ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1991

Seria: ELEKTRYKA z.124 Nr kol.1139

Bogusław GRZESIK

ALGORYTM OBLICZEŃ ROZWIĄZANIA PODSTAWOWEGO UKŁADU NIERÓWNOŚCI ISTOTNYCH MODELU KOMUTACJI PRZEKSZTAŁTNIKA ENERGOELEKTRONICZNEGO DIODOWEGO

Streszczenie. Opisuje się nowy model przekształtnika energoelektronicznego z diodami doskonałymi. Model oparty jest na zbiorze nierówności liniowych jednorodnych (NLJ). Podano i uzasadniono algorytm obliczeń rozwiązania podstawowego dla układu nierówności (NLJ) istotnych. Przeanalizowano trzy przypadki rozwiązania: nD<nS, nD=nS, nD>nS. Podano interpretację geometryczną algorytmu.

Summary. New model of power electronic converter with perfect diodes is described in the paper. The set of linear homogeneous inequalities (LHI) is the model of the converter. An algorithm of calculation of fundamental solution of decisive inequalities (LHI) is given and justified. There are three solutions of three cases - nD<nS, nD=nS, nD>nS - analysed in the work. The geometrical interpretation of the algorithm is presented in the paper.

Резюме. Рассматривается новаю модель силового преобразователя на перфектных диодах - система линейных однородных неравенств (ЛОН). В статье представлен альгоритм расчета фундаментального решения системы действительных неравеиств (ЛОН). Проанализированы три варианты решений: nD<nS, nD=nS, nD>nS. Приведена геометрическая интерпретация альгоритма.

Praca dotyczy analizy przekształtników energoelektronicznych zawierających wyłącznie diody doskonałe [1], [2]. Praca niniejsza jest rozwinięciem prac [1], [2], [3]. w zakresie określania dla każdego z 2^{nD} hipotetycznych schemtów zastępczych minimalnego, spośród nD, zbioru nierówności wyznaczających dany schemat zastępczy. Ten minimalny zbiór nierówności danego hipotetycznego schematu zastępczego określa się na podstawie jego rozwiązania podstawowego. Opisuje się algorytm obliczania rozwiązania podstawowego.

■ 1. Przy danym schemacie zastępczym każda z nD diod każdego z 2^{nD} schematów zastępczych znajduje się w jednym z dwóch stanów: w stanie zaworowym $(-u\geq 0)$ lub w stani przewodzenia $(i\geq 0)$. Napięcia diod nieprzewodzących i prądy diod przewodzących można wyrazić jako liniowe funkcje napięć i prądów źródłowych i nałożyć na nie ww. warunki i w ten sposób powstaje zbiór nD nierówności.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + .. + a_{1nS}\,x_{nS} = -u \geq 0$$

$$a_{22}x_1 + a_{22}x_2 + .. + a_{2nS}\,x_{nS} = -u_2 \geq 0$$

....

$$a_{nD1}x_1 + a_{nD2}x_2 + .. + a_{nDnS}x_{nS} = i_{nD} > 0 \qquad (1.1)$$

Określając rozwiązanie podstawowe tego zbioru nierówności uzyskuje się, oprócz informacji o istnieniu danego schematu zastępczego, na wstępie wspomniany zbiór istotnych nierówności wyznaczających dany schemat zastępczy. Zakłada się, że rozwiązywany układ nierówności jestłliniowo niezależny.

■ 2. Rozwiązaniem podstawowym zbioru nierówności przy ustalonym stanie diod jest następujący zbiór wektorów

$$X_1, X_2, .., X_r \qquad (2.1)$$

Każdy z wektorów ma postać: $X = (x_1,\ x_2,\ ..,x_{nS})$. Rozwiązanie podstawowe, rozwiązanie układu (1.1) może być wyznaczone jako kombinacja liniowa wektorów tego zbioru:

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 + \dots + k_rX_r \qquad (2.2)$$

gdzie $k \geq 0$ jest dowolną liczbą rzeczywistą.

