

Krzysztof Nowosad
Eugeniusz Toczyłowski

Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej

Algorytm nadrzędnego harmonogramowania produkcji wsadowej w reaktorach periodycznych¹

Streszczenie. W pracy jest rozważane zagadnienie nadrzędnego harmonogramowania produkcji wsadowej w systemach produkcyjnych zawierających reaktory periodyczne. Zaproponowano dwuwarstwowy model nadrzędnego harmonogramowania produkcji wieloetapowej wykorzystujący na górnym poziomie techniki generacji kolumn oraz na dolnym poziomie algorytmy minimalnokosztowego sterowania produkcji periodycznej pojedynczych reaktorów. Przedstawiono również model i sposób rozwiązywania zadań sterowania produkcji wsadowej przykładowego reaktora periodycznego.

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach w przemyśle chemicznym i farmaceutycznym produkcja wsadowa (realizowana w instalacjach reaktorowych sterowanych periodycznie) jest rozwijana znacznie szybciej niż produkcja realizowana w reaktorach o działaniu ciągłym. Z punktu widzenia sterowania cechami szczególnymi tych form produkcji są:

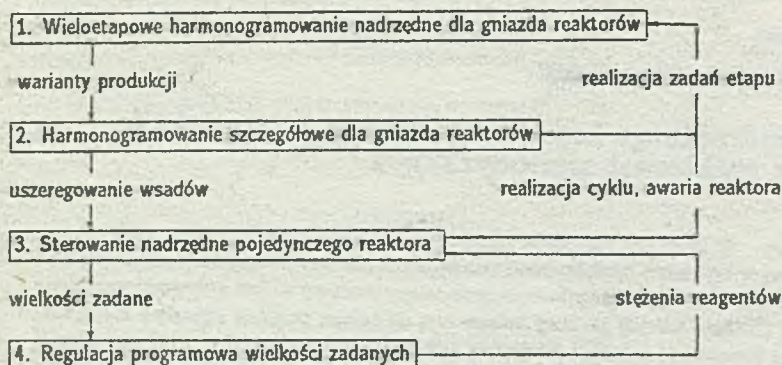
- wykonywanie zadań produkcyjnych porcjami o wielkościach określonych przez wybrane warianty sterowania procesów produkcji wsadowej,
- duża liczba wariantów produkcji wsadowej,
- występowanie różnorodnych ograniczeń produkcyjnych komplikujących problemy sterowania, takich jak ograniczoność pojemności zbiorników buforowych i ograniczenia systemów przesyłania materiałów między stopniami produkcji.

W pracy jest rozważane zagadnienie harmonogramowania produkcji wsadowej w systemach produkcyjnych zawierających reaktory periodyczne. W pierwszej części pracy przedstawiono warstwową strukturę sterowania repetycyjnego gniazda reaktorów. Następnie zaproponowano dwuwarstwowy model nadrzędnego harmonogramowania produkcji wieloetapowej wykorzystujący na górnym poziomie techniki generacji kolumn oraz na dolnym poziomie algorytmy minimalnokosztowego sterowania procesów produkcji periodycznej na przykładzie pojedynczego reaktora periodycznego oraz przedstawiono sposób rozwiązywania zadań sterowania dla produkcji wsadowej. Ważną cechą przedstawionego podejścia jest to, iż jego złożoność tylko w niewielkim stopniu zależy od liczby możliwych wariantów produkcji wsadowej. Proponowane podejście umożliwia też uwzględnienie wielu ograniczeń produkcyjnych, takich jak przepustowość układów transportowych.

¹praca częściowo finansowana w ramach problemu R.P.I.02 w temacie 5.3

2. Warstwowa struktura sterowania repetycyjnego

Struktura sterowania repetycyjnego w gnieździe reaktorów jest przedstawiona na rys. 1.



Rys. 1: Struktura sterowania gniazda reaktorów periodycznych w układzie warstwowym. Multilayer control structure of the periodical reactor manufacturing cell.

Omówimy kolejno funkcje poszczególnych warstw sterowania. W warstwie najwyższej jest rozważane zadanie harmonogramowania produkcji w dłuższym horyzoncie czasu $[0, T^*]$ podzielonym na etapy. Wynikiem jest wybór optymalnych wariantów prowadzenia produkcji wsadowej poszczególnych reaktorów oraz ilości powtórzeń wybranych cykli produkcji wsadowej w każdym okresie. Zadanie harmonogramowania jest oparte na kryteriach ekonomicznej efektywności, zawiera modele zasobów zużywalnych (przy czym zasoby nieużywalne są zastępowane przez zasoby zużywalne) oraz niezerowe, zmienne poziomy zapasów bezpiecznych do kompensacji niewielkich odchyłek w realizacji harmonogramów. W przypadku stwierdzenia znaczących odchyłek od realizacji harmonogramu nadrzędnego, spowodowanych np. niezbyt dokładną prognozą zapotrzebowania, pod koniec każdego etapu istnieje możliwość podjęcia decyzji o reharmonogramowaniu w tej warstwie.

