdej partii. Liczba $|B|$ ($1\leqslant|B|\leqslant|K|$) wszystkich partii produkcyjnych stanowi zmienną w rozważanym problemie. Podział na partie i obciążenie maszyn powinny być przeprowadzone tak, aby łączny czas przygotowywania produkcji (τ) i wykonywania (C_b) kolejnych partii produkcyjnych nie przekroczył dysponowanego czasu T w całym okresie

Tablica 1. Wykaz oznaczeń podstawowych parametrów i zmiennych

Indeksy	
b	Indeks partii produkcyjnej, $b \in B$
g	Indeks typu narzędzia, $g \in G$
i	Indeks maszyny, $i \in I$
j	Indeks operacji, $j \in J$
k	Indeks typu części, $k \in K$
r	Indeks marszruty, $r \in R$
Parametry wejściowe	
a_{gij}	1 jeżeli wykonanie operacji $j \in J$ na maszynie $i \in I$ wymaga użycia narzędzia typu $g \in G$; 0 inaczej
d_j	Zapotrzebowanie na operację j - wymagana liczba razy, którą należy wykonać operację j
$J(i)$	Zbiór operacji wykonywalnych na maszynie $i \in I$
J_k	Zbiór operacji dla części typu $k \in K$
p_{ij}	Czas wykonywania operacji j na maszynie i
q_{il}	Czas transportu części z maszyny i do maszyny l; $i,l \in I$
s_g	Liczba rowków narzędziowych zajmowanych przez narzędzie typu g
s_{ij}	Liczba rowków narzędziowych zajmowanych w magazynku narzędzi maszyny i przez narzędzia konieczne do wykonania operacji j
S_i	Pojemność magazynku narzędzi maszyny i
T	Łączny dysponowany czas produkcyjny w całym okresie planowania
τ	Czas przygotowania produkcji pojedynczej partii produkcyjnej
Zmienne decyzyjne	
C_b	Długość okresu wykonywania partii produkcyjnej b
t_{bgi}	1 jeżeli dla wykonania partii b narzędzie typu g załadowano do magazynku maszyny i; 0 inaczej
u_{bk}	1 jeżeli część typu k zostaje wybrana w skład partii produkcyjnej b; 0 inaczej
x_{bij}	Liczba operacji j przydzielonych do maszyny i wykonywanych w ramach partii produkcyjnej b
y_{bij}	1 jeżeli $x_{bij} > 0$; 0 inaczej
z_b	1 jeżeli $C_b > 0$; 0 inaczej

planowania, tj. $\tau|B| + \sum_{b \in B} C_b \leq T$. Warunek minimum łącznego czasu przygotowywania produkcji i wykonywania kolejnych partii można przyjąć jako kryterium optymalności dla ogólnego zadania krótkookresowego planowania produkcji w ESP. Sformułowanie takiego zadania przedstawiono poniżej (wykaz oznaczeń podstawowych parametrów wejściowych i zmiennych decyzyjnych zamieszczono w tablicy 1).

Zminimalizować $\sum_{b\in B} C_b + \tau\sum_{b\in B} z_b$ (1)

przy ograniczeniach

$$\sum_{b\in B} u_{bk} = 1, \quad k\in K \tag{2}$$

$$\sum_{i\in I} x_{bij} = d_j u_{bk}, \quad b\in B,\ j\in J_k,\ k\in K \tag{3}$$

$$\sum_{j\in J(i)} p_{ij} x_{bij} \leqslant C_b, \quad b\in B,\ i\in I \tag{4}$$

$$\sum_{g\in G} s_g t_{bgi} \leqslant S_i, \quad b\in B,\ i\in I \tag{5}$$

[PO]

$$\sum_{j\in J(i)} a_{gij} x_{bij} \leqslant \Big(\sum_{j\in J(i)} d_j\Big) t_{bgi}, \quad b\in B,\ g\in G,\ i\in I \tag{6}$$