■ 3. Rozwiązanie podstawowe pojedynczej nierówności,

$$L_1(X) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 +, \dots, + a_{1nS}x_{nS} \geq 0 \qquad (3.1)$$

złożone jest z rozwiązania równania liniowego jednorodnego

$$L_1(X) = 0 \qquad (3.2)$$

oraz rozwiązania równania nierówności

$$L_1(X) = a > 0 \qquad (3.3)$$

Rozwiązaniem równania (3.2) są wektory:

$X_1 = (1, 0, \dots, 0, -a_{11}/a_{1nS})$

$X_2 = (0, 1, \dots, 0, -a_{12}/a_{1nS})$

...

$X_{nS-1} = (0, 0, \dots, 1, -a_{1nS-1}/a_{1nS})$

$$X_{nS} = (-1, -1, \dots, -1, a_{nS}) \tag{3.4}$$

gdzie

$$a_{nS} = a_{11}/a_{1nS} + a_{12}/a_{1nS} +, \dots, + a_{1nS-1}/a_{1nS} \tag{3.5}$$

Można wykazać, że dowolne rozwiązanie X równania (3.2) może być przedstawione jako kombinacja liniowa wektorów $X_1, X_2, \dots, X_{nS-1}$

$$X = k_1X_1 + k_2X_2 +, \dots, + k_{nS-1}X_{nS-1} \tag{3.6}$$

Prawdziwość tego wykazuje się następująco. Niech będzie dany dowolny wektor X-rozwiązanie równania (3.2):

$$X = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_{nS}^*) \tag{3.7}$$

Wektor ten wyraża się następująco

$$X = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_{nS-1}^*, x_{nS}^*) =$$

$$= x_1^*X_1 + x_2^*X_2 +, \dots, x_{nS-1}^*X_{nS-1} \tag{3.8}$$

Prawą stronę (3.8) rozwija się wykorzystując zależności (3.4), z których każdą mnoży się odpowiednio przez $x_1^*, x_2^*, \dots x_{nS-1}^*$ i następnie sumuje; daje to:

$$(x_1^*, x_2^*, \dots, (-x_1^*(a_{11}/a_{1nS}) - x_2^*(a_{12}/a_{1nS}) - , \dots,$$

$$-x_{nS-1}^*(a_{1nS-1}/a_{1nS})) = X \tag{3.9}$$

Ostatni człon (3.9) jest równy x_{nS}^* na podstawie (3.2).

Współrzędne wektora $X=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_{nS}^*)$ mają w ogólnym przypadku wartości dodatnie, ujemne i równe zero. Kolejnym zadaniem jest wyrażenie dowolnego rozwiązania (3.2) jako nieujemnej kombinacji liniowej wektorów $X_1, X_2, \dots, X_{nS-1}, X_{nS}$. W tym celu dowolny wektor X przedstawia się jako

$$X = x_1^*X_1 + x_2^*X_2 +, \dots, + x_{nS-1}^*X_{nS-1} =$$

$$= k_1X_1 + k_2X_2 +, \dots, + k_{nS}X_{nS} \tag{3.9a}$$

gdzie $k_1 .. k_{nS} \geq 0$.

Do wykazania prawdziwości (3.9a) wykorzystuje się zależności (3.4) i (3.5), a w szczególności to, że (4.4-3.5) można zapisać jako

$$X_{nS} = - X_1 - X_2 -, \dots, - X_{nS-1} \tag{3.10}$$

Po podstawieniu (3.10) do (3.9a) uzyskuje się

$$k_1X_1 + k_2X_2 +, \dots\dots, + k_{nS-1}X_{nS-1} = \tag{3.11}$$

$$= (k_{nS} + x_1^*)X_1 + (k_{nS} + x_2^*)X_2 +, \dots, + (k_{nS} + x_{nS-1}^*)X_{nS-1}$$

Jeżeli tak dobrać k_{nS}, że $k_{nS}>0$ i $(k_{nS} + x_{nS-1}^*) > 0$ to wyrażenie (3.11) jest także przedstawieniem dowolnego rozwiązania (3.2) jako nieujemnej kombinacji liniowej wektorów $X_1, X_2, \dots, X_{nS-1}, X_{nS}$.