Warstwa harmonogramowania szczegółowego gniazda reaktorów dokonuje uszeregowania zadań produkcyjnych ustalanych przez warstwę nadrzędną. W modelu tym należy uwzględnić chwilową dostępność wszystkich zasobów gniazda (reaktorów, systemów transportu, magazynów, pracowników). Model harmonogramowania szczegółowego jest sprowadzalny do ogólnego zagadnienia gniazdowego (job-shop), w którym występują ograniczenia transportowe, magazynowe i wiele zasobów[3]. Warstwa ta otrzymuje bieżące informacje o realizacji cykli produkcyjnych przez poszczególne reaktory. Informacje te dotyczą zrealizowanej produkcji, zużycia zasobów oraz awarii reaktorów i mogą być podstawą do ponownego uszeregowania wsadów w celu realizacji zadań produkcyjnych na koniec etapu.

W warstwie nadrzędnego sterowania reaktora jest wyznaczany zadany profil (czasowy) temperatury oraz ciśnienia reakcji w celu realizacji określonego wariantu produkcji wsadowej wybieranej przez harmonogram nadrzędny. W warstwie bezpośredniej realizowana jest natomiast programowa regulacja wielkości zadanych. W trakcie cyklu sterowania reaktora periodycznego należy liczyć się z możliwością tego, iż zadany wariant produkcji nie zostanie zrealizowany. Zadawane wartości produkcji są bowiem wyznaczane w oparciu o model reaktora, który nie jest modelem w pełni dokładnym. Ten niekorzystny efekt można zredukować wprowadzając w nadrzędnej warstwie sterowania reaktora (generacja profilu wielkości zadanych) repetycyjne sprzężenie zwrotne polegające na okresowym pomiarze wartości stężeń reagentów i ewentualnej korekcy profilu wielkości zadawanych.

3. Harmonogramowanie nadrzędne

Zlecenia produkcyjne są określone w horyzoncie czasu $[0, T^*]$. W najprostszej wersji można założyć, że okres $[0, T^*]$ jest dostatecznie krótki i nie zachodzi potrzeba rozróżniania terminów realizacji zadań produkcyjnych, a tym samym kar za wyprzedzenie lub nieterminowość zadań. Jeżeli terminy realizacji zadań muszą być rozróżniane, wtedy dzielimy okres $[0, T^*]$ na T okresów o długości $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_T$, przy czym $T^* = \sum_{t=1}^T \Delta_t$. Przyjmujemy, że terminy realizacji zadań produkcyjnych pokrywają się z końcami okresów. Można w takiej sytuacji utworzyć dynamiczne, wieloetapowe zadania harmonogramowania produkcji.

W zadaniu nadrzędnym rozważamy harmonogram produkcji wieloasortymentowej w jednym okresie czasu jako kompozycję zbioru wariantów harmonogramów produkcji wsadowej realizowanych w różnych reaktorach za pomocą różnych sterowań. Z punktu widzenia zadania nadrzędnego, ustalony wariant produkcji wsadowej β , realizowany w reaktorze l , może być określony przez następujące, zagregowane wielkości charakterystyczne:

- czas $C_{\beta l}$ trwania jednego cyklu produkcji wsadowej,
- współczynniki $a_{k\beta l}$ produkcji (lub zużycia) produktów $k \in K$ w jednym cyklu,
- współczynniki $p_{r\beta l}$ konsumpcji zasobów zużywalnych $r \in R$ w jednym cyklu.

Do zasobów zużywalnych możemy zaliczyć np. energię, czas wykorzystania systemu transportowego podczas załadunku/rozładunku, itp.

Harmonogramowanie zmiennej produkcji wsadowej. Oznaczmy przez B_l zbiór wszystkich interesujących nas wariantów produkcji wsadowej reaktora l . (włączając przestoje). Liczność zbioru B_l może być ogromna, stąd B_l będzie rozważany tylko niejawnie.

Wprowadzamy zmienne niezależne $y_{\beta l}(t)$, $l \in L, \beta \in B_l$, przy czym $y_{\beta l}(t)$ określa liczbę powtórzeń wariantu β harmonogramu produkcji wsadowej dla reaktora l w okresie t . W okresie t , ilość produkowanych lub zużywanych produktów typu k jest równa $x_k(t) = \sum_{l \in L} \sum_{\beta \in B_l} a_{k\beta l} y_{\beta l}(t)$. Wartość funkcji kosztów oraz ograniczeń można zatem wyrazić w funkcji zmiennych niezależnych $y_{\beta l}, \beta \in B_l$.