$$z_b \geqslant \frac{1}{T} C_b, \quad b\in B \tag{7}$$

$$C_b \geqslant 0, \quad b\in B \tag{8}$$

$$t_{bgi} \in \{0,1\}, \quad b\in B,\ g\in G,\ i\in I \tag{9}$$

$$u_{bk} \in \{0,1\}, \quad b\in B,\ k\in K \tag{10}$$

$$x_{bij} \geqslant 0, \text{ całkowite}, \quad b\in B,\ i\in I,\ j\in J \tag{11}$$

$$z_b \in \{0,1\}, \quad b\in B \tag{12}$$

Funkcja celu (1) reprezentuje łączny czas przygotowywania produkcji i wykonywania kolejnych partii typów części. Ograniczenie (2) zapewnia przydział każdego typu części do jednej tylko partii produkcyjnej. Ograniczenie (3) zapewnia wykonanie żądanej liczby sztuk części każdego typu wchodzących w skład danej partii. Ograniczenie (4) definiuje długość okresu wykonywania każdej partii produkcyjnej b, którą wyznacza łączny czas wykonywania operacji na najbardziej obciążonej maszynie. Ograniczenia (5) i (6) zabezpieczają właściwy przydział narzędzi do maszyn. Pierwsze z nich zapewnia, że pojemności magazynków narzędzi przy obrabiarkach nie zostaną przekroczone. Natomiast drugie zapewnia przydział do obrabiarek takich typów narzędzi, które są konieczne dla wykonania przydzielonych operacji. Ograniczenie (6) zabezpiecza jednocześnie przed wielokrotnym przydziałem do obrabiarki narzędzi tego samego typu, które używane są przy wykonywaniu różnych operacji przydzielonych do tej obrabiarki. Na koniec, ograniczenie (7) zapewnia zachowanie warunków podanych w definicji zmiennych z_b.

Powyższy model można by rozbudowywać dodatkowo uwzględniając na przykład ograniczoną liczbę egzemplarzy narzędzia każdego typu, ograniczenia na liczbę dostępnych palet i uchwytów, ograniczoną przepustowość systemu transportowego, czasy transportu części pomiędzy maszynami itd. Jednak już model [P0] jest zadaniem programowania dyskretnego o bardzo dużej liczbie zmiennych i ograniczeń. W praktyce rozwiązanie takiego zadania napotyka olbrzymie trudności. Dlatego powszechnie stosuje się dekompozycję ogólnego modelu [P0] na co najmniej dwa zadania omówione w rozdziale 1, dla których poszukuje się metodami heurystycznymi rozwiązań przybliżonych.

3. Dekompozycja ogólnego zadania krótkookresowego planowania produkcji

Zadanie [P0] można (postępując niezbyt ściśle) zdekomponować na następujące dwa kolejno rozwiązywane problemy:

[P1] - podziału zlecenia produkcyjnego na minimalną liczbę partii;

[P2] - zrównoważenia obciążeń maszyn dla każdej partii.

Sformułowanie zadania [P1] jest następujące

zminimalizować $\sum_{b\in B} z_b$ (13)

przy ograniczeniach (2),(5),(9),(10),(12) oraz

[P1]

$$\overline{\sum_{j\in J(i)\cap J_k} a_{gij} u_{bk}} \leqslant \overline{\Big(\sum_{j\in J(i)\cap J_k} d_j\Big)} t_{bgi}, \quad b\in B,\ g\in G,\ i\in I \tag{14}$$

$$z_b \geqslant \frac{1}{|K|}\sum_{k\in K} u_{bk}, \quad b\in B \tag{15}$$

Funkcja celu (13) zapewnia podział zbioru wszystkich typów części na minimalną liczbę partii produkcyjnych. Ograniczenie (14) zapewnia przydział odpowiednich typów narzędzi do każdej obrabiarki, na której można wykonywać operacje dla części wybranych w skład danej partii. Zachowanie warunków podanych w definicji zmiennych z_b zapewnia ograniczenie (15).

Z kolei, dla każdej partii b obejmującej części typu $k\in K_b = \{k:\ u_{bk}=1\}$, rozdział operacji wraz z narzędziami pomiędzy maszyny wyznacza się poprzez rozwiązanie zadania [P2].

