

Eugeniusz Toczyłowski

Jarosław Kwiecień

Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej

Harmonogramowanie zmiennej produkcji potokowej w ESW z pogrupowanymi maszynami¹

Streszczenie. Rozważane jest zagadnienie harmonogramowania zmiennej produkcji potokowej w szczególnej klasie elastycznych systemów wytwarzania, w których wyodrębniono grupy maszyn równoległych, identycznie uzbrojonych i wykonujących takie same operacje. W pracy przedstawiona została realizacja algorytmu dla szczególnej klasy ESW oparta na rozwiązywaniu zadania nadrzędnego za pomocą technik generacji kolumn i rozwiązywanie zadań podrzędnych za pomocą algorytmu programowania całkowitoliczbowego.

1. Wstęp

W literaturze są znane prace dotyczące harmonogramowania stałej produkcji potokowo-rytmicznej w szczególnej klasie ESW, tzw. dedykowanych systemach, w których spływ części jest realizowany w proporcjach ustalonych przez zapotrzebowanie dalszych gniazd produkcyjnych (patrz Hitz [4], Erschler i inni [2,3] oraz Pinedo i inni [7]) [4.2.3.7]. Zachowanie stałych proporcji spływu wyrobów zgodnie z zapotrzebowaniem "usztynnia" harmonogramy, uniemożliwiając efektywne wykorzystanie wszystkich zasobów produkcyjnych.

W niniejszej pracy rozważamy szczególnie rodzaj produkcji średnioseryjnej w elastycznych systemach produkcji zawierających grupy maszyn identycznych, jakim jest zmienna produkcja potokowo-rytmiczna. Warunek zachowania stałych proporcji części zostaje złagodzony do warunku spełnienia zapotrzebowania zagregowanego w każdym okresie harmonogramowania i to niekoniecznie "akurat na czas", lecz ewentualnie wcześniej, płacąc za to kosztami zamrożenia pewnych środków obrotowych przy jednoczesnym lepszym wykorzystaniu zasobów.

W przypadku produkcji średnioseryjnej dogodnie jest rozważać zadania produkcyjne jako kompozycje zbioru harmonogramów potokowo-rytmicznych [11,12]. Każdy z tych potokowo-rytmicznych harmonogramów umożliwia cykliczne dokonywanie zbioru zadań produkcyjnych w ustalonym asortymencie oraz określenie uzbrojenia systemu umożliwiającego tę produkcję. Chwilowa produkcja nie musi sztywno odpowiadać chwilowemu zapotrzebowaniu, lecz nadąza za zapotrzebowaniem, a ewentualna różnica (nadwyżka lub zaległości) są kompensowane za pomocą ograniczonych zapasów. Najefektywniejszy harmonogram jest wynikiem rozwiązania zadania harmonogramowania, w którym głównym celem jest spełnienie pożądaných terminów realizacji zamówień, drugim celem natomiast jest minimalizacja łącznych kosztów produkcji z uwzględnieniem ograniczeń zasobowych.

W pracy przedstawiona została realizacja algorytmu oparta na rozwiązywaniu zadania nadrzędnego za pomocą technik generacji kolumn oraz przybliżonym rozwiązywaniu nieliniowych, dyskretnych podrzędnych podproblemów generowania wsadów za pomocą algorytmu programowania całkowitoliczbowego. W rozdz. 2 sformułowano zagadnienie, natomiast algorytm omówiono w rozdz. 3. W rozdziale 4 przedstawiono wyniki testowania algorytmu dla grupy praktycznych zadań o realistycznym wymiarze.

¹praca częściowo finansowana w ramach problemu R.P.I.02 w temacie 5.3

2. Opis problemu

W elastycznym systemie produkcyjnym są wytwarzane części; wytworzenie jednej części wymaga realizacji ciągu operacji na wielu maszynach. Zlecenia produkcyjne na wykonywane części dotyczą wielkości partii rzędu kilkudziesięciu – kilkuset i są zgłaszane w ciągu dość długiego okresu czasu $[0, T^*]$. Niech K będzie zbiorem wszystkich typów wykonywanych w ESW części. Operacje są wykonywane na maszynach ze zbioru $L = \{1, \dots, l^*\}$. Maszyny są podzielone na grupy maszyn identycznych, jednakowo uzbrajanych i wykonujących takie same operacje. W dalszej części l będzie oznaczać indeks grupy maszyn równoległych. Czas wykonania operacji m na maszynie z grupy l jest ustalony i równy p_{ml} . Maszyna może w danej chwili wykonywać tylko jedną operację i operacje nie mogą być przerywane.