Gdy zlecenia produkcyjne muszą być realizowane terminowo (co najwyżej z ewentualnym wyprzedzeniem), harmonogram zmiennej produkcji wsadowej wynika z rozwiązania następującego zadania Zadanie HPW:

$$\min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{l \in L} \sum_{\beta \in B_l} b_{\beta l} y_{\beta l}(t) + \sum_{k=1}^K h_k I_k(t) \right) \quad (1)$$

przy ograniczeniach

$$I_k(t-1) + \sum_{l \in L} \sum_{\beta \in B_l} a_{k\beta l} y_{\beta l}(t) - I_k(t) = d_{kt}, \quad k \in K; t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{\beta \in B_l} C_{\beta l} y_{\beta l}(t) \leq \Delta_{lt}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{\beta \in B_l} p_{r\beta l} y_{\beta l} \leq Q_{rt}, \quad r \in R, t = 1, \dots, T \quad (4)$$

$$y_{\beta l}(t), I_k(t) \geq L_{kt}, \quad k \in K; t = 1, \dots, T \quad (5)$$

przy czym

$I_k(t)$ - stan zapasów produktów typu k pod koniec okresu t ,

h_{kt} - koszt magazynowania jednostki produktu k w okresie t (koszt zamrożenia wartości produktu typu k).

$y_{\beta l}(t)$ - liczba powtórzeń cykli typu β reaktora l w okresie t .

$b_{\beta l}$ - koszt realizacji jednego cyklu produkcji wsadowej β w reaktorze l (zakłada się, że jest on liniową funkcją $b_{\beta l} = \sum_{k=1}^K r_k a_{k\beta l} + \sum_{r \in R} r_r p_{r\beta l} + r_o C_{\beta l}$)

d_{kt} - wymagana z zewnątrz wysyłka (gdy $d_{kt} \geq 0$) lub dostawa (gdy $d_{kt} < 0$) produktów typu k w okresie t ,

$C_{\beta l}$ - czas cyklu βl ,

Δ_{lt} - dostępność czasu reaktora l w okresie t , $\Delta_{lt} \leq \Delta_t$.

$p_{r\beta l}$ - ilość zasobu r wymagana przez jeden cykl produkcji wsadowej βl

Q_{rt} - dostępność zasobu r w okresie t

L_{kt} - bezpieczny poziom zapasów produktu k na koniec okresu t .

W rozważanym modelu przyjęto jednostopniowy model transformacji produktów. W przypadku gdy wytwarzane produkty mogą być surowcami do produkcji innych produktów, model ten można dość łatwo rozszerzyć, zastępując $d = (d_{kt})$ przez funkcję afiniczną $d(y)$.

Technika generacji kolumn. Mimo iż zadania produkcji wsadowej pojedynczych reaktorów są nieliniowe, w zadaniu nadrzędnym otrzymaliśmy dynamiczne zadanie programowania liniowego, ale z dużą liczbą kolumn. Jest jednak możliwe zastosowanie techniki generacji tylko tych kolumn, których wprowadzenie do bazy poprawia aktualne rozwiązanie bazowe bez konieczności przeglądu wszystkich kolumn[5].

Pomocniczy problem generacji nowych kolumn ma za zadanie wybór nowej kolumny poprawiającej aktualne rozwiązanie, jeżeli jest to możliwe. Dla ustalonej macierzy bazowej B niech $\lambda = c_B B^{-1}$ będzie wektorem cen dualnych. Wektor zmiennych dualnych może być oznaczony jako $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_t, \dots, \lambda_T)$, przy czym λ_t dotyczy okresu t .

Wyborowi nowej kolumny związanej ze zmienną $y_{\beta l}(t)$ odpowiada znalezienie nowego wariantu produkcji wsadowej βl w pewnym okresie t . Nowy wariant produkcji wsadowej będzie wynikiem rozwiązania pewnego zadania optymalizacji, które nazwiemy zadaniem wyznaczania wariantu produkcji wsadowej. W zadaniu tym należy wybrać czas cyklu produkcji wsadowej $C_{\beta l}$ oraz współczynniki $a_{\beta l} = (a_{k\beta l})_{k \in K}$, oraz $p_{\beta l} = (p_{r\beta l})_{r \in R}$, przy czym $a_{k\beta l}$ oznacza niewiadomą liczbę produktów typu k produkowanych w jednym cyklu β w reaktorze l , natomiast $p_{r\beta l}$ - jego wymaganie zasobowe. Oznaczmy $\alpha_{\beta l} = (a_{\beta l}, C_{\beta l}, p_{\beta l})$. Wektor $\alpha_{\beta l}$ określa kolumnę, która może być wprowadzona do bazy, o ile tylko $y_{0\beta l} = \lambda_t \alpha_{\beta l} - b_{\beta l} > 0$, co odpowiada warunkowi poprawy. Przekształcając ten warunek, otrzymujemy $y_{0\beta l} = \sum_{k=1}^K (\lambda_{kt} - r_k) a_{k\beta l} + \sum_{r \in R} (\lambda_{rt} - r_r) p_{r\beta l} + (\lambda_{ot} - r_o) C_{\beta l}$. Aby uniezależnić się od wielokrotności cyklu, otrzymane wyrażenie dzielimy przez $C_{\beta l}$ i otrzymujemy kryterium jakości wyboru najlepszej kolumny wprowadzanej do bazy. Parametry $a_{\beta l}$ oraz $C_{\beta l}$ nowego harmonogramu produkcji wsadowej βl wprowadzanego w okresie t można wyznaczyć rozwiązując następujące zadanie wyznaczania wariantu produkcji wsadowej.