Zminimalizować C_b (16)

przy ograniczeniach (4),(5),(6),(8),(9),(11) dla ustalonego b oraz

[P2]

$$\sum_{i\in I} x_{bij} = d_j, \quad j\in J_k,\ k\in K_b \tag{17}$$

Funkcja celu (16) zapewnia minimalną długość okresu wykonywania partii produkcyjnej b, a ograniczenie (17) wykonanie żądanych liczb sztuk części każdego typu wybranych w skład tej partii.

Problem [P1] stanowi uogólnienie m-wymiarowego problemu pakowania (m oznacza liczbę obrabiarek), por. [5]. Zadanie podziału zbioru K wszystkich typów części na minimalną liczbę partii produkcyjnych można interpretować jako problem pakowania $|K|$ m-wymiarowych przedmiotów do minimalnej liczby pojemników. Dla każdego typu części, i-ty wymiar ($i \in I$) określony jest przez liczbę rowków, które w magazynku narzędzi i-tej obrabiarki zajmują narzędzia wymagane do wykonania na niej wszystkich operacji dla tej części. Zadanie takie można rozwiązać za pomocą jednego z opracowanych dla problemu pakowania heurystycznych algorytmów dopasowywania przedmiotów do pojemników. W algorytmie [5] każdej obrabiarce przypisuje się ponadto wagę w_i będącą stosunkiem bieżącego zapotrzebowania na miejsce, które w magazynku narzędzi tej obrabiarki zajmować będą narzędzia konieczne dla wykonania wszystkich pozostałych operacji, do pojemności S_i tego magazynku, tzn.

$$w_i = \sum_g \sum_j a_{gij} s_g / S_i$$

W każdym kroku algorytmu w skład danej partii produkcyjnej spośród pozostałych typów części wybiera się taki typ $\bar{k}$, dla którego łączne ważone zapotrzebowanie na miejsce we wszystkich magazynkach narzędzi osiąga maksimum, tzn.

$$\bar{k} = \arg\left[\max_k \left\{ \sum_{i \in I} w_i \left(\sum_{g \in G} \sum_{j \in J(i) \cap J_k} a_{gij} s_g \right) \right\}\right]$$

Procedurę wyboru kolejnych typów części do danej partii kontynuuje się dotąd, dopóki nie wyczerpany zostanie zbiór nie przydzielonych jeszcze typów części lub nie zapełnimy wszystkich magazynków narzędzi. W tym ostatnim przypadku przechodzimy do kompletowania kolejnej partii produkcyjnej.

Podobnie jak dla [P1], również dla problemu [P2] w praktyce stosuje się różne algorytmy heurystyczne. Rozdział operacji pomiędzy maszyny wyznaczony na podstawie modelu [P2] powinien zapewnić zrównoważenie obciążeń maszyn dla każdej partii produkcyjnej. Dla zrównoważenia obciążeń najczęściej wykorzystywane są heurystyki oparte na regule najdłuższego czasu wykonywania operacji. Dla ustalonej partii produkcyjnej, części, które mogą być wykonywane na danej maszynie, porządkuje się w kolejności nierosnących czasów wykonywania operacji. W każdej iteracji maszyny rozpatrywane są w kolejności niemalejących aktualnych obciążeń. Do najmniej obciążonej maszyny przydzielana jest część, która wymaga najdłuższego czasu wykonywania na tej maszynie i nie powoduje naruszenia ograniczeń pojemności magazynków narzędzi. Zapotrzebowanie na poszczególne typy części wykorzystuje się jako wagi przypisywane czasom wykonywania odpowiednich operacji. Znane są różne warianty powyższego podejścia, uwzględniające specyfikę konkretnej sytuacji praktycznej, np. [4], [5], [13], [15].

