

Jan KUBIK

O ZANIKANIU DYSSYPACJI W UKŁADACH WIELOSKŁADNIKOWYCH

Streszczenie. W opracowaniu analizuje się proces termomechaniczny, który finalnie prowadzi do stanu równowagowego. Formułuje się dodatkowe ograniczenia, które sankcjonują wygaszenie dyssypacji w układzie. Ograniczenia te wynikają z analizy wyrażenia na wewnętrzną produkcję entropii w ciele wieloskładnikowym. Produkcja ta zależy zarówno od przepływów ciepła i masy, jak i lepkich mechanizmów dyssypacji.

ON THE DISAPPEARING OF THE DISSIPATION IN THE MULTICOMPONENT SYSTEM

Summary. A thermomechanical process which leads to the equilibrium state is analysed. The additional restrictions are also formulated which admit the extinction of the dissipation in a system.

1. Wprowadzenie

Analiza procesów termomechanicznych w wieloskładnikowym ośrodku ciągłym ogranicza się na ogół do sprecyzowania nierówności rezydualnej, z której otrzymuje się podstawowe ograniczenia nakładane na postać równań fizycznych. Jest to typowe wykorzystanie termomechaniki w teorii równań konstytutywnych. Natomiast mniej uwagi zwraca się na charakter narastania czy też zanikania dyssypacji energii z układu w trakcie procesu.

W niniejszej pracy zajmiemy się szczególną klasą procesów termodynamicznych, kiedy to od pewnej chwili rozpoczyna się najpierw proces nierównowagowy, który następnie od określonego etapu ulega wygaszeniu. Finalnie otrzymamy tu nowy stan równowagowy. Natomiast wygaszenie procesu nierównowagowego będzie przedmiotem naszego zainteresowania. Jeżeli dalej założymy, iż wewnętrzna dyssypacja energii z układu jest ciągłą i malejącą w czasie

funkcją czasu, to otrzymamy nowe ograniczenia na postać równań fizycznych w procesie. Ich analiza jest celem rozważań.

Warto przy tym zwrócić uwagę, iż do procesów zmierzających do stanów równowagowych należą między innymi:

- procesy pełzania i relaksacji analizowane w liniowej lepkośćsprężystości, kiedy to po pewnym czasie materiał reaguje jak sprężysty,
- procesy przemian fazowych zmierzające do powstania nowej, stabilnej struktury materiału.

W pierwszym przypadku proces pełzania można makroskopowo analizować najpierw jako wytrącenie układu ze stanu równowagowego, po którym układ ewoluuje poprzez stany nierównowagowe do nowego stanu równowagowego na innym poziomie energii. Podobny proces zachodzi podczas relaksacji. Oczywiście, istnieje będzie klasa procesów deformacji prowadzących w trakcie pełzania do stanów dalekich od równowagi, np. w nieliniowym pełzaniu, czy też pełzaniu prowadzącym do zniszczenia.

Natomiast wiele procesów technologicznych spotykanych w wytwarzaniu materiałów jest tak ukierunkowanych, aby powstające z pierwotnych składników nowe struktury materialne były stabilne. Oznacza to między innymi stałość cech mechanicznych, cieplnych i dyfuzyjnych materiału. Z punktu widzenia termomechaniki proces wytwarzania materiału powinien prowadzić do stanu równowagowego. Widać więc, że analiza procesów zmierzających do stanów równowagowych jest uzasadniona.

Jak należy się spodziewać, omawiana klasa procesów jest ogólna, niezależna od fizycznych własności materiałów. W konsekwencji rozważania nasze ograniczymy tylko do analizy termomechanicznej na poziomie równań bilansów, bez wnikania w teorię równań konstytutywnych.

2. Bilanse procesu

Analizować będziemy proces termomechaniczny zachodzący w ośrodku wieloskładnikowym. Punktem wyjściowym tych rozważań są równania teorii mieszanin Bowena [1], które po przyjęciu założenia o dominującym składniku [5] prowadzą do układu równań, który opisywać może procesy transportu masy, pędu i energii w ciałach kapilarno – porowatych. Tego

typu równania są przydatne między innymi do opisu różnych form transportu ciepła i masy oraz zmian naprężeń w typowych materiałach budowlanych.

