

Franciszek Marecki

Politechnika Śląska

## RÓWNANIA STANU LINII TECHNOLOGICZNEJ Z ROBOTAMI SUWNICOWYMI \*

Streszczenie. W referacie wyprowadzono równania stanu procesu obsługi i transportu obiektów na linii technologicznej z robotami suwnicowymi. Równania te mają postać zależności czasowych i logicznych.

1. Wstęp

Dla sterowania elastycznymi systemami produkcyjnymi potrzebne są odpowiednie modele matematyczne [2], [3]. Spośród różnych koncepcji przedstawiania takich modeli rozwijane jest podejście oparte na równaniach stanu [4],[5], [6]. Podejście to ma znaczenie praktyczne [1], a ponadto daje pewne analogie pomiędzy procesami ciągłymi i dyskretnymi.

W referacie wyprowadzono równania stanu procesu obsługi i transportu obiektów na linii technologicznej z robotami suwnicowymi. Równania te mają postać zależności czasowych i logicznych.

2. Sformułowanie problemu

Założmy, że dana jest linia składająca się z agregatów  $A_1, \dots, A_m, \dots, A_M$ , pomiędzy którymi nie ma magazynów buforowych. Na linii tej należy obsługiwać obiekty  $\omega_n$  należące do zbioru  $\Omega$ . Liczba tych obiektów wynosi  $N$ . Marszruta technologiczna każdego obiektu jest taka sama i przechodzi przez kolejne agregaty od  $A_1$  do  $A_M$ .

Dana jest macierz czasów obsługi obiektów w agregatach:

$$\Theta = \left[ \theta_{m,n} \right] \quad \begin{matrix} m = 1, \dots, M \\ n = 1, \dots, N \end{matrix} \quad (1)$$

gdzie:  $\theta_{m,n}$  - czas obsługi obiektu w  $m$ -tym agregacie.

Obiekty są przesuwane pomiędzy agregatami za pomocą robota przemysłowego.

\* / Praca wchodzi w zakres Programu RP.I.02 w temacie 4.1

Dana jest macierz czasów transportu poziomego:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_{\mu, m} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \mu = 0, 1, \dots, M, M+1 \\ m = 0, 1, \dots, M, M+1 \end{array} \quad (2)$$

gdzie:  $\tau_{\mu, m}$  - czas transportu od  $\mu$ -tego do  $m$ -tego agregatu.

Przyjmujemy, że punkt załadunkowy linii jest oznaczony numerem 0, a punkt wyładunkowy numerem  $M+1$ .

Robot w położeniu spoczynkowym znajduje się nad pewnym agregatem w pozycji górnej. Zatem położenie robota jest dyskretne - może się on znajdować w jednym z  $M+2$  punktów. Przeniesienie obiektu z agregatu  $A_i$  do agregatu  $A_j$ , gdy robot znajduje się nad agregatem  $A_m$ , polega na:

- przesunięciu w górnej pozycji z punktu  $m$  do  $i$ ,
- przesunięciu w punkcie  $i$  z pozycji górnej do dolnej, a następnie powrót do pozycji górnej,
- przesunięciu w górnej pozycji z punktu  $i$  do  $j$ ,
- przesunięciu w punkcie  $j$  z pozycji górnej do dolnej, a następnie powrót do pozycji górnej.

Jak widać, należy rozróżnić ruchy poziome robota (pomiędzy położeniami  $i$  oraz  $j$ ) od ruchów pionowych (pomiędzy pozycjami górną i dolną w danym położeniu). W dalszym ciągu założymy, że dany jest wektor czasów transportu pionowego:

$$\tau^v = \begin{bmatrix} \tau_m \end{bmatrix} \quad m = 0, 1, \dots, M, M+1 \quad (3)$$

gdzie:  $\tau_m$  - czas przejścia pomiędzy pozycjami w  $m$ -tym położeniu (nad agregatem  $A_m$ ).

Przyjmujemy, że czas przesunięcia robota w górę jest taki sam jak czas przesunięcia robota w dół.

### 3. Stan systemu

Stan robota w procesie można określić podając jedynie jego położenie. Jeśli robot znajduje się w położeniu  $m$ , a podejmowana jest decyzja o wykonaniu zadania "przenieść obiekt z  $A_i$  do  $A_j$ " - to kolejnym istotnym stanem robota będzie położenie.

Def. 1. Stan robota jest skalarem  $P$ , gdzie:

$$P \in \langle 0, 1, \dots, M, M+1 \rangle \quad (4)$$

Robot znajduje się w kolejnych stanach w kolejnych istotnych chwilach  $t^0 = 0, t^1, \dots, t^k, \dots, t^K$ , gdzie:  $K$  - liczba wyróżnionych stanów istotnych.

Zatem stany robota można oznaczyć jako:



Def. 2a. Stan agregatu  $A_m$  jest wektorem

$$X_m = [x_{i,m}] \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

Elementy tego wektora określone są następująco:

$$x_{1,m} = \begin{cases} n, & \text{jeśli w agregacie znajduje się obiekt } n\text{-tego typu} \\ 0, & \text{jeśli agregat jest pusty} \end{cases} \quad (7a)$$

$$x_{2,m} = \begin{cases} \rho_{m,n}, & \text{jeśli } x_{1,m} = n \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (7b)$$

$$x_{3,m} = \begin{cases} t_{m,n}^1, & \text{jeśli } x_{1,m} = n \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (7c)$$

$$x_{4,m} = \begin{cases} t_{m,n}^2, & \text{jeśli } x_{1,m} = n \\ 0, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (7d)$$

gdzie:  $\rho_{m,n}$  - chwila rozpoczęcia obsługi obiektu  $n$ -tego typu w  $m$ -tym agregacie.

$t_{m,n}^1$  - chwila zakończenia obsługi obiektu  $n$ -tego typu w  $m$ -tym agregacie.

$t_{m,n}^2$  - chwila usunięcia obiektu  $n$ -tego typu z agregatu  $A_m$ .