We wszystkich podanych powyżej modelach istotną rolę odgrywają ograniczenia typu (5), (6) związane z przydziałem narzędzi do obrabiarek. Przedstawione sformułowania wymagają wprowadzenia dużej liczby 0-1 zmiennych t_{bgi} (dla każdego typu narzędzia $g \in G$) i odpowiednich ograniczeń. Zamiast zmiennych t_{bgi} i ograniczeń (5), (6) można wprowadzić mniejszą liczbę zmiennych y_{bij} (definicja w Tablicy 1) i następujące ograniczenie (por.[11])

$$\sum_{j\in J(i)} s_{ij}y_{bij} - \sum_{ei\in E_i} (-1)^{|Q_{ei}|} \bar{s}_{ei}\Big(\prod_{j\in Q_{ei}} y_{bij}\Big) \leqslant S_i, \quad b\in B,\ i\in I \qquad (5')$$

W powyższym ograniczeniu Q_{ei} oznacza podzbiór zbioru J(i), zaś $\bar{s}_{ei}$ liczbę rowków narzędziowych zajmowanych w magazynku obrabiarki i przez narzędzia wspólne dla operacji z podzbioru $Q_{ei} \subseteq J(i)$. Zbiór numerów wszystkich podzbiorów Q_{ei}, dla których $\bar{s}_{ei} \neq 0$, oznaczono przez E_i, $E_i = \{ei: \bar{s}_{ei} \neq 0, Q_{ei} \subseteq J(i)\}$.

Lewa strona (5') jest wynikiem znanej z kombinatoryki zasady włączania-wyłączania stosowanej dla wyznaczenia mocy zbioru będącego połączeniem wielu przecinających się podzbiorów.

Pomimo nieliniowego charakteru ograniczenia (5') jest ono często stosowane, np. [4], [13], w szczególności jeśli poszukiwane są rozwiązania przybliżone zadań [P1] i [P2].

4. Problem obciążenia maszyn z uwzględnieniem transportu międzyoperacyjnego

W przedstawionych modelach pomijane były czasy transportu części pomiędzy maszynami, jako dużo mniejsze w porównaniu z czasami wykonywania operacji. Jeżeli jednak w konkretnym przypadku czasy transportu q_{il} będą porównywalne z czasami wykonywania operacji p_{ij}, to model matematyczny zadania krótkookresowego planowania produkcji powinien również uwzględniać transport międzyoperacyjny. Obecnie przedstawimy sformułowanie zadania rozdziału operacji i narzędzi dla wybranej partii produkcyjnej b, w którym jako kryterium optymalności przyjęto zrównoważenie obciążeń maszyn i przepływów międzyoperacyjnych w systemie.

Wprowadźmy następujące dodatkowe oznaczenia:

- j_{k0}, j_{kn} — odpowiednio, operacja załadunku oraz ostatnia operacja technologiczna bezpośrednio poprzedzająca operację wyładunku, dla części typu k;
- $j+1$ — operacja bezpośrednio następująca po j;
- L, UL — odpowiednio, zbiór stanowisk załadunkowych ($L \subseteq I$) oraz zbiór stanowisk wyładunkowych ($UL \subseteq I$) w systemie;
- f_{ilj} — zmienna decyzyjna - liczba części typu k ($j\in J_k$) przesyłanych z maszyny i, na której wykonano operację j, do maszyny l w celu wykonania operacji następnej j+1;
- PT — zmienna reprezentująca łączną długość okresu wykonywania operacji technologicznych i transportowych dla wybranej partii produkcyjnej.

Zadanie [P3] wyznaczenia optymalnych przepływów części f_{ilj} można sformułować następująco (por. [7], [8]):

zminimalizować PT (18)

przy ograniczeniach

$$\sum_{l\in L}\sum_{i\in I} f_{ilj} = d_j,\quad j=j_{k0},\ k\in K_b \tag{19}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{l\in UL} f_{ilj} = d_j,\quad j=j_{kn},\ k\in K_b \tag{20}$$