Układ równań bilansów w tych procesach jest następujący [3,4,5]:

- parcjalne bilanse masy

$$\frac{\partial \rho^\alpha}{\partial t} = \rho R^\alpha - \operatorname{div}(\rho^\alpha \mathbf{v}^\alpha), \quad \alpha = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

lub

$$\rho \frac{dc^\alpha}{dt} = \rho R^\alpha - \operatorname{div} \mathbf{j}^\alpha, \quad \mathbf{v}^\alpha = \mathbf{u}^\alpha + \mathbf{w}, \quad \mathbf{j}^\alpha = \rho^\alpha \mathbf{u}^\alpha - \text{bilans masy}, \quad (1')$$

- zasada zachowania masy

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) = 0, \quad (2)$$

- równania ruchu

$$\rho \frac{d\mathbf{w}}{dt} = \rho \mathbf{F} + \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \sum_\alpha \boldsymbol{\sigma}^\alpha, \quad \rho \mathbf{F} = \sum_\alpha \rho^\alpha \mathbf{F}^\alpha, \quad (3)$$

- zasada zachowania energii

$$\rho \frac{d}{dt}(U + K) = \rho r - \operatorname{div} \mathbf{q} + \rho \mathbf{F} \mathbf{w} + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{w}) + \sum_\alpha \rho \left(\frac{dc^\alpha}{dt} - R^\alpha \right) M^\alpha - \mathbf{j}^\alpha \operatorname{grad} M^\alpha, \quad (4)$$

z której po wyeliminowaniu energii kinetycznej otrzymamy:

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho r - \operatorname{div} \mathbf{q} + \boldsymbol{\sigma} \mathbf{d} + \sum_\alpha \rho \left(\frac{dc^\alpha}{dt} - R^\alpha \right) M^\alpha - \mathbf{j}^\alpha \operatorname{grad} M^\alpha, \quad (4')$$

- bilans entropii

$$\rho \frac{dS}{dt} = \frac{\rho r}{T} - \operatorname{div} \left(\frac{\mathbf{q}}{T} \right) + \rho \mathcal{R}, \quad \rho \mathcal{R} \geq 0. \quad (5)$$

Występująca w bilansie entropii wewnętrzna produkcja entropii $\rho \mathcal{R}$ związana jest z nieodwracalnymi procesami termodynamicznymi ($\rho \mathcal{R} > 0$), w wyniku których występuje dyssypacja różnych rodzajów energii z układu. Natomiast w szczególnych, równowagowych procesach zanika dyssypacja $\rho \mathcal{R} = 0$.

Pomijając wewnętrzną produkcję entropii $\rho \mathcal{R}$ w bilansie entropii otrzymuje się nierówność wzrostu entropii

$$\rho \frac{dS}{dt} \geq \frac{\rho r}{T} - \operatorname{div} \left(\frac{\mathbf{q}}{T} \right), \quad (6)$$

która w powiązaniu z pozostałymi bilansami prowadzi do nierówności rezydualnej:

$$-\rho \frac{dU}{dt} + \rho \frac{dS}{dt} T + \sigma \mathbf{d} + \sum_{\alpha} \rho \frac{dc^{\alpha}}{dt} M^{\alpha} - \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T} \mathbf{q} \text{grad} T \geq 0. \quad (7)$$

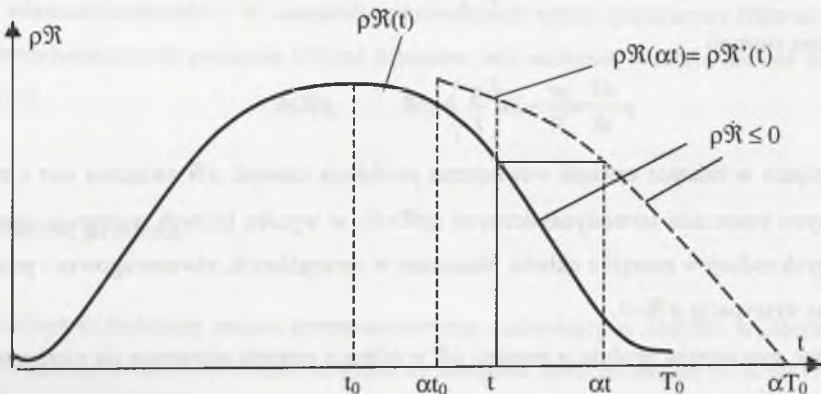
Nierówność tę otrzymaliśmy eliminując z bilansów energii i entropii człony $\rho r - \text{div} \mathbf{q}$.

Podana w tej formie nierówność rezydualna służy za podstawę rozważań termomechanicznych w szerokiej klasie materiałów kapilarno – porowatych z wyróżnionym składnikiem (por.[5]).