Przyjmijmy, że określone są typy wyrobów (części), jakie mogą być produkowane w najbliższym okresie czasu. Typowy problem decyzyjny polega na tym, że wszystkie wymagane typy części nie zawsze mogą być produkowane jednocześnie, ze względu na ograniczenia chwilowego uzbrojenia systemu. Przykładowo, ograniczenia na pojemność magazynków narzędzi centrum obróbkowego powodują, że nie jest możliwe jednoczesne załadowanie dowolnie dużej liczby potrzebnych narzędzi. Zachodzi zatem potrzeba podziału pełnego asortymentu części na wsady (nierozłączne grupy części) oraz przydziału niezbędnych narzędzi tak, aby można je przetwarzać jednocześnie (wsadowo) przy spełnieniu warunku operacyjnej wykonalności wszystkich operacji technologicznych oraz jak najbardziej efektywnego wykorzystania dostępnych zasobów.

Jeżeli terminy realizacji zadań muszą być różniane, wtedy dzielimy okres $[0, T^*]$ na T okresów o długości $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_T$, przy czym $T^* = \sum_{l=1}^T \Delta_l$. Przyjmujemy, że terminy realizacji zadań pokrywają się z końcami okresów. Można w takiej sytuacji utworzyć dynamiczne, wieloetapowe zadanie harmonogramowania produkcji, w każdym okresie chodzi o wybór asortymentu oraz wielkości wsadów produkcyjnych spełniających chwilowe ograniczenia uzbrojenia systemu oraz zapewniających efektywne wykorzystanie zasobów systemu i realizację zamówień produkcyjnych.

3. Algorytm harmonogramowania

Podstawowa idea rozważanego podejścia polega na tym, aby rozważać harmonogram jako kompozycję zbioru harmonogramów potokowo-rytmicznych. Każdy z tych potokowo-rytmicznych harmonogramów umożliwia cykliczne wykonywanie zbioru zadań produkcyjnych w ustalonym asortymencie. Okresy przejściowe przy przechodzeniu od jednego harmonogramu cyklicznego do innego są w tej pracy pomijane.

Z punktu widzenia nadrzędnego zadania harmonogramowania produkcji, harmonogram cykliczny β , $\beta \in \mathcal{B}$ może być określony przez następujące wielkości charakterystyczne: Niech $a_\beta = (a_{k\beta})_{k \in K}$ będzie produkcją wyrobów w jednym cyklu, przy czym $a_{k\beta}$ – liczba wyrobów typu k wykonywanych w czasie jednego cyklu. Niech C_β będzie czasem trwania jednego cyklu c harmonogramu cyklicznego β . Oznaczmy przez $K_\beta = \{k | a_{k\beta} > 0\}$ zbiór typów wyrobów produkowanych w harmonogramie cyklicznym β .

Niech y_β oznacza długość trwania harmonogramu cyklicznego β mierzoną liczbą cykli. Oznaczmy przez \mathcal{B} zbiór wszystkich możliwych chwilowych planów, przy czym każdy z planów odpowiada pewnemu chwilowemu wariantowi produkcji (włączając przestoje). Chwilowy wariant produkcji β , $\beta \in \mathcal{B}$, jest określony przez wybór asortymentu i proporcji jednocześnie wykonywanych części, rozdział operacji między maszyny oraz alokację niezbędnych zasobów, takich jak narzędzia. Liczność zbioru \mathcal{B} może być ogromna, stąd \mathcal{B} będzie rozważany tylko niejawnie.

Zachodzą następujące zależności: liczba produkowanych wyrobów typu k jest równa $x_k = \sum_{\beta \in \mathcal{B}} a_{k\beta} y_\beta$ oraz czas produkcji jest równy $\sum_{\beta \in \mathcal{B}} C_\beta y_\beta$. Wartość funkcji kosztów oraz ograniczeń można wyrazić w funkcji zmiennych niezależnych y_β , $\beta \in \mathcal{B}$.