Zatem zakładamy, że

$$t_{m,n}^1 \leq t_{m,n}^2 \quad (8)$$

W praktyce sterowanie procesem galwanizacji musi być oparte na rejestracji pewnych stanów, zatem można założyć, że w chwili  $t_{m,n}^1$  rejestrowany jest sygnał zakończenia operacji obsługi obiektu  $n$ -tego typu w agregacie  $A_m$ . Od tej chwili robot suwnicowy może rozpocząć ruch pionowy z położenia górnego do położenia dolnego nad agregatem  $A_m$ .

Wynika z tego, że nierówność (8) przyjmie postać:

$$t_{m,n}^1 + \tau_m^v \leq t_{m,n}^2 \quad (8a)$$

Robot wykonując pionowe ruchy blokuje dostęp do agregatu  $A_m$  przez czas  $2\tau_m^v$ . Zatem przyjmując interpretację usunięcia obiektu z agregatu jako zwolnienia blokady tego agregatu, należy napisać:

$$t_{m,n}^1 + 2\tau_m^v \leq t_{m,n}^2 \quad (8b)$$

Różnica pomiędzy chwilami  $t_{m,n}^2$  i  $t_{m,n}^1$  może być większa niż  $2\tau_m^v$ . W takim przypadku założymy, że w chwili  $t_{m,n}$  następuje odcięcie dopływu

energii do agregatu  $A_m$ . Załóżmy, że obiekt oczekuje w agregacie tak jak w magazynie buforowym.

Def. 2b. Stan linii galwanizerskiej jest macierzą:

$$X = [x_{i,m}] \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, 4 \\ m = 1, \dots, M \end{array} \quad (9)$$

Jak widać,  $m$ -ta kolumna tej macierzy jest stanem  $m$ -tego agregatu.

Na podstawie macierzy (9) można określić, co dzieje się w agregatach w dowolnej chwili czasu. Z punktu widzenia przebiegu procesu w agregacie istotne znaczenie mają chwile  $\rho_{m,n}$ ,  $t_{m,n}^1$  i  $t_{m,n}^2$ . W chwili  $\rho_{m,n}$  następuje włączenie dopływu energii do agregatu  $A_{m,n}$  a w chwili  $t_{m,n}^1$  wyłączenie. W przedziale czasu od  $\rho_{m,n}$  do  $t_{m,n}^1$  agregat jest zajęty.

Jeżeli przyjmiemy, że czasy  $\theta_{m,n}$  są stałe, to

$$t_{m,n}^1 = \rho_{m,n} + \theta_{m,n} \quad (10)$$

Zatem w stanie (9) można pominąć kolumnę z chwilami  $t_{m,n}^1$ .

Można przyjąć, że istotne chwile procesu są określone przez stan robota. Chwila  $\rho_{m,n}$  wynika z dostarczenia przez robot obiektu  $\omega_n$  do agregatu  $A_m$ . Przyjmiemy, że agregat  $A_m$  rozpoczyna obsługę obiektu  $\omega_n$  w chwili  $\rho_{m,n}$ , gdy robot powróci do górnego położenia nad  $A_m$ . Analogicznie w chwili zwolnienia agregatu  $A_m$  (tzn.  $t_{m,n}^2$ ) robot znajduje się w górnym położeniu nad  $A_m$ .

#### 4. Sterowanie

Sterowanie linią galwanizerską (przy stałych czasach  $\theta_{m,n}$ ) polega na sterowaniu robotem suwnicowym. Załóżmy, że w chwili  $t^{k-1}$  robot znajduje się nad agregatem  $A_i$  w górnym położeniu. Robot ten powinien przenieść obiekt  $\omega_n$  z agregatu  $A_m$  do agregatu  $A_{m+1}$ . Aby wykonać to zadanie, robot wykonuje następujące operacje:

- transport poziomy od  $A_i$  do  $A_m$ .
- przeładunek obiektu  $\omega_n$  z  $A_m$  do  $A_{m+1}$ .

Wyróżnienie tych dwóch operacji wynika z faktu, że w przypadku ogólnym jeżeli robot znajduje się nad agregatem  $A_i$ , to można podjąć decyzję o transporcie do różnych agregatów. Ponadto w przypadku ogólnym jeżeli robot znajduje się nad agregatem  $A_m$ , to można podjąć decyzję o przeładunku obiektu  $\omega_n$  do alternatywnych agregatów (jeśli mogą wykonać kolejną operację). Należy również dodać, że robot może być przetransportowany od  $A_i$  do punktów skrajnych (wejściowego lub wyjściowego).

Reasumując, przyjmiemy, że stan systemu będzie określany w chwilach

istotnych, tzn. w chwilach rozpoczęcia i zakończenia przez robot odpowiedniej operacji.

Sterowanie robotem suwnicowym ma określać parametry operacji, którą ma on wykonać. Sterowanie to jest ograniczone stanem systemu, ponieważ:

a) Jeżeli robot znajduje się w punkcie wejściowym (umownie nad agregatem  $A_0$ , gdzie pobiera objekty), to może wykonać następujące operacje:

Oczekiwanie - postój w  $A_0$  do zadanej chwili (czyli kolejnej chwili istotnej).

Załadunek - pobranie pewnego obiektu w  $A_0$  i przeniesienie do  $A_m$ . W takim przypadku ulokowanie obiektu  $\omega_n$  w  $A_m$  musi być możliwe bez przerywania operacji. Gdyby operacja załadunku miała być przerwana (bo  $A_m$  byłby zajęty), to należy opóźnić rozpoczęcie operacji załadunku. Tym samym w  $A_0$  musi wystąpić operacja Oczekiwanie.