Uzyskane wektory $X_1, X_2, \dots, X_{nS-1}, X_{nS}$ stanowią rozwiązanie równości (3.2) i nie są rozwiązaniem podstawowym nierówności (3.1). Aby uzyskać rozwązanie nierówności (3.1), należy obliczyć rozwiązanie szczególne nierówności (3.3) - dodatkowy wektor X_{nS+1}. Realizuje się to podstawiając do (3.3) $x_2 = x_3 = , \dots, = x_{nS} = 0$, co daje:

$$X_{nS+1} = (a/a_{11}, 0, \dots, 0) \tag{3.12}$$

Mając określone rozwiązanie ogólne dla (3.2) a więc dla $L_1(X)=0$ orazrozwiązanie szczególne dla (3.3), tzn. dla $L_1(X) >0$ należy wykazać, że dowolne rozwiązanie nierówności (3.1)

$$X^P = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_{nS-1}^*, x_{nS}^*) \tag{3.13}$$

może być przedstawione jako nieujemna liniowa kombinacja tych nS+1 wektorów:

$$X^P = k_{11}X_1 + k_{12}X_2 + , \dots, + k_{1nS+1}X_{nS+1} \tag{3.14}$$

Z podstawienia X^P do $L_1(X)$ wynika

$$L_1(X^P) = a_{11}x_1^* + a_{12}x_2^* + , \dots, + a_{1nS}x_{nS}^* = a^P > 0 \tag{3.15}$$

Rozwiązanie X^P jest sumą pewnego rozwiązania X^H równania $L_1(X)=0$ oraz kX_{1nS}

$$X^P = X^H + kX_{1nS} \tag{3.16}$$

czyli

$$X^H = X^P - kX_{1nS} \tag{3.17}$$

Rozwiązanie $L_1(X)$ przy $X = X^H$ daje:

$$a_{11}(\overset{\bullet}{x}_{11} - k(a/a_{11})) + a_{12}\overset{\bullet}{} + \ldots, + a_{1nS}\overset{\bullet}{x}_{1nS} = 0 \tag{3.18}$$

a więc musi być spełnione

$$ka = a_{11}\overset{\bullet}{x}_{1} + a_{12}\overset{\bullet}{x}_{12} +, \ldots, + a_{1nS}\overset{\bullet}{x}_{1nS} \tag{3.19}$$

a to przy odpowiednim wyborze k jest spełnione, ponieważ $a^P>0$ według (3.15) oraz $a>0$ w/g (3.3).

Tak więc rozwiązanie

$$X_1, X_2, \ldots, X_{nS}, X_{nS+1} \tag{3.20}$$

jest rozwiązaniem podstawowym nierówności pojedynczej (3.1). W interpretacji geometrycznej oznacza to, że wektory $X_1 .. X_{nS}$ leżą w hiperpłaszczyźnie (3.2), a wektor X_{nS+1} w półprzestrzeni (3.3) poza hiperpłaszczyzną (3.2).

■ 4. Rozwiązanie podstawowe (2.1) układu dwóch nierówności, przy nD<nS,

$$L_1(X) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1nS} \geq 0 \tag{3.1}$$

$$L_2(X) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2nS} \geq 0 \tag{4.1}$$

uzyskuje się poprzez ustalenie w pierwszym kroku rozwiązania pierwszej nierówności układu (3.1), (4.1); postępuje się tak jak w p.3. W drugim kroku dołącza się drugą nierówność - (4.1) i oblicza się wartości $L_2(X)$ podstawiając kolejno do $L_2(X)$ wektory $X_1 \ldots . X_{nS+1}$, (3.20) w celu skontrolowania, w jaki sposób wektory $X_1 .. X_{nS+1}$ sprawdzają nierówność (4.1); wynikiem tego sprawdzenia jest zbiór nS+1 wartości $L_2(X)$ złożony z trzech podzbiorów rozłącznych X_{k+}, X_{l-}, X_{m0} takich, że