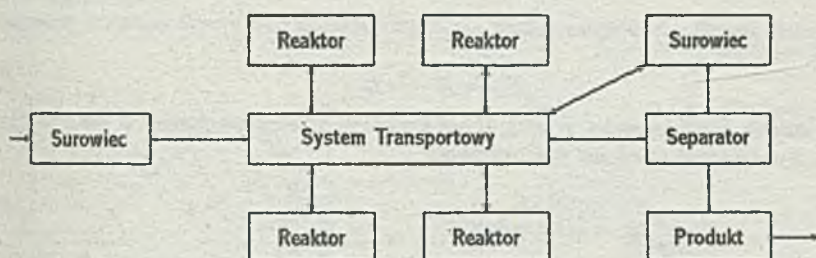
Dobór wariantu produkcji wsadowej. Rozważamy problemy decyzyjne podczas jednego cyklu produkcji wsadowej reaktora l . Przyjmujemy, że sposób realizacji produkcji wsadowej nie jest określony sztywno, istnieje więc możliwość wyboru wariantu produkcji maksymalizującej ekonomiczne kryterium efektywności produkcji przy założonych wartościach cen produktów, energii i innych zasobów. Przyjmijmy oznaczenia $c_{kt} = \lambda_{kt} - r_k$, $c_{rt} = \lambda_{rt} - r_r$ oraz $c_{ot} = \lambda_{ot} - r_o$. Otrzymamy $y_{0\beta l} = \sum_{k=1}^K c_{kt} a_{k\beta l} + \sum_{r \in R} c_{rt} p_{r\beta l} + c_{ot} C_{\beta l}$. W dalszej części, dla uproszczenia zapisu, indeksy βl pomijamy. Zadanie wyznaczenia wariantu produkcji wsadowej polega na obliczeniu optymalnego sterowania produkcją wsadowej (profilu temperatury i ciśnienia) maksymalizującego zysk y_0 na jednostkę czasu. Oznaczmy przez s_l czas minimalnego przestoju reaktora l wymagany do załadowania/rozładowania jednego wsadu reaktora. Kryterium jakości sprowadzamy zatem do następującej postaci

$$\max_{a_k, p_r, C} \frac{\sum_{k=1}^K c_{kt} a_k + \sum_{r \in R} c_{rt} p_r + c_{ot} C}{s_l + C} \quad (6)$$

Struktura zadania, w tym zbiór zmiennych niezależnych oraz postać ograniczeń zadania zależą będzie od specyfiki rozważanej produkcji wsadowej.

4. Rozważania szczegółowe dla przykładowego gniazda reaktorów

Rozważamy przedstawione schematycznie na rys. 2 gniazdo czterech identycznych reaktorów periodycznych wytwarzających z surowca A jeden użyteczny produkt B oraz produkt uboczny C. Reaktory są połączone wspólnym systemem transportowym oraz separatorem i zbiornikami surowca i produktu. Rozważymy szczegółowo model zadania doboru produkcji wsadowej pojedynczego reaktora.



Rys. 2: Struktura gniazda reaktorów periodycznych. Structure of the periodical reactor manufacturing cell.

4.1 Opis reaktora periodycznego

Reaktor zbudowany jest ze zbiornika na reagenty oraz otaczającego go płaszczu, służącego do regulowanej (kontrolowanej) wymiany ciepła pomiędzy reagentami a czynnikiem grzejącym lub chłodzącym, który przepływa przez płaszcz. Regulacja ta odbywa się za pomocą dopływów obu czynników do płaszczu. Jej skutkiem jest zmiana temperatury reagentów wewnątrz reaktora. W praktyce najczęściej jest stosowany dwuwarstwowy układ sterowania reaktora. W warstwie bezpośredniej realizowana jest programowa regulacja temperatury reakcji. W warstwie nadrzędnej wyznaczany jest natomiast zadany profil (czasowy) temperatury ze względu na realizację określonej produkcji. Układ taki posiada wiele zalet, najważniejsze z nich to: prostota i umiarkowany koszt osprzętu pomiarowo-wykonawczego oraz dokładność i pewność działania[4]. Do wyznaczenia pożądanego profilu temperatury konieczne jest użycie modelu kinetyki reakcji. Model wymiany ciepła, będący z natury rzeczy modelem niedokładnym, potrzebny jest wówczas, gdy bierzemy pod uwagę zużycie energii.