Transport - przesunięcie robota z  $A_0$  do pewnego agregatu  $A_m$  bez obiektu. Taka sytuacja może wystąpić w stanie początkowym, gdy robot znajdował się w  $A_0$ , natomiast pierwszym zadaniem ma być przeładunek lub wyładunek obiektów.

b) Jeżeli robot znajduje się na linii (w agregatach  $A_1, \dots, A_m, \dots, A_M$ ), to może wykonać następujące operacje:

Oczekiwanie - postój w  $A_m$  do zadanej chwili ("kolejnej chwili istotnej"). Postój może wynikać z oczekiwania na zakończenie procesu w  $A_m$ , lub oczekiwania na zakończenie procesu w  $A_j$ , do którego robot ma być przetransportowany. Robot bez obiektu może oczekiwać w dowolnym punkcie. Zatem można oczekiwać w  $A_m$  tak długo, by po transporcie do  $A_j$  bez oczekiwania przystąpić do przeładunku lub załadunku. Można również przetransportować robot z  $A_m$  do  $A_j$ , a następnie oczekiwać na zakończenie procesu w  $A_j$ . Robot z obiektem nie może oczekiwać na zakończenie procesu w  $A_j$ . Taka sytuacja nie wystąpi, jeśli w automacie galwanizerskim jest jeden robot, lecz może wystąpić przy dwóch robotach.

Przeładunek - przesunięcie obiektu  $\omega_n$  z  $A_m$  do  $A_j$  bez przerywania operacji.

Transport - przesunięcie robota z  $A_m$  do innego punktu ( $A_0, A_{M+1}$  lub  $A_j$  dla  $j \neq m$ ) bez obiektu. Przesunięcie do  $A_0$  może być spowodowane chęcią załadunku kolejnego obiektu lub spełnienia warunku końcowego procesu. Również przesunięcie do  $A_{M+1}$  może wynikać z konieczności spełnienia warunku końcowego procesu.

Wyladunek - przeniesienie obiektu z  $A_m$  do  $A_{m+1}$  bez ograniczeń czasowych.

c) Jeżeli robot znajduje się w punkcie wyjściowym, to może wykonać następujące operacje:

Oczekiwanie - postój w  $A_0$  do zadanej chwili istotnej.

Transport - przesunięcie bez obiektu do punktów  $A_0, A_1, \dots, A_m, \dots, A_M$ .

Na podstawie powyższej analizy wnioskujemy, że sterowanie robotem suwnicowym powinno określać następujące informacje:

- typ operacji (oczekiwanie, transport, załadunek, przeładunek lub wyladunek),
- typ przenoszonego obiektu ( $n=1, \dots, N$ , przyjmujemy  $n=0$ , jeśli robot nie przenosi obiektu),
- położenie początkowe ( $m=0, 1, \dots, M, M+1$ ),
- położenie końcowe ( $m=0, 1, \dots, M, M+1$ ),
- chwila rozpoczęcia operacji,
- chwila zakończenia operacji.

Jest to kompletna informacja o pracy robota. Niektóre elementy wyszczególnione wyżej są zależne (np. czas zakończenia operacji) od innych elementów. Ponadto położenie początkowe robota jest jego stanem. Pomimo tych redundancji można przyjąć następującą definicję sterowania:

Def. 3. Sterowanie robotem jest wektorem

$$U = [ u_i ] \quad i = 1, \dots, d \quad (11)$$

- gdzie:  $u_1$  - typ operacji,  
 $u_2$  - typ przenoszonego obiektu,  
 $u_3$  - położenie początkowe,  
 $u_4$  - położenie końcowe,  
 $u_5$  - chwila początkowa,  
 $u_6$  - chwila końcowa.

Przyjmijemy następujące kody operacji:

- 0 - Oczekiwanie,
- 1 - Załadunek,
- 2 - Wyladunek,
- 3 - Przeładunek,
- 4 - Transport.

Stan i sterowanie procesem zmienia się w chwilach istotnych.

### 5. Analiza

Założmy, że stan systemu będzie określany w chwilach istotnych:

$$T^0, T^1, \dots, T^k, \dots, T^k$$

gdzie:  $T^0$  - chwila początkowa,

$T^k$  - chwila końcowa.

Przyjmujemy, że

$$T^0 = 0 \quad (12)$$

natomiast chwila  $T^k$  na ogół nie jest znana.

Jeżeli celem sterowania procesem galwanizacji jest minimalizacja czasu obsługi danej liczby obiektów, to należy wyznaczyć minimalną chwilę  $T^k$ . W przypadku, gdy do linii dopływa nieskończony strumień obiektów, których parametry (chwila pojawienia się oraz typ) nie są znane w chwili  $T^0$ , to można analizować sterowanie w zadanym przedziale czasu  $[T^0, T]$ , gdzie:  $T^k \leq T$ . Jako kryterium sterowania przyjmuje się wówczas minimalizację czasu przestoju agregatów.

Przedstawione dwie skrajne sytuacje:

-dany jest zbiór obiektów w chwili  $T^0$ ,

-do linii dociera nieskończony strumień obiektów, o parametrach nie znanych w chwili  $T^0$

implikują dwa skrajne sposoby sterowania.

Jeśli w chwili  $T^0$  określony jest komplet danych, to można wyznaczyć (teoretycznie) harmonogram procesu - minimalizując  $T^k$ . Gdy w chwili  $T^0$  nie ma kompletu danych, to trzeba sterować operatywnie. Sterowanie operatywne polega na podejmowaniu decyzji w znanym stanie w oparciu o heurystyki, które nie gwarantują optymalności.

Stan agregatów linii galwanizerskiej w kolejnych chwilach istotnym jest ciągiem macierzy

$$X^0, X^1, \dots, X^k, \dots, X^k$$

gdzie:  $X^0$  - stan początkowy,

$X^k$  - stan końcowy.

Stan początkowy  $X^0$  jest dany, natomiast stan końcowy  $X^k$  powinien jedynie spełniać warunek końcowy procesu. Dla przykładu można przyjąć, że w chwili  $T^k$  w agregacie  $A_m$  nie może być obiektu. Jeżeli w żadnym agregacie nie może być obiektu w chwili  $T^k$ , to stan końcowy jest zadany.

Stan agregatu  $X_m$  w chwili  $T^k$ , czyli  $X_m(T^k)$  powinien określać, gdzie się w agregacie  $A_m$  w chwili  $T^k$ .