Głównym celem harmonogramowania nadrzędnego jest spełnienie pożądaných terminów realizacji zamówień, drugim kryterium natomiast jest minimalizacja łącznych kosztów produkcji z uwzględnieniem ograniczeń zasobowych. Harmonogram zmiennej produkcji potokowo-rytmicznej wynika z rozwiązania następującego zadania

Zadanie *HC*:

$$F^* = \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{\beta \in B} b_{\beta} y_{\beta}(t) + \sum_{k \in K} h_k I_k(t) \right) \quad (1)$$

przy ograniczeniach

$$I_k(t-1) + \sum_{\beta \in B} a_{k\beta} y_{\beta}(t) - I_k(t) = d_{kt}, \quad k \in K; t = 1, \dots, T \quad (2)$$

$$\sum_{\beta \in B} C_{\beta} y_{\beta}(t) \leq \Delta_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3)$$

$$y_{\beta}(t), I_k(t) \geq 0, \quad k \in K; t = 1, \dots, T \quad (4)$$

przy czym

$I_k(t)$ - liczba zadań typu k ukończonych do końca okresu t i zrealizowanych z wyprzedzeniem.

$y_{\beta}(t)$ - liczba cykli typu β w okresie t .

h_k - kara za wcześniejsze o okres wykonanie zadania typu k w okresie t .

$a_{k\beta}$ - liczba wyrobów typu k wykonywanych w czasie jednego cyklu.

d_{kt} - zapotrzebowanie na części typu k w okresie t .

Δ_t - długość trwania okresu t

C_{β} - okres trwania cyklu harmonogramu cyklicznego β .

b_{β} - łączny koszt trwania jednego cyklu β (zakładamy, że koszt ten jest liniową funkcją czasu trwania cyklu oraz wielkości produkcji, tzn. $b_{\beta} = rC_{\beta} + \sum_{k=1}^K r_k a_{k\beta}$, gdzie r, r_k są dane).

Otrzymaliśmy dynamiczne zadanie programowania liniowego z dużą liczbą kolumn. Rozwiązywanie w sposób jawny powyższego zadania programowania liniowego wielkiej skali (zawierającego ogromną liczbę wariantów produkcji cyklicznej) jest nierealne. Jest jednak możliwe zastosowanie techniki generacji tylko tych kolumn, których wprowadzenie do bazy poprawia aktualne rozwiązanie bazowe bez konieczności przeglądu wszystkich kolumn. Szczegółowy opis algorytmu przedstawiono w pracy [12], s. 130.

Pomocniczy problem generacji nowych kolumn ma za zadanie wybór nowej kolumny poprawiającej aktualne rozwiązanie, jeżeli jest to możliwe. Wyborowi nowej kolumny odpowiada znalezienie nowego harmonogramu cyklicznego $\beta \in B$ w pewnym okresie t . Nowy harmonogram cykliczny jest wynikiem rozwiązania pewnego zadania dyskretnego, które nazwiemy zadaniem wyznaczania *wsadu cyklicznego*. W zadaniu tym należy wybrać podzbiór części wytwarzanych w czasie harmonogramu cyklicznego $\beta \in B$, C_{β} oraz $\alpha_{\beta} = (a_{k\beta})_{k \in K}$, przy czym $a_{k\beta}$ oznacza niewiadomą liczbę wyrobów typu k produkowanych w jednym cyklu harmonogramu β .

Dobór wsadu produkcji cyklicznej i uzbrajanie ESP. Zadanie wyznaczania wsadu cyklicznego dla ogólnych ESP jest zadaniem szczególnie złożonym [11]. Możliwe jest jego uproszczenie, przy założeniach że

- maszyny są pogrupowane w układy maszyn równoległych, identycznych i identycznie zbrojonych,
- operacje różnych typów części mają oddzielnie załadowane narzędzia.

W takim przypadku zadanie doboru wsadu w okresie t zapisujemy następująco (w zapisie zmiennych $a_{k\beta}$, C_β pomijamy indeks β).

Problem B:

$$\max_{a_k, C} \frac{\sum_{k=1}^K c_{kt} a_k}{C} \quad (5)$$

przy spełnieniu warunku na nieujemność i całkowitość a_k oraz wymagania, że zagregowane obciążenia każdej grupy maszyn jest ograniczone przez wielokrotność czasu cyklu

$$\sum_{k=1}^K p_{kl} a_k \leq b_l C \quad l \in L \quad (6)$$

przy czym p_{kl} jest obciążeniem l -tej grupy maszyn spowodowanym przez zadanie k -tego typu, natomiast b_l jest maszyn w grupie l . Ponadto muszą być spełnione ograniczenia magazynków narzędzi

$$\sum_{k \in K} e_{kl} V_k \leq M_l, \quad l \in L \quad (7)$$

przy czym V_k - zmienna binarna równa jeden wtedy i tylko wtedy, gdy $a_k > 0$ oraz e_{kl} jest liczbą zarezerwowanych narzędzi wymaganych do wykonywania operacji odpowiadających częściom typu k przez grupę maszyn l .