W podanych równaniach symbolami ρ^{α} , $c^{\alpha} = \rho^{\alpha} / \rho$, \mathbf{j}^{α} , R^{α} , M^{α} , \mathbf{v}^{α} , \mathbf{u}^{α} , \mathbf{w} , $\sigma : \mathbf{d}$, $\rho \mathbf{F}$, U , K , S , ρr , \mathbf{q} , T , $\rho \mathfrak{R}$ oznaczono kolejno gęstość i koncentrację składnika α , strumień i źródło masy, potencjał chemiczny, prędkości parcjalne, dyfuzyjne i barycentryczne, tensor naprężeń i prędkości odkształceń, siłę masową, energię wewnętrzną i kinetyczną, entropię, źródło i strumień ciepła, temperaturę oraz wewnętrzną produkcję entropii w układzie. Wyszczególnione pola są ciągłymi funkcjami miejsca i czasu.

3. Analiza narastania wewnętrznej dyssypacji energii

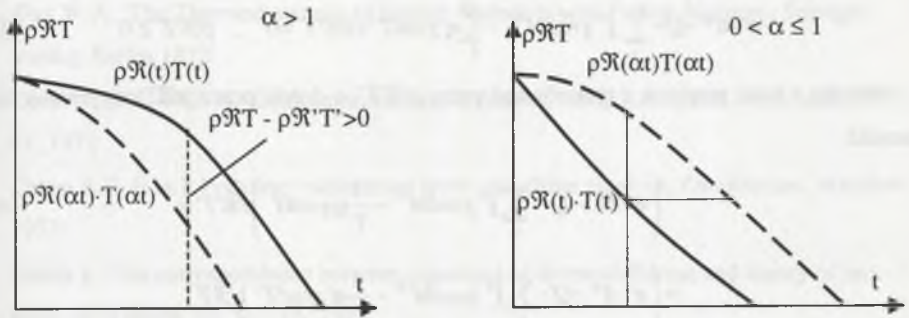
Analizować będziemy pewne szczególne procesy termomechaniczne w ciele wieloskładnikowym, kiedy to od pewnej chwili t_0 proces dyssypacji wewnętrznej zaczyna wygasać, tak iż w chwili $t > T_0$ układ powraca do stanu równowagowego, kiedy to $\rho \mathfrak{R} = 0$ (por.[2]). Biorąc pod uwagę, że $\rho \mathfrak{R}$ powinna być ciągłą i malejącą funkcją czasu, zachodzi relacja:



Rys. 1. Wewnętrzna produkcja entropii
Fig. 1. Internal production of entropy

Jeżeli $0 < \alpha < 1$, to $\rho\mathfrak{R}'(t) \geq \rho\mathfrak{R}(t)$ gdzie $\rho\mathfrak{R}'(t) = \rho\mathfrak{R}(\alpha t)$.

Z nierówności tej wydedukujemy istotne ograniczenie nakładane na przebieg procesów wygasania dyssypacji w układzie.



Rys. 2. Wewnętrzna dyssypacja energii
Fig. 2 Internal dissipation of energy

Zauważmy, iż wobec $T \geq 0$ podobny przebieg będzie posiadała funkcja $\rho\mathfrak{R}T$, określająca wewnętrzną dyssypację energii z układu. Istotnie, jeżeli $0 < \alpha \leq 1$, to $\rho\mathfrak{R}(\alpha t)T(\alpha t) \geq \rho\mathfrak{R}(t)T(t)$.

4. Nierówności dla zanikającej dyssypacji energii z układu

Analizować będziemy teraz ten sam proces dyssypacji energii w dwóch różnych chwilach t i $t' = \alpha t$ ($0 < \alpha \leq 1$) w przypadku, kiedy układ zmierza do stanów równowagowych.

W każdej chwili powinna być spełniona zależność:

$$-\rho \frac{dU}{dt} + \rho \frac{dS}{dt} T + \sigma \cdot (\mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p) + \sum_{\alpha} \rho \frac{dc^{\alpha}}{dt} M^{\alpha} - \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T} \mathbf{q} \text{grad} T - \rho\mathfrak{R}T = 0 \quad (8)$$

$$\rho\mathfrak{R}T \geq 0.$$

W wyniku klasycznego dla termomechaniki postępowania otrzymamy wówczas komplet równań tworzących, określających proces w chwili t i $t' = \alpha t$ oraz nierówność dyssypatywną z pozostałych składników nierówności rezydualnej. W nierówności tej znajdują się też człony $\sigma : \mathbf{d}^p$ i Q , zawierające dyssypującą się z układu moc mechaniczną oraz składnik Q , wynikający wyłącznie z lepkich mechanizmów dyssypacji energii.