Jeżeli  $x_{i,m} = 0$  (13)

to pozostałe współrzędne nie mają znaczenia (mogą być zerami). Oznacza to, że w chwili  $T^k$  agregat  $A_m$  jest pusty.

Jeżeli  $x_{i,m} = n$  (14)

to oznacza, że agregat  $A_m$  nie jest pusty. W chwili  $T^k$  zawiera on obiekt  $\omega_n$ . Zatem powinna być określona współrzędna



$$x_{2,m} = \rho_{m,n} \quad (15)$$

Ponadto, jeśli

$$x_{2,m} + \theta_{m,n} \geq T^k \quad (16)$$

to w stanie powinna być określona współrzędna

$$x_{3,m} = t_{m,n}^1 \quad (17)$$

Taka zasada wpisywania współrzędnej  $x_{3,m}$  daje w perspektywie możliwość uwzględnienia zmiennych czasów  $\theta_{m,n}$ . Zmiany te mogą zależeć od zasobów (energia) lub być losowe (awarie).

Jeżeli w chwili  $T^k$  kończy się operacja, która dotyczyła agregatu  $A_m$ , to agregat ten został załadowany lub rozładowany. W przypadku załadunku otrzymujemy warunki (14) i (15), a współrzędne  $x_{3,m}$  i  $x_{4,m}$  pozostają zerowe. Przypadek wyładunku wymaga pewnej dyskusji. Jeżeli obiekt  $\omega_n$  ma być przeładowany z  $A_m$  do innego agregatu lub punktu wyjściowego, to operacja ta rozpoczyna się ruchem pionowym robota, dalej następuje ruch poziomy i na zakończenie ruch pionowy. Jednakże agregat  $A_m$  zostaje zwolniony po pierwszych dwóch ruchach pionowych (w dół a następnie w górę). Zatem otrzymamy:

$$t_{m,n} = T^{k-1} + 2 * \tau_m^v \quad (18)$$

Oznacza to, że chwila istotna  $T^{k-1}$ , w której robot może rozpocząć operację przeładunku obiektu  $\omega_n$  w agregacie  $A_m$ , jest wcześniejsza od  $t_{m,n}^2$ . Jednakże w chwili  $T^{k-1}$  wiadomo, kiedy agregat  $A_m$  zostanie zwolniony. Zatem można przyjąć, że w chwili  $T^{k-1}$  (jeśli podjęta jest decyzja o przeładunku z  $A_m$ ) współrzędne stanu  $X_m$  są dodatnie. Równocześnie w chwili  $T^k$  (na zakończenie przeładunku) wszystkie współrzędne  $X_m$  są zerami, tzn.

$$\left. \begin{aligned} x_{1,m}(T^{k-1}) &= n \\ x_{2,m}(T^{k-1}) &= \rho_{m,n} \\ x_{3,m}(T^{k-1}) &= \rho_{m,n} + \theta_{m,n} \\ x_{4,m}(T^{k-1}) &= T^{k-1} + 2 * \tau_m^v \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

oraz

$$x_{i,m}(T^k) = 0 \quad (20)$$

Ogólnie  $X_m$  zawiera informacje o obiekcie  $\omega_n$  od chwili  $T^j$ , kiedy podjęto decyzję o załadunku  $\omega_n$  do  $A_m$ , poprzez wszystkie chwile  $T^k$ , gdy obiekt znajdował się w  $A_m$ , do chwili  $T^j$ , kiedy obiekt ten został usunięty z  $A_m$ . Bardziej precyzyjnie można powiedzieć, że jeżeli w chwili  $T^j$  podjęto decyzję przeładunku obiektu  $\omega_n$  do  $A_m$ , to agregat ten musiał być pusty,

czyli

$$X_m(T^j) = 0 \quad (21)$$

Operacja przeładunku została zakończona w chwili  $T^{j+1}$ . Wówczas roboty znalazł się nad agregatem  $A_m$  w górnym położeniu. Równocześnie można przyjąć, że

$$x_{1,m}(T^{j+1}) = n \quad (22a)$$

oraz 
$$x_{2,m}(T^{j+1}) = \rho_{m,n} = T^{j+1} \quad (22b)$$

Pozostałe współrzędne są zerowe, tzn.

$$x_{i,m}(T^{j+1}) = 0 \quad i = 3, 4 \quad (22c)$$

stan  $X_m$  nie ulega zmianie w chwilach  $T^x$ , gdzie:

$$T^{j+1} < T^x < T^k \quad (23)$$

tzn. dla  $j+1 < x < k$

$$x_{i,m}(T^x) = x_{i,m}(T^{x-1}) \quad i = 1, \dots, 4 \quad (24)$$

zakładamy, że

$$\forall_{j+1 \leq x < k} x_{2,m}(T^x) + \theta_{m,n} < T^x \quad (25)$$

natomiast w chwili  $T^k$  spełniony zostanie warunek (18), tzn.

$$x_{2,m}(T^k) + \theta_{m,n} \geq T^k \quad (26)$$

Wówczas w chwili  $T^k$  stan  $X_m$  ulega modyfikacji do postaci:

$$\left. \begin{aligned} x_{1,m}(T^k) &= n \\ x_{2,m}(T^k) &= \rho_{m,n} \\ x_{3,m}(T^k) &= t_{m,n}^1 \\ x_{4,m}(T^k) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Następnie w chwilach  $T^x$ , gdzie:

$$T^k < T^x < T^1 \quad (28)$$

Stan  $X_m$  określony przez (27) nie ulega zmianie, tzn.

$$X_m(T^x) = X_m(T^{x-1}) \quad k < x < 1 \quad (29)$$

W chwili  $T^1$  podjęto decyzję o przeładunku obiektu  $\omega_n$  z  $A_m$  do innego agregatu, lub punktu wyjściowego, zatem zgodnie z (19) otrzymamy:

$$x_{i,m}(T^1) = x_{i,m}(T^{1-1}) \quad i = 1, \dots, 3 \quad (30a)$$

oraz 
$$x_{4,m}(T^1) = T^1 + 2 * \tau_m^v \quad (30b)$$

Ostatecznie w chwili  $T^{1+1}$  agregat  $A_m$  będzie pusty, zatem:

$$X_m(T^{1+1}) = 0 \quad (31)$$

Opisany wyżej cykl dotyczy każdego agregatu linii.