[P3]

$$\sum_{l\in I\setminus(L\cup UL)} (f_{ilj} - f_{ilj+1}) = 0,\quad i\in I\setminus(L\cup UL),\ j\in J(i) \tag{21}$$

$$\sum_{j\in J(i)} p_{ij}\Big(\sum_{l\in I} f_{ilj}\Big) + \sum_{l\in I} q_{li}\Big(\sum_{j\in J(i)} f_{ilj}\Big) \leqslant PT,\quad i\in I \tag{22}$$

$$\sum_{g\in G} s_g t_{bgi} \leqslant S_i,\quad i\in I \tag{23}$$

$$\sum_{j\in J(i)}\sum_{l\in I} a_{gij} f_{ilj} \leqslant \Big(\sum_{j\in J(i)} d_j\Big) t_{bgi},\quad g\in G,\ i\in I \tag{24}$$

$$f_{ilj} \geqslant 0,\ \text{całkowite},\quad i,l\in I,\quad j\in J \tag{25}$$

$$PT \geqslant 0 \tag{26}$$

$$t_{bgi} \in \{0,1\},\quad g\in G,\ i\in I \tag{27}$$

Ograniczenia (19) i (20) zapewniają wykonanie żądanej liczby sztuk każdego typu części wybranych w skład partii produkcyjnej. Równanie (21) jest warunkiem zachowania ciągłości przepływu w systemie dla każdej maszyny i operacji. Ograniczenie (22) definiuje długość okresu czasu wykonywania operacji technologicznych i transportowych dla całej partii produkcyjnej. Przydział odpowiednich narzędzi do maszyn zapewniają ograniczenia (23), (24).

Rozwiązanie zadania [P3] pozwala jednocześnie wyznaczyć przydziały operacji do maszyn (zmienne x_{bij}) poprzez sumowanie odpowiednich przepływów

$$x_{bij} = \sum_{l\in I} f_{ilj},\quad i\in I,\ j\in J(i)$$

Zauważmy, że problem [P3] , w którym pominięto by ograniczenia (23) i (24) związane z załadunkiem narzędzi, jest zadaniem optymalizacji przepływów w sieci.

4.1. Zadanie wyboru marszrut technologicznych

Przedstawiony poniżej problem wiąże się z wyborem optymalnego zestawu marszrut przepływu przez system dla części wchodzących w skład danej partii produkcyjnej. Pośrednio ustalany jest również rozdział operacji wraz z narzędziami pomiędzy maszyny, uwzględniający zarówno czasy wykonywania operacji, jak i transportu części.

Jak wspomniano we wstępie, pod pojęciem marszruty przeważnie rozumie się ciąg maszyn, na których wykonywane są kolejne operacje dla danej części. Dla uproszczenia notacji w dalszym ciągu przyjmiemy, że marszruta jest jednoznacznie określona przez ciąg maszyn oraz typ części. Ten sam ciąg maszyn, na których wykonywane są kolejne operacje dla kilku różnych typów części, reprezentować będzie kilka różnych marszrut. Tym sposobem każdej marszrucie jednoznacznie odpowiadać będzie tylko jeden typ części, dla której wytworzenia można tę marszrutę zastosować.

Przyjmiemy następujące dodatkowe oznaczenia

R zbiór wszystkich marszrut, $r\in R$

R_k zbiór marszrut dla części typu k

$R(i)$ zbiór marszrut przechodzących przez maszynę i

a_{gir} 1 jeżeli wykonanie części typu k ($r\in R_k$) wg. marszruty r wymaga użycia narzędzia typu g na maszynie i; 0 inaczej

c_i dysponowany czas produkcyjny (liczba maszynogodzin) na maszynie i

d_k zapotrzebowanie (liczba sztuk) na część typu k

h_{ir} sumaryczny czas wykonywania na maszynie i wszystkich operacji dla części wytwarzanej wg marszruty r

p_r łączny czas wykonywania wszystkich operacji technologicznych i transportowych dla części wytwarzanej wg marszruty r

v_r zmienna decyzyjna - liczba sztuk części typu k ($r\in R_k$) wykonywanych wg marszruty r

Zadanie optymalizacji zestawu marszrut dla wybranej partii produkcyjnej sformułowano poniżej.