Ze względów technologicznych temperatura reakcji jest ograniczona. Temperatura minimalna jest temperaturą zatrzymania reakcji lub temperaturą wyższą, w której produkcja przebiega jeszcze intensywnie, a reaktor nie jest nazbyt wystudzony. Temperatura maksymalna jest temperaturą, w której reakcja może być jeszcze prowadzona bezpiecznie, np. ze względu na autotermiczną pracę reaktora. Może to być również temperatura niższa, w której nie następuje jeszcze zbyt intensywny, szkodliwy rozkład produktu (reakcja zwrotna).

4.2 Model możliwości produkcyjnych reaktora

Poniżej przedstawiono model reaktora uwzględniający potrzeby warstwy harmonogramowania gniazda reaktorów. Model ten określa możliwą do uzyskania produkcję reaktora w zależności od zadanego czasu produkcji. Tak określony model musi oczywiście zawierać w sobie sposób (prawo) bezpośredniego sterowania reaktora. W ogólnym przypadku należy w tym celu rozwiązać zadanie optymalizacji dynamicznej wyznaczenia profilu temperatury maksymalizującego wskaźnik jakości (6), przy więzach określonych przez model kinetyki reakcji. W wielu przypadkach praktycznych tak wyznaczona temperatura optymalna jest wolnozmienną, monotoniczną funkcją czasu. Można ją wówczas aproksymować funkcją przedziałami stałą wyznaczaną z rozwiązania zadania optymalizacji statycznej. W zadaniu tym model kinetyki reakcji służy właśnie do określenia możliwości produkcyjnych reaktora. W dalszym ciągu przyjmujemy, dla prostoty rozważań, że temperatura reakcji jest stała w czasie.

Model kinetyki reakcji. Rozważamy reaktor, w którym zachodzą dwie reakcje następcze pierwszego rzędu



przy czym składnik A jest surowcem, składnik B jest produktem użytecznym, składnik C jest produktem ubocznym. Model kinetyki reakcji jest więc następujący

$$\begin{aligned} \dot{c}_A &= -k_1 c_A & c_A(0) &= 1 \\ \dot{c}_B &= k_1 c_A - k_2 c_B & c_B(0) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

przy czym k_1, k_2 - współczynniki szybkości reakcji, których zależność od temperatury T dana jest prawem Arrheniusa $k_i = k_{i0} \exp(-a_i/T)$. Założymy, że temperatura T jest ograniczona $T_{\min} \leq T \leq T_{\max}$. Przyjmujemy również, że $k_2 > k_1$, co oznacza, iż reakcja wtórna jest bardziej podatna na wpływ temperatury niż reakcja pierwotna.

Maksymalne możliwości produkcyjne reaktora. Poszukujemy takiego profilu temperatury $T(t)$, który maksymalizuje stężenie składnika B (produkcje) na końcu okresu czasu (cyklu) t_c .

Najpierw rozważymy przypadek, w którym czas cyklu t_c jest swobodny. Założmy chwilowo, że poszukujemy optymalnego stałego w czasie profilu temperatury - następnie pokażemy, że wystarcza to do określenia profilu optymalnego. Przy wymienionych założeniach otrzymujemy

$$\begin{aligned} c_B(t) &= \frac{k_1}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) \\ c_B(t_c) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

skąd po dokonaniu przekształceń

$$c_B(t_c) = c_B(k) = k^{1-k} \quad (10)$$

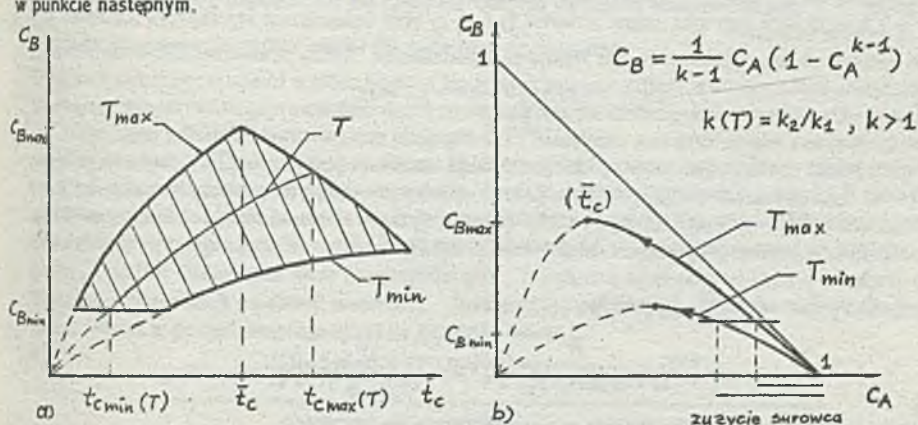
przy czym $k = k_2/k_1 = k_{20}/k_{10} \exp((a_1 - a_2)/T)$.