## 8. Równania stanu

Stan robota - czyli jego położenie również ulega zmianie w kolejnych chwilach istotnych.  $T^0, T^1, \dots, T^k, \dots, T^k$ .

Stan początkowy

$$P(T^0) \quad (32)$$

jest dany.

Stan końcowy musi spełniać zadany warunek, np.

$$P(T^k) = (0 \text{ lub } M+1) \quad (33)$$

Jeżeli dany jest stan  $P(T^{k-1})$ , to stan  $P(T^k)$  jest zależny od sterowania  $U(T^{k-1})$ , ponieważ:

$$P(T^k) = \begin{cases} P(T^{k-1}), & \text{jeśli } u_1(T^{k-1}) = 0 \\ u_4(T^{k-1}), & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (34)$$

Zatem otrzymaliśmy równanie stanu położenia robota suwnicowego w postaci:

$$P(T^k) = f_T [T^{k-1}, U(T^{k-1})] \quad (35)$$

gdzie:  $P(T^0)$  - dany stan początkowy.

W analogiczny sposób można wyznaczyć chwilę  $T^k$  na podstawie sterowania  $U(T^{k-1})$ .

$$T^k = \begin{cases} T^{k-1} + \tau_{\mu,m}^H + 2(\tau_{\mu}^V + \tau_m^V), & \text{jeśli } 0 < u_1(T^{k-1}) < 4 \\ T^{k-1} + \tau_{\mu,m}^H, & \text{jeśli } u_4(T^{k-1}) = 4, \\ T^{k-1} + \Delta T, & \text{jeśli } u_1(T^{k-1}) = 0. \end{cases} \quad (36)$$

W (36) przyjmujemy, że w chwili  $T^{k-1}$  robot znajduje się w punkcie  $\mu$ , a w chwili  $T^k$  ma być w punkcie  $m$ . Ponadto  $\Delta T$  jest zadany czas oczekiwania. Tak więc dla operacji oczekiwania  $u_5$  i  $u_6$  w wektorze sterowania są niezależne. Chwila  $T^k$  wyznaczona przez (36) jest zapamiętywana w  $u_6(T^{k-1})$ , tzn.

$$u_6(T^{k-1}) = T^k \quad (37)$$

W ogólnym przypadku mamy:

$$T^k = f_T [T^{k-1}, U(T^{k-1})] \quad (38)$$

Równania stanu agregatów linii galwanizerskiej można wyprowadzić po dłuższej analizie.

Załóżmy, że dany jest stan  $X(T^{k-1})$  oraz stan  $P(T^{k-1})$ , czyli położenie robota suwnicowego. Należy wyznaczyć stany  $X(T^k)$  oraz  $P(T^k)$ . System jest przeprowadzany do nowych stanów w wyniku dopuszczalnego sterowania  $U(T^{k-1})$ .

Przeanalizujemy zatem dopuszczalne sterowanie na linii galwanizerskiej bez magazynów buforowych.

Jeżeli na linii nie ma magazynów buforowych, a marszruta każdego obiektu przebiega od wejścia ( $A_0$ ) poprzez:  $A_1, \dots, A_m, \dots, A_M$  do wyjścia ( $A_{M+1}$ ), to:

- Załadunek może nastąpić, jeżeli  $A_i$  jest pusty, tzn.

$$x_{i,i}(T^{k-1}) = 0 \quad (39)$$

- Wyładunek może nastąpić, jeżeli  $A_m$  jest pełny, tzn.

$$x_{i,i}(T^{k-1}) > 0 \quad (40)$$

- Przeładunek z  $A_{m-1}$  do  $A_m$  może nastąpić, jeżeli  $A_{m-1}$  jest pełny, a  $A_m$  jest pusty, czyli:

$$[x_{i,m-1}(T^{k-1}) > 0] \wedge [x_{i,m}(T^k) = 0] \quad (41)$$

- transport i oczekiwanie mogą nastąpić zawsze.

Ponieważ transport i oczekiwanie są operacjami pomocniczymi, decyzje dotyczą w istocie operacji: załadunku, przeładunku lub wyładunku. Można zatem mówić o dopuszczalnych zadaniach w stanie  $X(T^{k-1})$ . Realizacja zadania składa się z sekwencji operacji: oczekiwania, transportu oraz załadunku (lub przeładunku lub wyładunku).

Niezależnie od położenia (stanu) robota  $P(T^{k-1})$ , w stanie linii  $X(T^{k-1})$  można wykonać zadanie:

- załadunku, jeśli spełniony jest warunek (39),
- wyładunku, jeśli spełniony jest warunek (40),
- przeładunku, jeśli spełniony jest warunek (41).

W ogólnym przypadku warunki powyższe mogą być spełnione równocześnie. Wówczas należy podjąć decyzję, które zadanie wykonać. Przy wyborze zadania do wykonania kierujemy się przyjętym kryterium optymalizacji. Dla przykładu, może to być minimalizacja czasu obsługi danego zbioru obiektów.

Minimalizacja czasu obsługi polega zatem na maksymalizowaniu przepustowości linii z robotem suwnicowym. W ogólnym przypadku nie można udowodnić, że wykonanie w stanie  $X(T^{k-1})$  pewnego zadania jest decyzją optymalną. Dlatego stosowane są heurystyczne reguły decyzyjne. Reguły te powinny być uzasadnione. Rozważmy sposób opracowania pewnej reguły heurystycznej.

Założmy, że robot znajduje się w pozycji  $P(T^{k-1})$ . Ze stanu  $X(T^{k-1})$  wynika, że spełnione są równocześnie warunki (39), (40), (41). Które zadanie ma wykonać robot - w pierwszej kolejności?