Zminimalizować $$\sum_{r\in R} p_r v_r \tag{28}$$

przy ograniczeniach

$$\sum_{r\in R_k} v_r = d_k, \quad k\in K_b \tag{29}$$

$$\sum_{r\in R(i)} h_{ir} v_r \leqslant c_i, \quad i\in I \tag{30}$$

[P4] $$\sum_{g\in G} s_g t_{bgi} \leqslant S_i, \quad i\in I \tag{31}$$

$$\sum_{r\in R(i)} a_{gir} v_r \leqslant \Big(\sum_{k\in K_b} d_k\Big) t_{bgi}, \quad g\in G,\ i\in I \tag{32}$$

$$t_{bgi} \in \{0,1\}, \quad g\in G,\ i\in I \tag{33}$$

$$v_r \geqslant 0, \ \text{całkowite}, \quad r\in R \tag{34}$$

Funkcja celu (28) reprezentuje łączny czas przepływu przez system (bez uwzględniania czasów oczekiwania) wszystkich części wchodzących w skład danej partii produkcyjnej b. Ograniczenie (29) zapewnia wykonanie żądanych liczb sztuk części każdego typu wchodzących w skład partii produkcyjnej. Ograniczenie (30) zapewnia, że łączny czas wykonywania operacji na każdej maszynie nie przekroczy dysponowanego czasu produkcyjnego. Przydział właściwych narzędzi do maszyn zapewniają ograniczenia (31) i (32).

W praktyce zadanie [P4] czasem rozwiązywane jest przy pominięciu ograniczeń (31) i (32) oraz warunku całkowitoliczbowości zmiennych v_r. Otrzymane w wyniku niecałkowitoliczbowe wartości zmiennych v_r interpretuje się jako proporcje udziału poszczególnych marszrut w optymalnym zestawie marszrut dla danej partii typów części.

5. Podsumowanie

Przedstawione modele zadań krótkookresowego planowania produkcji w ESP są reprezentatywne dla rozważanej klasy problemów, chociaż nie wyczerpują całej rozmaitości spotykanych sformułowań. Dla omawianych zadań horyzont czasowy zwykle obejmuje od jednej (np. 8 godzin) do kilkunastu zmian roboczych (np. tydzień). Rozwiązanie każdego zadania musi być znane zanim rozpocznie się wytwarzanie wybranej partii typów części tak, aby system mógł być odpowiednio wcześnie przygotowany do produkcji.
Przedstawione modele są zadaniami programowania całkowitoliczbowego, przeważnie liniowego. Jednak w praktyce nie zawsze możliwe jest stosowanie do ich rozwiązania gotowych pakietów programów dla programowania dyskretnego. Spowodowane to jest zarówno dużymi rozmiarami tych zadań dla rzeczywistych danych, jak też kombinatorycznym charakterem rozważanych problemów, ujawniającym się podczas bliższej ich analizy. Stąd szerokie zastosowanie różnych algorytmów heurystycznych poczynając od hierarchicznej dekompozycji zadań na mniejsze rozwiązywane sekwencyjnie i iteracyjnie, poprzez różnego typu heurystyki z zakresu optymalizacji kombinatorycznej.

W przedstawionych modelach nie można uwzględniać wielu szczegółowych charakterystyk systemu, które mają wpływ na rzeczywisty stopień wykorzystania jego potencjału wytwórczego. Modele te uwzględniają na ogół tylko czasy wykonywania operacji. Wprowadzenie na poziom planowania produkcji dodatkowo czasów transportu (modele [P3], [P4] - por. [7], [8]) pozwala na nieco lepsze dostosowanie rozwiązań do rzeczywistości. Jednak dopiero szczegółowy harmonogram operacji technologicznych i transportowych wyznaczony dla ustalonego na poziomie planowania rozdziału operacji pomiędzy maszyny, pozwala na ocenę rzeczywistej jakości wyników krótkookresowego planowania produkcji [6], [8], [9].

Na koniec należy wspomnieć, iż obok przedstawionych modeli typu programowania matematycznego i optymalizacji kombinatorycznej w zadaniach planowania produkcji w ESP wykorzystuje się również, chociaż w mniejszym zakresie, modele typu sieci kolejkowych oraz modele symulacyjne, np. [14].