Nierówność dyssypatywna w tym przypadku przyjmie formę:

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p - Q - \sum_{\alpha} \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T} \mathbf{q} \text{grad} T + \rho \mathfrak{R} T = 0 \quad , \quad \rho \mathfrak{R} T \geq 0 \quad (9)$$

w chwili t oraz analogicznie w czasie $t' = \alpha$

$$\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{d}'^p - Q' - \sum_{\alpha} \mathbf{j}'^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T'} \mathbf{q}' \text{grad} T' + \rho \mathfrak{R}' T' = 0 \quad , \quad \rho \mathfrak{R}' T' \geq 0. \quad (9')$$

Mnożąc z kolei pierwsze z tych równań przez $\rho \mathfrak{R}' T'$, a drugie przez $\rho \mathfrak{R} T$ otrzymamy tożsamość:

$$\begin{aligned} & \left(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p - Q - \sum_{\alpha} \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T} \mathbf{q} \text{grad} T \right) \rho \mathfrak{R}' T' = \\ & = \left(\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{d}'^p - Q' - \sum_{\alpha} \mathbf{j}'^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T'} \mathbf{q}' \text{grad} T' \right) \rho \mathfrak{R} T \end{aligned} \quad (10)$$

Biorąc pod uwagę, że $\rho \mathfrak{R}' T' > \rho \mathfrak{R} T$, dla $0 < \alpha \leq 1$ zachodzić będzie nierówność

$$\begin{aligned} & \left(\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p - Q - \sum_{\alpha} \mathbf{j}^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T} \mathbf{q} \text{grad} T \right) + \\ & - \left(\boldsymbol{\sigma}' : \mathbf{d}'^p - Q' - \sum_{\alpha} \mathbf{j}'^{\alpha} \text{grad} M^{\alpha} - \frac{1}{T'} \mathbf{q}' \text{grad} T' \right) \leq 0 \end{aligned} \quad (11)$$

która stanowi dodatkowe ograniczenie w procesach termomechanicznych o zanikającej dyssypacji energii z układu.

W przytoczonej nierówności składnik $\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p$ oznacza niesprężystą część mocy mechanicznej, zaś Q jest mocą dyssypującą się z układu, a pochodzącą od lepkich mechanizmów dyssypacji. Składnik ten występuje między innymi w przypadku materiałów lepkosprężystych.

Otrzymałą poprzednio nierówność przedstawimy w innej formie:

$$\begin{aligned} & (\boldsymbol{\sigma}(\alpha t) : \mathbf{d}^p(\alpha t) - \boldsymbol{\sigma}(t) : \mathbf{d}^p(t)) - (Q(\alpha t) - Q(t)) - \sum_{\alpha} (\mathbf{j}^{\alpha}(\alpha t) \text{grad} M^{\alpha}(\alpha t) + \\ & - \mathbf{j}^{\alpha}(t) \text{grad} M^{\alpha}(t)) - \left(\frac{\mathbf{q}(\alpha t) \text{grad} T(\alpha t)}{T(\alpha t)} - \frac{\mathbf{q}(t) \text{grad} T(t)}{T(t)} \right) \geq 0 \quad 0 < \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

która określa udziały poszczególnych mechanizmów dyssypacyjnych w analizowanym procesie termomechanicznym, zmierzającym do stanów równowagowych.

LITERATURA

1. Bowen R.M.: Theory of Mixtures in Continuum Physics, ad. A.C. Eringen, Academic Press, New York 1976
2. Day W.A.: The Thermodynamics of Simple Materials with Fading Memory, Springer Verlag, Berlin 1972
3. Green A.E., LAWS N.: Global properties of mixtures, Arch. Rat. Mech. And Anal. 1, 45 – 61, 1971
4. Green A.E. [i in.]: Podstawy nieliniowej teorii ośrodków ciągłych, Ossolineum, Wrocław 1973
5. Kubik J.: The correspondence between equations of thermodiffusion and theory of mixtures, Acta Mech. 70, 51 – 65, 1987
6. Wilmański K.: Podstawy termodynamiki fenomenologicznej. PWN, Warszawa 1974

Abstract

A thermomechanical process which leads to the equilibrium state is analysed. The additional restrictions are also formulated which admit the extinction of the dissipation in a system. These restrictions result from the analyse of the interior production of the entropy in the multicomponent medium. It is found that the production of the entropy, depends on both flow of heat and mass and viscous process dissipation.