Funkcja $c_B(k)$ jest ściśle malejącą funkcją k , również funkcja $k(T)$ jest ściśle malejącą funkcją temperatury T (ponieważ $k_2 > k_1$, czyli $a_1 > a_2$). Wynika stąd, że aby maksymalizować produkcję $c_B(t_c)$ należy przyjąć minimalne k , a co za tym idzie maksymalne T ; czyli $T = T_{\max}$. Co więcej, ponieważ obie funkcje $c_B(k), k(T)$ są funkcjami malejącymi, funkcja $c_B(T)$ jest rosnącą funkcją temperatury. Wynika stąd, że stosowanie jakiegokolwiek funkcji $T(t)$ różnej od T_{\max} może tylko pogorszyć uzysk $c_B(t_c)$. Zatem profil temperatury $T(t) = T_{\max}$ jest profilem optymalnym.

Rozpatrzmy obecnie przypadek, gdy czas cyklu t_c jest zadany. Niech \bar{t}_c oznacza okres t_c wynikający z rozwiązania zadania maksymalizacji produkcji ze swobodnym czasem cyklu. Możliwe są dwa przypadki: 1) $t_c \leq \bar{t}_c$ - wówczas $T(t) = T_{\max}$; 2) $t_c > \bar{t}_c$ - wówczas $T(t)$ jest malejącą funkcją czasu (pod koniec

cyklu należy hamować reakcję wtórną). Przyjmijmy, że w przypadku drugim będziemy również stosować stałą temperaturę. Maksymalną wartość produkcji można wówczas wyznaczyć posługując się zależnością (9), określającą $c_B(t_c)$.

W przedstawionych powyżej rozważaniach wyznaczono maksymalne możliwości produkcyjne reaktora periodycznego. Ze względów technologicznych, określonych przez proces separacji produktu B z mieszaniny poreakcyjnej, dopuszczalna wartość stężenia $c_B(t_c)$ nie może przekroczyć pewnej wartości minimalnej. W ten sposób tworzy się obszar możliwości produkcyjnych reaktora i jest pokazany na rys.3a. Zauważmy, że te same wartości produkcji można uzyskać przy różnych czasach cyklu - oczywiście skracając długość cyklu, musimy stosować większą temperaturę reakcji. Stosując większą temperaturę, zmniejszamy zużycie surowca (por. rys.3b), ale zwiększamy zużycie energii. Energia cieplna jest więc tym czynnikiem, który istotnie różnicuje poszczególne warianty produkcji. Model zużycia zasobu energetycznego przedstawiony zostanie w punkcie następnym.



Rys. 3: a) Zakres możliwości produkcyjnych reaktora periodycznego. Feasible production area of the periodical reactor. b) Zużycie surowca w zależności od produkcji i temperatury. Utilization of raw material in function of production and temperature.

4.3 Model zużycia zasobu energii

Dla zrealizowania zadanej produkcji należy dostarczyć do reaktora określoną energię cieplną. Ilość niezbędnej energii zależy od charakteru reakcji (egzotermiczna, endotermiczna) oraz od charakterystyki wymiany ciepła pomiędzy wnętrzem reaktora a płaszczem. Model zużycia zasobu energii składa się zatem z dwóch części: 1) bilansu cieplnego reagentów 2) modelu wymiany ciepła między reagentami a płaszczem reaktora.

Model bilansu cieplnego. Przyjmijmy uproszczony model bilansu cieplnego w postaci [2] :

$$cWT' = h_1 W k_1 c_A + h_2 W k_2 c_B - Q \quad (11)$$

w którym: c - oznacza ciepło właściwe mieszaniny reagentów, W - ładunek reaktora (wsad), h_i - ciepła poszczególnych reakcji, Q - całkowity strumień ciepła wymieniany z płaszczem.