LITERATURA

[1] Afentakis P., Solomon M.M., Millen R.A.: The part-type selection problem. W: K.E. Stecke, R. Suri (red.):FMS-3, Operations Research Models and Applications. Elsevier, Amsterdam 1989, 141-146.

[2] Bastos J.M.: Batching and routing - Two functions in the operational planning of flexible manufacturing systems. European J. of Operational Research, vol.33 (1988) 230-244.

[3] Hwang S.: Part selection problems in flexible manufacturing systems planning stage. W: K.E. Stecke, R. Suri (red.): FMS-2, Operations Research Models and Applications. Elsevier, Amsterdam 1986, 297-309.

[4] Mazzola J.B., Neebe A.W., Dunn C.V.R.: Production planning of a flexible manufacturing system in a material requirements planning environment. Intern. J. of FMSs, vol.1(1989) 115-142.

[5] Rajagopalan S.: Formulation and heuristic solutions for parts grouping and tool loading in flexible manufacturing systems. W: K.E. Stecke, R. Suri (red.):FMS-2, Operations Research Models and Applications. Elsevier, Amsterdam 1986, 311-320.

[6] Sawik T.: Harmonogramowanie produkcji w elastycznym systemie produkcyjnym. Zeszyty Naukowe Pol. Śląskiej, Automatyka z.96, 1988, 129-142.

[7] Sawik T.: Optimal machine loading and part routing in FMS by integer programming. Zeszyty Naukowe AGH, Automatyka z.49, 1989, 287-295.

[8] Sawik T.: Operation scheduling and vehicle routing in an FMS. Proceedings of the Conference on the Practice and Theory of Operations Management, Paris, AFCET 1989, 31-38.

[9] Sawik T.: Modelling and scheduling of a flexible manufacturing system. European J. of Operational Research, vol.46 (1990), special issue "OR for Engineers".

[10] Shanker K., Rajamarthanden S.: Loading problem in FMS - Part movement minimization. W: K.E. Stecke, R. Suri (red.): FMS-3, Operations Research Models and Applications. Elsevier, Amsterdam 1989, 99-104.

[11] Stecke K.E.: Formulation and solution of nonlinear integer production planning problems for flexible manufacturing systems. Management Science, vol.29 (1983) 283-288.

[12] Stecke K.E., Kim I.: A study of FMS part type selection approaches for short-term production planning. Intern. J. of FMSs, vol.1(1988) 7-30.

[13] Stecke K.E.: Algorithms for efficient planning and operation of a particular FMS. Intern. J. of FMSs, vol.1 (1989) 287-324.

[14] Van Vliet M., Van Wassenhove L.N.: Operational Research techniques for analyzing flexible manufacturing systems. Research Memorandum No.TI-1989/16, Tinbergen Institute, Rotterdam 1989.

[15] Whitney C.K., Gaul T.S.: Sequential decision procedures for batching and balancing in FMS. W: K.E. Stecke, R. Suri (red.): FMS-1, Operations Research Models and Applications. Elsevier, Amsterdam 1984.

Recenzent: Prof.dr inż.H.Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

MODELS OF SHORT-TERM PRODUCTION PLANNING IN FLEXIBLE MANUFACTURING SYSTEMS

S u m m a r y

In this paper a short-term production planning of a flexible machining system is considered. The planning problem consists of the batching problem (partition of a set of part types into disjoint subsets of part types for simultaneous manufacturing) and the machine loading problem (allocation of the operations and required tools of the selected part types among the machines with limited capacity tool magazines). Typical integer programming formulations of the planning problems are provided and discussed.

МОДЕЛИ ЗАДАЧ КРАТКОСРОЧНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВА В ГИБКОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ

Р е з ю м е

В работе рассмотрен вопрос краткосрочного планирования производственного процесса в гибкой системе механической обработки. Оно охватывает задачу разложения производственного заказа на отдельно реализуемые партии деталей разного типа, а также задачу распределения операций вместе с орудиями производства для машин для каждой партии деталей. Представлены типичные формулировки проблемы ведущие к задачам целочисленного программирования.