Przyjmijmy następującą regułę heurystyczną:

"Robot powinien przystąpić do wykonania załadunku. Jeśli załadunek nie jest możliwy - to najpierw przeładunek a potem wyładunek".

Zauważmy, że istnieje 9 różnych heurystyk wynikających z hierarchii zadań:

załadunku, przeładunku i wyładunku. Ponadto można sformułować inne heurystyki, biorąc np. pod uwagę minimalizację czasu transportu robota przed wykonaniem operacji: załadunku, przeładunku lub wyładunku. W ogólnym przypadku heurystyki te można uzasadnić od stanu  $X(T^{k-1})$ , tzn. wybór heurystyki jest zależny od stanu.

Heurystyka minimalizacji czasu transportu robota będzie w dalszym ciągu traktowana jako wybrana. Przy jednakowych czasach transportu decydować będzie hierarchia zadań.

Zauważmy, że jeśli warunek (41) jest spełniony dla kilku agregatów, to trzeba wybrać jeden z nich, np. najbliższy dla robota.

A) Załóżmy, że stan  $X(T^{k-1})$  spełnia warunek

$$\forall_{1 \leq m \leq M} x_{i,m}(T^{k-1}) > 0 \quad (42)$$

W tym przypadku nie można wykonać załadunku lub przeładunku. Można natomiast wykonać wyładunek.

Założmy, że robot znajduje się w stanie

$$P(T^{k-1}) = \mu \neq M \quad (43)$$

Ze stanu  $X_M(T^{k-1})$  mamy:

$$\left. \begin{aligned} x_{1,M}(T^{k-1}) &= n \\ x_{2,M}(T^{k-1}) &= \rho_{M,n} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\text{Jeżeli} \quad \rho_{M,n} + \theta_{M,n} \leq T^{k-1} \quad (45)$$

$$\text{to} \quad x_{3,M}(T^{k-1}) = \rho_{M,n} + \theta_{M,n} \quad (46a)$$

Jeśli warunek (52) nie jest spełniony, to

$$x_{3,M}(T^{k-1}) = 0 \quad (46b)$$

$$\text{Ponadto} \quad x_{4,M}(T^{k-1}) = 0 \quad (47)$$

Pierwszą operacją, którą wykona robot jest transport z  $\mu$  do  $M$ . Zatem sterowanie  $U(T^{k-1})$  ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 4 \\ u_2(T^{k-1}) &= 0 \\ u_3(T^{k-1}) &= \mu \\ u_4(T^{k-1}) &= M \\ u_5(T^{k-1}) &= T^{k-1} \\ u_6(T^{k-1}) &= T^{k-1} + \tau_{\mu,M}^H \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$$\text{Ponadto} \quad P(T^{k-1}) = M \quad (49)$$

$$\text{oraz} \quad T^k = T^{k-1} + \tau_{\mu,M}^H \quad (50)$$

Stan  $X$  w chwili  $T^k$  ma postać:

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 2} \quad x_{i,m}(T^k) = x_{i,m}(T^{k-1}) \quad (51)$$

oraz

$$x_{2,m}(T^k) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } T^k < x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n} \\ x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (52)$$

Ponadto

$$x_{4,m}(T^k) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } x_{2,m}(T^k) = 0 \\ T^k + 2 * \tau_M^v, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (53)$$

Jeśli

$$x_{4,m}(T^k) = 0 \quad (54)$$

to robot musi oczekiwać w punkcie  $\mu$ . Z (52) i (53) wynika, że robot oczekuje od chwili  $T^k$  do chwili  $T^{k+1}$ , gdzie:

$$T^{k+1} = x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n} \quad (55)$$

Stan  $X$  w chwili  $T^{k+1}$  ma postać wynikającą z formuł (51), (52) i (53).

Zatem

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 2} \quad x_{i,m}(T^{k+1}) = x_{i,m}(T^k) \quad (56)$$

oraz dla  $m = 1, \dots, M$

$$x_{2,m}(T^{k+1}) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } T^{k+1} < x_{2,m}(T^k) + \theta_{m,n} \\ x_{2,m} + \theta_{m,n}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (57)$$

Ponadto

$$x_{3,m}(T^{k+1}) = x_{2,m}(T^k) + \theta_{m,n} \quad (58)$$

i

$$x_{4,m}(T^{k+1}) = T^{k+1} + 2 * \tau_M^v \quad (59)$$

Sterowanie w stanie  $X(T^k)$  dla oczekiwania ma postać

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^k) &= 4 \\ u_2(T^k) &= 0 \\ u_3(T^k) &= M \\ u_4(T^k) &= M \\ u_5(T^k) &= T^k \\ u_6(T^k) &= x_{2,m}(T^k) + \theta_{m,n} \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

Ponadto

$$P(T^k) = M \quad (61)$$

Od stanu  $X(T^k)$  lub  $X(T^{k+1})$ , jeśli robot oczekiwał, rozpoczyna się wyladunek

Oznaczmy chwilę zakończenia wyładunku przez  $T^x$ , gdzie:

$$T^x = \begin{cases} T^k + \tau_{M, M+1} + 2(\tau_M^v + \tau_{M+1}^v), & \text{jeśli } T^k \geq x_{2, M}(T^k) + \theta_{m, n} \\ T^{k+1} + \tau_{M, M+1}^H + 2(\tau_M^v + \tau_{M+1}^v), & \text{jeśli } T^k < x_{2, M}(T^k) + \theta_{m, n} \end{cases} \quad (62)$$

Stan robota

$$P(T^x) = M + 1 \quad (63)$$

Stan linii

$$\forall_{1 \leq i \leq 4} x_{i, m}(T^x) = 0 \quad (64)$$

oraz

$$\forall_{1 \leq m < M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 2} x_{i, m}(T^x) = x_{i, m}(T^{x-1}) \quad (65)$$

ponadto

$$\forall_{1 \leq m < M} x_{3, m}(T^x) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } T^x < x_{2, m}(T^{x-1}) + \theta_{m, n} \\ x_{2, m}(T^{x-1}) + \theta_{m, n}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (66)$$