Współczynniki kosztów c_{kt} są wyznaczone w trakcie rozwiązywania nadrzędnego zadania harmonogramowania zmiennej produkcji cyklicznej i są funkcją mnożników Lagrange'a λ_{kt} związanych z ograniczeniami (2), tzn. $c_{kt} = \lambda_{kt} - r_k$. Jest oczywiste, że $c_{kt} \leq 0$ implikuje $a_k = 0$.

Problem B jest dość trudnym zadaniem nieliniowego programowania dyskretnego (C jest zmienną). Metoda przybliżonego rozwiązania tego zadania jest oparta na obserwacji, że dla dostatecznie dużej wartości C^* , jeżeli podstawimy $C = C^*$, zadanie B można aproksymować przez zadanie liniowego programowania całkowitoliczbowego (ponieważ wartości a_k , $k \in K$, rosną przy rosnącym C). Niecałkowitoliczbowe wartości a_k^* , $k \in K$, będące rozwiązaniem tego zadania, można wykorzystać do wyznaczenia przybliżonego rozwiązania całkowitoliczbowego a_k , $k \in K$, harmonogramu cyklicznego β takiego, że $mC_\beta \approx C^*$ oraz $m a_{k\beta} \approx a_k^*$, $k \in K$ dla pewnego całkowitego m . W pracy wykorzystano heurystyczną i niezbyt dokładną metodę zaokrąglania rozwiązań niecałkowitych.

4. Wyniki testowania algorytmu

Algorytm został zaimplementowany w języku Fortran77 na mikrokomputerze IBM PC. W celu określenia efektywności algorytmu przebadano go na serii danych kilku przykładowych ESW zawierających po dwie lub trzy grupy centrów obróbkowych. Każde centrum obróbkowe posiada magazyn narzędzi z ograniczoną liczbą narzędzi. Zadania produkcyjne polegają na realizacji pewnych marszrut operacji, różnych dla różnych typów zadań. Liczba typów zadań zmieniała się od 2 do 10. W modelu system transportowy jest traktowany jak grupa maszyn (wózków) o znanych, stałych czasach operacji transportowych. W testowanych przykładach zmieniano w zadaniach asortyment operacji technologicznych, a tym samym zmieniano współczynniki wymagań czasowych poszczególnych centrów obróbkowych oraz wymagania na ilość narzędzi. Pojemności magazynków narzędzi dobierano tak, aby stanowiły one aktywne ograniczenia problemu. Zestawienie wyników obliczeń przedstawiono w tabeli 1.

Dokładność algorytmu była możliwa do oszacowania dzięki rozwiązywaniu w sposób optymalny pewnej relaksacji rozważanego zadania, polegającej na odrzuceniu warunków całkowitości współczynników a_k . Kolumna 'liczba faz' oznacza liczbę kroków algorytmu nadrzędnego, czyli liczbę zadań programowania liniowego rozwiązywanych na górnym poziomie po dogenerowaniu nowych kolumn. Czas rozwiązania ZPL jest czasem działania algorytmu nadrzędnego, natomiast czas generowania wsadów jest czasem działania algorytmu podrzędnego.

Problem	Liczba typów zadań	Liczba grup maszyn	Liczba okresów	dokładność [%]	liczba faz	czas rozw. ZPL min:s	Czas gen. wsadów min:s
P_1	2	2	4	0.24	2	0:55	0:24
P_2	5	3	3	4.70	6	4:42	1:59
P_3	5	3	3	0.02	10	6:56	3:03
P_4	5	3	3	0.54	6	4:29	1:52
P_5	5	3	3	0.03	5	3:39	1:25
P_6	5	3	3	0.68	5	3:32	1:22
P_7	10	3	3	2.59	8	17:57	7:18
P_8	10	3	3	1.01	11	25:30	10:14
P_9	10	3	3	0.19	10	21:21	9:14
P_{10}	10	3	3	2.19	12	25:32	11:27
P_{11}	10	3	3	0.82	16	33:37	15:10

Tablica 1. Wyniki obliczeń algorytmu harmonogramowania zmiennej produkcji potokowej w ESW. Computational results of the algorithm for variable cyclic scheduling in FMSs.