Model wymiany ciepła między reagentami a płaszczem reaktora. Na postać tego modelu istotny wpływ ma charakter przepływu czynnika grzejącego lub chłodzącego w płaszczu reaktora. Możliwe są tutaj dwa przypadki skrajne: przepływ burzliwy (tłokowy) lub przepływ z pełnym wymieszaniem strug. W pierwszym przypadku należy rozważać model płaszczu o stałych rozłożonych, w drugim - o stałych skupionych. Realne sytuacje mieszczą się pomiędzy wymienionymi przypadkami skrajnymi [2]. W dalszym ciągu przyjmujemy, że: 1) przepływ w płaszczu jest tłokowy, 2) intensywność wymiany ciepła podlega prawu Fouriera, 3) bezwładność cieplna ścian reaktora jest mała, 4) pojemność cieplna czynnika grzejącego lub chłodzącego jest w pełni wykorzystana, tzn. temperatura czynnika opuszczającego płaszcz jest w przybliżeniu równa temperaturze reakcji. Przy wymienionych założeniach upraszczających strumień ciepły Q jest dany wyrażeniem

$$Q = Fc_0(T - T_0) \quad (12)$$

w którym: F - oznacza natężenie przepływu czynnika grzejącego lub chłodzącego, T_0 - jego temperaturę, a c_0 - ciepło właściwe.

W dalszym ciągu przyjmujemy, że obie reakcje są egzotermiczne. Należy je wówczas aktywować dostarczając pewną ilość ciepła na początku, a następnie odbierać nadmiar ciepła w trakcie prowadzenia reakcji. W tym przypadku cykl pracy reaktora dzieli się więc na dwie fazy: fazę dogrzania reagentów i fazę utrzymywania stałej temperatury reakcji, czyli fazę chłodzenia. Faza dogrzania stanowi zwykle niewielką część cyklu, a energia p_d dostarczona reagentom w tej fazie jest funkcją temperatury dogrzania (T) i załadunku reaktora (W). W fazie chłodzenia energia potrzebna jest na wymuszenie przepływu czynnika chłodzącego przez płaszcz. Wielkość p_c tej energii obliczymy zakładając utrzymywanie wewnątrz reaktora stałej temperatury. W obliczeniach pominiemy dynamikę czynnika chłodzącego, co oznacza, że przyjmujemy powolne zmiany jego prędkości przepływu (natężenia przepływu). Aby utrzymywać stałą temperaturę reakcji T , należy zmieniać natężenie przepływu $F(t)$ według programu:

$$F(t) = \frac{W}{c_0(T - T_0)} (h_1 k_1 c_A(t) + h_2 k_2 c_B(t)). \quad (13)$$

Dla przepływu tłokowego, strata ciśnienia w płaszczu wyraża się zależnością

$$\Delta p = s_1 F^2. \quad (14)$$

Zatem moc, którą musi dostarczyć pompa tłocząca chłodziwo, wynosi

$$M = s_2 \Delta p F = s_3 F^3. \quad (15)$$

Energia pompowania p_c może być więc określona jako

$$p_c = s_3 \int_0^{t_c} \frac{1}{n(F)} F^3 dt \quad (16)$$

przy czym $n(F)$ oznacza sprawność pompy, a s_i są to pewne stałe. Znając zależności czasowe $c_A(t)$, $c_B(t)$, można wyrazić powyższą całkę jako funkcję zmiennych k_1 , k_2 , t_c oraz T . Zmienne k_1 , k_2 są funkcjami temperatury T . Temperatura zaś jest funkcją (niejawną) zadanej wartości produkcji $c_B(t_c)$ oraz czasu cyklu t_c . W ten sposób zależność $p_c(c_B, t_c)$ została, choć niejawnie, określona. Energię dogrzania p_d można określić w przybliżeniu jako

$$p_d = cW(T - T_{A0}) \quad (17)$$

gdzie T_{A0} jest początkową temperaturą surowca. Sumaryczne zużycie energii wyraża się zatem zależnością

$$p = p_d + p_c \quad (18)$$

i jest złożoną funkcją produkcji $c_B(t_c)$ oraz czasu cyklu t_c . Warto zwrócić uwagę na fakt, iż pomimo wielu uczynionych założeń upraszczających, zależność $p(c_B, t_c)$ jest zależnością skomplikowaną. Równocześnie jest ona niezbyt dokładna. Warto ją zatem aproksymować w możliwie prosty sposób. Postać tej aproksymacji zależy od konkretnego reaktora. Rzeczywiste zużycie energii może być oczywiście mierzone. Warto również dodać, że zużycie energii w fazie chłodzenia może być duże. Dlatego też w wielu instalacjach dąży się do jej odzyskania (przynajmniej częściowego) - ogrzany czynnik chłodzący oddaje energię w dodatkowym wymienniku ciepła. W dalszym ciągu przyjmujemy, że energia p_c jest całkowicie odzyskiwana.