1

$$\forall_{1 \leq m < M} x'_{4, m}(T^x) = 0 \quad (67)$$

Sterowanie dla operacji wyładunku ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^k) &= 2 \\ u_2(T^k) &= n \\ u_3(T^k) &= M \\ u_4(T^k) &= M + 1 \\ u_5(T^k) &= T^k \text{ lub } T^{k+1} \\ u_6(T^k) &= T^x \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

Podsumowując analizę przypadku (42) przedstawionego we wzorach: (43) do (68), możemy napisać równanie stanu w postaci:

$$X(T^{k+1}) = f_L[X(T^{k-1}), P(T^{k-1}), U(T^{k-1}), U(T^k)] \quad (69)$$

Jeśli robot oczekiwał, to równanie (74) należy zmodyfikować

$$X(T^{k+2}) = f_L[X(T^{k-1}), P(T^{k-1}), U(T^{k-1}), U(T^k), U(T^{k+1})] \quad (70)$$

Z kolei dla

$$P(T^{k-1}) = M \quad (71)$$

równania (69) lub (70) upraszczają się odpowiednio do postaci:

$$X(T^k) = f_L [X(T^{k-1}), P(T^{k-1}), U(T^{k-1})] \quad (72)$$

lub

$$X(T^{k+1}) = f_L [X(T^{k-1}), P(T^{k-1}), U'(T^{k-1}), U'(T^k)] \quad (73)$$

We wzorach (72) i (73) przez  $U'$  oznaczono sterowania dla operacji oczekiwania i wyładunku bez uprzedniego transportu.

B) Jeżeli założymy, że stan  $X(T^{k-1})$  spełnia warunek:

$$\forall_{1 \leq m \leq M} x_{1,m}(T^{k-1}) = 0 \quad (74)$$

to można wykonać tylko załadunek.

Założmy, że robot znajduje się w stanie

$$P(T^{k-1}) = \mu = 0 \quad (75)$$

Ze stanu  $X(T^{k-1})$  spełniającego warunek (74) mamy

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 4} x_{i,m}(T^{k-1}) = 0 \quad (76)$$

Sterowanie dla załadunku  $U(T^{k-1})$  ma postać

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 1 \\ u_2(T^{k-1}) &= n \\ u_3(T^{k-1}) &= 0 \\ u_4(T^{k-1}) &= 1 \\ u_5(T^{k-1}) &= T^{k-1} \\ u_6(T^{k-1}) &= T^{k-1} + \tau_{0,1}^H + 2(\tau_0^V + \tau_1^V) \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

czyli  $T^k = u_6(T^{k-1}) \quad (78)$

Stan robota

$$P(T^k) = 1 \quad (79)$$

Stan linii

$$\left. \begin{aligned} x_{1,1}(T^k) &= n \\ x_{2,1}(T^k) &= T^k \\ x_{3,1}(T^k) &= 0 \\ x_{4,1}(T^k) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Ponadto

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 4} x_{i,m}(T^k) = 0 \quad (81)$$

Podsumowując analizę przypadku (74), otrzymamy równanie stanu o postaci:



$$X(T^k) = f_L [ X(T^{k-1}), P(T^{k-1}), U(T^{k-1}) ] \quad (82)$$

Jeżeli warunek (75) nie jest spełniony, tzn. robot znajduje się w stanie

$$P(T^{k-1}) = \mu \neq 0 \quad (83)$$

to najpierw musi być przeprowadzona operacja transportu z  $\mu$  do punktu wejściowego.

Zatem

$$T^k = T^{k-1} + \tau_{\mu,0}^H \quad (84)$$

Sterowanie dla transportu ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 4 \\ u_2(T^{k-1}) &= 0 \\ u_3(T^{k-1}) &= \mu \\ u_4(T^{k-1}) &= 0 \\ u_5(T^{k-1}) &= T^k \\ u_6(T^{k-1}) &= T^k \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

Stan robota

$$P(T^k) = 0 \quad (86)$$

Stan linii

$$\bigvee_{1 \leq m \leq M} \bigvee_{1 \leq i \leq 4} x_{i,m}(T^k) = 0 \quad (87)$$

Dalej sterowanie przebiega według algorytmu przedstawionego we wzorach od (75) do (82).

○ Jeżeli założymy, że stan  $X(T^{k-1})$  spełnia warunek

$$\begin{aligned} \exists_{1 \leq m \leq M} [ x_{1,1}(T^{k-1}) > 0 ] \wedge [ x_{1,m}(T^{k-1}) > 0 ] \wedge \\ \wedge [ x_{1,m}(T^{k-1}) = 0 ] \end{aligned} \quad (88)$$

to można wykonać tylko przeładunek.

Założmy, że

$$P(T^{k-1}) = m - 1 \quad (89)$$

Jeżeli

$$x_{2,m-1}(T^{k-1}) + \theta_{m-1,n} < T^{k-1} \quad (90)$$

to może być wykonana wprost operacja przeładunku.

Sterowanie dla przeładunku ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 3 \\ u_2(T^{k-1}) &= x_{1,m-1}(T^{k-1}) \\ u_3(T^{k-1}) &= m-1 \\ u_4(T^{k-1}) &= m \\ u_5(T^{k-1}) &= T^{k-1} \\ u_6(T^{k-1}) &= T^k \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

oraz 
$$T^k = T^{k-1} + \tau_{m-1,m}^H + 2(\tau_{m-1}^V + \tau_m^V) \quad (92)$$

Stan robota

$$P(T^k) = m \quad (93)$$

Stan linii

$$\forall_{1 \leq i \leq 4} x_{i,m-1}(T^k) = 0 \quad (94)$$

$$x_{1,m}(T^k) = u_2(T^{k-1}) \quad (95)$$

$$x_{2,m}(T^k) = T^k \quad (96)$$

$$\forall_{3 \leq i \leq 4} x_{i,m}(T^k) = 0 \quad (97)$$

Ponadto

$$\forall_{\substack{1 \leq j \leq m \\ j \neq m \\ j \neq m-1}} x_{1,m}(T^k) = x_{1,j}(T^{k-1}) \quad (98)$$

Jeżeli warunek (90) nie jest spełniony, to robot musi oczekiwać nad agregatem  $A_{m-1}$  na zakończenie procesu galwanizacji.