Podsumowanie. Wyniki obliczeń wskazują na dość dobrą dokładność algorytmu oraz dostateczną efektywność metody. Dokładność metody można jeszcze poprawić, opracowując dokładniejszą metodę rozwiązywania zadania doboru wsadu. Efektywność algorytmu nadrzędnego można zwiększyć, stosując bardziej specjalizowane techniki programowania liniowego.

Literatura

- [1] Akella, R., Y. Choong, and S. B. Gershwin, 'Real-Time Production Scheduling of an Automated Cardline', *Annals of Operations Research*, Vol. 3 (1985), pp.403-425.
- [2] Erschler, J., D. Levegue, and F. Roubellat, 'Periodic Loading of Flexible Manufacturing Systems', *Proceedings of the IFIP Congress, APMS, Bordeaux, France* (1982), pp.327-339.
- [3] Erschler, J., F. Roubellat, and C. Thuriot, 'Steady State Scheduling of a Flexible Manufacturing System with Periodic Releasing and Flow Time Constraints', *Annals of Operations Research* (1985), Vol. 3, pp. 333-353.
- [4] [1979] Hitz, K.L., 'Scheduling of Flexible Flow Shops', Tech.Rep. 879, L.I.D.S. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA (1979).
- [5] Kusiak, A., 'Application of Operational Research Models and Techniques in Flexible Manufacturing Systems', *European Journal of Operational Research*, Vol. 24 (1986), pp. 336-345.
- [6] Kusiak, A., 'Flexible Manufacturing Systems: A Structural Approach', *International Journal of Production Research*, Vol.22, No. 6 (1985),pp.1057-1073.
- [7] Pinedo, M. L., B. Wolf, and S.T. McCormic, 'Sequencing in a Flexible Assembly Line with Blocking to Minimize Cycle Time', *Proceedings of the Second ORSA/TIMS Conference on Flexible Manufacturing Systems: Operations Research Models and Applications*, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam (1986), pp. 477-486.
- [8] Ranky, P.G. *The Design and Operation of FMS - Flexible Manufacturing Systems*, IFS (Publications) Ltd., Bedford, United Kingdom (1983).

- [9] Stecke, K.E., 'Formulation and Solution of Nonlinear Integer Production Problems for Flexible Manufacturing Systems', *Management Science*, Vol. 29, No.3 (1983), pp. 273-287.
- [10] Stecke, K.E. and I. Kim, 'A Study of FMS part Type Selection Approaches for Short-Term Production Planning', *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, Vol.1 (1988), pp. 7-29.
- [11] Stecke, K., E. Toczyłowski, 'Profit-Based FMS Dynamic Part Type Selection over Time for Mid-Term Production Planning', Working Paper No. 624, University of Michigan, Ann Arbor (1989).
- [12] Toczyłowski, E., *Niektóre strukturalne metody optymalizacji do sterowania w dyskretnych systemach wytwarzania*, WNT, Warszawa (1989).

Recenzent: Doc.dr.hińt. F.Marecki

Wpłynęło do Redakcji do 1990-04-30.

SCHEDULING OF VARIABLE CYCLIC PRODUCTION IN FMSs WITH POOLED MACHINES

S u m m a r y

In this paper the scheduling of variable cyclic production in particular type FMSs, which contain groups of identical pooled machines performing the same operations and having the same tools is presented. The decomposition algorithm at the lower level hierarchy in chemical production systems which contain periodical reactors is considered. A two-level model is proposed, at the upper level a large scale linear programming model with column generation techniques is used, whereas at the lower level a minimum cost nonlinear control problem for the optimal periodic control of a single reactor is solved. A detailed optimization model of the optimal periodic control of a typical reactor is also presented.

СОСТАВЛЕНИЕ ГРАФИКА НЕПОСТОЯННОГО ПОТОКОВОГО ПРОИЗВОДСТВА В ЭСВ СО СТРУППИРОВАННЫМИ МАШИНАМИ

Р е з ю м е

Рассмотрен вопрос составления графика непостоянного потокового производства в особом классе гибкой системы продукции, в которой выделено группу параллельных машин, идентично оснащенных и выполняющих одинаковые операции. В работе представлена реализация алгоритма для особого класса ЭСВ, опирающаяся на решении второстепенных задач с помощью алгоритма целочисленного программирования.