4.4 Nadrzędne sterowanie reaktora periodycznego

Nadrzędne sterowanie reaktora polega na znalezieniu takiej produkcji c_B oraz takiego czasu cyklu t_c , które maksymalizują kryterium jakości (6) przy spełnieniu warunku, że para (c_B, t_c) należy do obszaru określonego przez możliwości produkcyjne reaktora (rys.3). Uwzględniając, że dla wyprodukowania ilości c_B produktu użytecznego należy zużyć ilość $(1 - c_A)$ surowca, tracąc przy tym ilość $(1 - c_A - c_B)$ produktu ubocznego, kryterium jakości (6) sprowadza się do postaci

$$\max \frac{c_1 W c_A + c_2 W c_B + c_r p + c_0 t_c}{s + t_c} \quad (19)$$

przy czym ceny c_1, c_2 są cenami wynikowymi. Konkretna postać zadania optymalizacji zależy będzie od tego, które zmienne uznamy za zmienne niezależne. Spośród czterech zmiennych c_A, c_B, t_c, T tylko dwie są bowiem niezależne (dwie pozostałe wynikają z modelu kinetyki reakcji). Przyjmujemy dalej, że zmiennymi niezależnymi są t_c i T . Zadanie optymalizacji produkcji wsadowej ma wówczas następującą postać.

Zadanie optymalizacji produkcji wsadowej. Należy wyznaczyć parę (t_c, T) , która maksymalizuje kryterium jakości w postaci średniego zysku na jednostkę czasu:

$$\frac{c_1 W e^{-k_1 t_c} + c_2 W \frac{k_1}{k_2 - k_1} (e^{-k_1 t_c} - e^{-k_2 t_c}) + c_r c W (T - T_0) + c_0 t_c}{s + t_c} \quad (20)$$

w którym $k_i = k_{i0} \exp(-a_i/T)$, przy spełnieniu ograniczeń

$$\begin{matrix} T_{\min} & \leq & T & \leq & T_{\max} \\ t_{c\min}(T) & \leq & t_c & \leq & t_{c\max}(T) \end{matrix} \quad (21)$$

wynikających z możliwości produkcyjnych reaktorów.

Jest to dość łatwe zadanie programowania nieliniowego z dwiema zmiennymi i ograniczeniami. W wyniku rozwiązania powyższego zadania za pomocą jednej z standardowych procedur programowania matematycznego można otrzymać optymalną temperaturę reakcji T oraz optymalny czas cyklu $C_B = t_c$, które wyznaczają pozostałe wielkości charakteryzujące optymalny wariant produkcji wsadowej: wielkość produkcji reaktora $a_B = W c_B(T)$ oraz zużycie energii $p_B = c W (T - T_0)$.

Sformułowane wyżej zadanie optymalizacji posiada czytelną interpretację. Jeżeli cena produktu użytecznego dominuje nad ceną energii, wówczas opłaca się stosować dużą temperaturę reakcji, co zapewnia dużą produkcję i małe zużycie surowca (rys.3). Jeżeli dominuje cena energii, opłaca się stosować niższą temperaturę reakcji, co powoduje niższe zużycie energii kosztem mniejszej produkcji i większego zużycia surowca.

Literatura

- [1] Findeisen, W., *Wielopoziomowe układy sterowania*, PWN, Warszawa, 1974.

- [2] Douglas J.M.: *Dynamika i sterowanie procesów*, WNT, Warszawa. 1976.
- [3] Reklaitis G.V.: Review of Scheduling of Process Operations. *AIChE Symposium Series, Computer-Aided Process Design and Analysis*, No.214, Vol.78, pp.119-132.
- [4] Shinsky F.: *Process Control Systems*, McGraw-Hill Inc., New York. 1967.
- [5] Toczyłowski, E., *Niektóre strukturalne metody optymalizacji do sterowania w dyskretnych systemach wytwarzania*, WNT, Warszawa. 1989.

Recenzent: Doc.dr h.inż. F.Marecki

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

Upper-Level Scheduling of Batch Production of Periodic Reactors

Summary. In this paper the scheduling at the upper level of the multilayer hierarchy in chemical production systems which contain periodical reactors is considered. A two-level model is proposed, at the upper level a large scale linear programming model with column generation techniques is used, whereas at the lower level a minimum cost nonlinear control problem for the optimal periodic control of a single reactor is solved. A detailed optimization model of the optimal periodic control of a typical reactor is also presented.

АЛГОРИТМ ПРИОРИТЕТНОГО ГРАФИКА ШИХТОВОЙ ПРОДУКЦИИ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕАКТОРАХ

Резюме

В работе рассматривается проблема приоритетного графика шихтовой продукции в производственных системах с периодическими реакторами. Предложена с двумя уровнями модель приоритетного графика многоступенчатого производства, использующая на верхнем уровне технику генерирования столбцов, а на нижнем уровне алгоритм минимально-стоимостного управления периодической продукцией отдельных реакторов. Представлена также модель и способ решения задач управления шихтовым производством на примере периодического реактора.