$$L_2(X_{k+}) > 0, \ k=1,..,u \tag{4.2}$$

$$L_2(X_{l-}) < 0, \ l=1,..,v \tag{4.3}$$

$$L_2(X_{m0}) = 0, \ m=1,..,w \tag{4.4}$$

Jeżeli $L_1(X) \neq \kappa L_2(X)$, tzn. L_1 i L_2 są liniowo niezależne, to w ogólnym przypadku rozwiązanie podstawowe nierówności N_1 - (3.20) nie jest rozwiązaniem układu nierówności N_1, N_2. Ponadto nie są znane położenia, jakie powinny przyjmować wektory rozwiązania podstawowego układu N_1, N_2 oraz minimalna liczba wektorów tego rozwiązania.

Położenia wektorów rozwiązania podstawowego i ich liczbę można określić w następujący sposób. Przyjmuje się odpowiadające sobie oznaczenia opisujące nierówności, hiperpłaszczyzny i półprzestrzenie:

nierówność	hiperpłaszczyzna	półprzestrzeń
$N_1^{nS} :=L_1^{nS} \geq 0$ $N_2^{nS} :=L_2^{nS} \geq 0$	$H_1^{nS-1} :=L_1^{nS} =0$ $H_2^{nS-1} :=L_2^{nS} =0$	$P_1^{nS} :=L^{nS} \geq 0$ $P_2^{nS} :=L_1^{nS} \geq 0$
$N_{12/1}^{nS-1} :=L_1^{nS-1}=0,$ $L_2^{nS-1} \geq 0$ $N_{12/2}^{nS-1} :=L_1^{nS-1} \geq 0$ $L_2^{nS-1}=0$	$H_{12}^{nS-2} :=H_1^{nS-1} \cap H_2^{nS-1}$ $H_{12}^{nS-2} :=L_1^{nS-1}=0,$ $L_2^{nS-1}=0$ $H_{12}^{nS-2} :=L_{12}^{nS-2}=0$	$P_{12/1}^{nS-1} :=L_1^{nS-1}=0,$ $L_2^{nS-1} \geq 0$ $P_{12/2}^{nS-1} :=L_1^{nS-1} \geq 0$ $L_2^{nS-1}=0$

Oznaczenia te umożliwiają interpretację geometryczną zależności algebraicznych opisanych przez układ nierówności N_1, N_2.

Częścią wspólną hiperpłaszczyzn wymiaru nS-1, H_1, H_2 jest hiperpłaszczyzna (nS-2)-wymiarowa, H_{12}. Ta hiperpłaszczyzna H_{12} dzieli każdą z hiperpłaszczyzn H_1 i H_2 na dwie części. H_{12}^{nS-2}, jak wykazano przy poszukiwaniu rozwiązania jednej nierówności, jest wyznaczona za pomocą nS-1 wektorów (H_1^{nS-1} jest wyznaczona za pomocą nS wektorów). Ogólnie H^{nS-k} jest wyznaczona przez nS-k+1 wektorów. A zatem np. półprzestrzeń $P_{12/1}^{nS-1} \subset H_1^{nS-1}$ jest wyznaczona przez (nS-1)+1 wektorów. Podobnie jest z półprzestrzenią $P_{12/2}^{nS-1} \subset H_2^{nS-1}$. Dla osiągnięcia wszystkich punktów stożka $P_1^{nS} \cap P_2^{S}$ niezbędny jest, oprócz nS wektorów leżących w $P_{12/1}^{nS-1}$, jeszcze jeden wektor z tym, że należący do H_2^{nS-1}, a więc nie należący do H_1^{nS-1}. Tak więc rozwiązaniem podstawowym N_1, N_2 jest zbiór nS+1 wektorów, przy czym nS-1 wektorów leży w H_{12}, a dwa z nich poza H_{12} - jeden w H_1, a drugi w H_2. Poprawność powyższego można sprawdzić kontrolując, czy liczba wektorów wyznaczająca każdą z P_1^{nS}, P_2^{nS} wynosi nS+1 i czy w każdej H_1^{nS-1}, H_2^{nS-2} leży nS wektorów. Powyższe wywody można zilustrować przykładem, gdzie dwie nierówności N_1, N_2 w R^3 wyznaczają stożek-kąt dwuścienny i rozwiązaniem podstawowym są cztery wektory: dwa leżące w $H_1 \cap H_2$, jeden w H_1 i nie w H_2 oraz jeden w H_2 i nie w H_1.