Zatem

$$T^k = x_{2,m-1}(T^{k-1}) + \theta_{m-1,n} \quad (99)$$

Sterowanie dla oczekiwania ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 0 \\ u_2(T^{k-1}) &= 0 \\ u_3(T^{k-1}) &= m-1 \\ u_4(T^{k-1}) &= m-1 \\ u_5(T^{k-1}) &= T^{k-1} \\ u_6(T^{k-1}) &= T^k \end{aligned} \right\} \quad (100)$$

Stan robota

$$P(T^k) = m-1 \quad (101)$$

Stan linii

$$\forall_{1 \leq m < M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 2} \quad x_{i,m}(T^k) = x_{i,m}(T^{k-1}) \quad (102)$$

$$x_{3,m}(T^k) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n} < T^k \\ x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (103)$$

Ponadto

$$\forall_{1 \leq j \leq M} \quad \forall_{j \neq m-1} \quad x_{4,m}(T^k) = 0 \quad (104)$$

$$\text{oraz} \quad x_{4,m-1}(T^k) = T^k + 2\theta_{m-1} \quad (105)$$

Dalej sterowanie przebiega według algorytmu przedstawionego we wzorach od (89) do (98).

Jeżeli warunek (89) nie jest spełniony, tzn. robot jest w położeniu

$$P(T^{k-1}) = \mu \neq m-1 \quad (106)$$

to najpierw musi być wykonana operacja transportu robota z  $A_1$  do  $A_{m-1}$

Zatem

$$T^k = T^{k-1} + T_{\mu, m-1}^H \quad (107)$$

Sterowanie dla transportu ma postać:

$$\left. \begin{aligned} u_1(T^{k-1}) &= 4 \\ u_2(T^{k-1}) &= 0 \\ u_3(T^{k-1}) &= \mu \\ u_4(T^{k-1}) &= m-1 \\ u_5(T^{k-1}) &= T^{k-1} \\ u_6(T^{k-1}) &= T^k \end{aligned} \right\} \quad (108)$$

Stan robota

$$P(T^k) = m-1 \quad (109)$$

Stan linii

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad \forall_{1 \leq i \leq 2} \quad x_{i,m}(T^k) = x_{i,m}(T^{k-1}) \quad (110)$$

$$\forall_{1 \leq m \leq M} \quad x_{3,m}(T^k) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n} > T^{k-1} \\ x_{2,m}(T^{k-1}) + \theta_{m,n}, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (111)$$

Ponadto

$$x_{s,m-1}(T^k) = \begin{cases} 0, & \text{jeśli } x_{s,m-1}(T^k) = 0 \\ T^{k-1} + 2r_{m-1}^v, & \text{w przypadku przeciwnym} \end{cases} \quad (112)$$

$$\forall \begin{matrix} s \\ 1 \leq j \leq M \\ j \neq m-1 \end{matrix} \quad x_{s,m}(T^k) = 0 \quad (113)$$

Dalsza część algorytmu (dla operacji przeładunku oraz ewentualnie dodatkowo operacji oczekiwania) została opisana wyżej.

## 7. Wniosek

W ogólnym przypadku w równaniach stanu warunki dla: załadunku, wyładunku i przeładunku, mogą być spełnione równocześnie. Wówczas zbiór sterowań dopuszczalnych jest sumą sterowań dopuszczalnych dla przypadków szczególnych.

Na podstawie wyprowadzonych równań stanu został opracowany symulator komputerowy, przedstawiony w [7].

W analogiczny sposób można wyprowadzić równania stanu dla linii z wieloma robotami suwnicowymi. Jednakże dla takiego przypadku należy rozwiązać problem kolizji robotów.

## LITERATURA

- [1] Cyklis J.: Symulacja elastycznych systemów produkcyjnych z wykorzystaniem macierzy stanu, Zn Pol. Śl..z.85 ss.57, Gliwice, 1986.
- [2] Flexible Manufacturing Systems, Preceedings of the International Conference, Stratford, 1986.
- [3] Kowalowski i inni: Automatyzacja dyskretnych procesów przemysłowych, WNT, Warszawa 1984.
- [4] Marecki F.: Modele matematyczne i algorytmy sterowania alokacji

- operacji i zasobów na linii montażowej, ZN Pol. Sl., Automatyka, nr 82, Gliwice 1988.
- [5] Marecki F.: Sterowanie operatywne systemem szeregowych magazynów buforowych, ZN Pol. Sl., Automatyka, nr 85, ss. 139 - 155, Gliwice 1988.
- [6] Marecki F.: Sterowanie elastycznym systemem produkcyjnym, ZN Pol. Sl., Automatyka, nr 96, ss. 83 - 96, Gliwice 1988.
- [7] Zmuda A.: Symulator sterowania linią galwanizerską. Praca dyplomowa magisterska. Instytut Automatyki, Pol. Sl., Gliwice 1990 (nie publikowane).

Recenzent: Doc. dr hab. inż. J. Korbicz

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

#### STATE EQUATIONS OF A TECHNOLOGICAL LINE WITH A GANTRY ROBOT

##### Summary

In the paper state equations of objects service and transport at technological line with gantry robot are developed. The equations are time and logical relations.

#### УПРАВЛЕНИЯ СОСТАЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЛИНИИ С ПРОМЫШЛЕННЫМ РОБОТОМ

##### Резюме

В работе представлено управления процесса обслуживания и транспорта объектов на технологической линии с промышленным роботом. Эти управления являются временными и логическими зависимостями.