Mając położenia wektorów rozwiązania podstawowego N_1, N_2 określone wg powyżej przedstwionego, sposobu należy wybrać z rozwiązania podstawowego nierówności N_1, tzn. z (3.20) odpowiednie wektory - tj. wektory typu X_{k+},

X_{m0} - i dołączyć dc nich takie, aby spełniony był ww. wymóg określający ich ilość i położenie.

Przed ostatecznym wyznaczeniem konkretnych wektorów rozwiązania podstawowego N_1, N_2 należy przeanalizować wszystkie możliwości położenia wektorów zbioru (3.20) - rozwiązania podstawowego N_1 względem hiperpłaszczyzny H_2. W tym celu w pierwszym kroku wpisuje się wszystkie różne wyniki sprawdzenia nierówności (4.2) uzyskane przez podstawienie do niej wektorów(3.20) - rozwiązania podstawowego pierwszej nierówności (3.1); ponieważ wynikiem podstawienia każdego z wektorów $X_1..X_{nS}$ do L_2 może być jedna z trzech możliwości (4.2), (4.3), (4.4), to w najogólniejszym przypadku przy podstawieniu nW wektorów do L_2 liczba różnych wyników tego sprawdzenia wynosi

$$nWS = 3^{nW} \qquad (4.5)$$

przy czym przjmuje się oznaczenia

$$L(X) > 0 \Rightarrow WS:=0; \quad L(X) < 0 \Rightarrow WS:=-1; \quad L(X) = 0 \Rightarrow WS:=1 \qquad (4.6)$$

gdzie WS wynikiem sprawdzenia.

Dla przykładu przy nW=3 liczba wyników sprawdzenia wynosi nWS=27.

W drugim kroku sporządza się listę wszystkich typów wyników sprawdzenia TWS; typ wyniku sprawdzenia TWS jest uporządkowanym zbiorem trzech liczb, z których pierwsza oznacza liczbę wektorów mających WS=1, druga jest liczbą wektorów o WS=0, a trzecia liczbą wektorów, których WS=-1, przy czym liczby te należą do zbioru: {0, 1..nW}, a ich suma jest równa nW. Tę liczbę typów wyników sprawdzenia określa się zależnością:

$$nTWS = ((nW + 1)/2)^* (nW + 2) \qquad (4.7)$$

Jest to największa możliwa liczba dla przypadku, gdy wszystkie z nW wekktorów są w ogólnym położeniu, tzn. nie istnieje wśród nich więcej niż jeden wektor taki, dla którego $L_2(X)=0$. Na przykład przy nW=3 liczba typów wyników wynosi nRWS=10 w ogólnym przypadku, natomiast gdy dwa z nich są liniowo zależne, to liczba typów wynosi tylko 2.

Istnieje możliwość uogólnienia i określenia minimalnej liczby typów wyników sprawdzenia dla dowolnej liczby wektorów przy określonych ograniczeniach narzuconych na położenie wektorów rozwiązania podstawowego N_1, tzn. przy ograniczeniach nałożonych na położenie wektorów (3.20).

Istotną informacją ułatwiającą poszukiwanie rozwiązania podstawowego nierówności N_1 i N_2 jest informacja o maksymalnej i minimalnej liczbie wektorów rozwiązania pojedyńczej nierówności $N_i := L_1(X) \geq 0$, będących rozwiązaniem układu równości $L_1(X)=0$, $L_2(X)=0$. Jeżeli $L_1(X)$ i $L_2(X)$ są liniowo niezależne, to ta maksymalna liczba wektorów rozwiązania podstawowego N_1^{nS} wynosi nS-2, a minimalna 0.

. Drugą ważną daną określającą ogólną strukturę rozwiązania podstawowego dwóch nierówności N_1^{nS}, N_2^{nS} jest minimalna i maksymalna liczba wektorów wśród nS wektorów rozwiązania $L_1(X)=0$ takich, że zachodzi dla nich $L_2(X) \geq 0$. I w tym przypadku $L_1(X)$ i $L_2(X)$ są liniowo niezależne. Wykorzystując zależności (3.20) można wykazać, że minimalna liczba tych wektorów, tzn. wektorów typu X_{k+} wynosi 1, a maksymalna nS-1.

. Przedstawione powyżej ogólne informacje o wszystkich możliwych położeniach wektorów zbioru (3.20) - rozwiązania podstawowego N_1 - względem hiperpłaszczyzny H_2 umożliwiają przedstawienie następującego algorytmu poszukiwnia rozwiązania podstawowego dwóch nierówności N_1, N_2: :

k0. Początek.

k1. W kroku pierwszym bada się liniową zależność równiań $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$. Jeżeli równania te są liniowo zależne, to należy przejść do k2, a w przeciwnym przypadku do kroku k5.

k2. Bada się tu znak zależności liniowej κ: $L_2(X)=\kappa L_1(X)$. Jeżeli $\kappa>0$, to należy przejść do kroku k3, a gdy $\kappa<0$ to k4.

k3. Nierówności N_1, N_2 wyznaczają tę samą półprzestrzeń $P_1^{nS} = P_2^{nS}$. Pozwala to pominąć np. N_2 i ustalić rozwiązanie podstawowe, tak jak dla pojedyńczej nierówności - jest to nS+1 wektorów takich, jak (3.20) - i zakończyć analizę.

k4. Nierówności N_1, N_2 wyznaczają nS-1 wymiarową hiperpłaszczyznę $H_{12}^{nS-1}=P_1^{nS} \cap P_2^{nS}$ jako część wspólną P_1 i P_2. Rozwiązaniem w tym przypadku jest nS wektorów obliczonych tak, jak pierwsze nS wektory w rozwiązaniu (3.20); rezultat ten kończy analizę.

k5. 5.1. Pierwszą czynnością jest obliczenie rozwiązania podstawowego pierwszej z nierówności N_1 i uporządkowanie jego wektorów w dwóch zbiorach, w następującej kolejności X_{m0}, X_{k+}; wektory każdego z tych zbiorów spełniają odpowiednio zależności (4.4) i (4.2). Krok ten ilustrują wyniki sprawdzenia WS nierówności N_1 pokazane w macierzy wyników sprawdzenia MWS (4.8)

5.2. Drugą czynnością jest obliczenie wartości $L_2(X)$ przy podstawieniu do $L_2(X)$ kolejno wektorów $X_1..X_{nS+1}$, (3.20). Rezultatem jest informacja o rozdziale wektorów $X_1..X_{nS+1}$ na trzy rozłączne podzbiory złożone z wektorów następujących typów X_{k+}, X_{l-}, X_{m0}. Wektory każdego z tych zbiorów spełniają odpowiednio zależności (4.2), (4.3), (4.4). Odpowiednią ilustrację - pewien przykładowy wynik sprawdzenia nierówności N_2 - pokazuje macierz wyników sprawdzenia MWS, (4.8):

$$
MWS = \begin{array}{|l|c|c|}
\hline
 & \multicolumn{2}{c|}{WS} \\
 & N_1 & N_2 \\
\hline
X_1 & 1 & 1 \\
X_2 & 1 & 1 \\
X_3 & 1 & 1 \\
.. & 1 & 1 \\
X_{nX_{m0}} & 1 & 1 \\
\hline
X_{nX_{m0}+1} & 1 & 0 \\
.. & 1 & 0 \\
X_{nX_{m0}+nw} & 1 & 0 \\
\hline
X_{nX_{m0}+nw+1} & 1 & -1 \\
.. & 1 & -1 \\
X_{nS-1} & 1 & -1 \\
\hline
X_{nS} & 1 & 0 \\
X_{nS+1} & 0 & * \\
\hline
\end{array}
\qquad (4.8)
$$

* - wynik sprawdzenia: dowolny: = 1, 0, -1

5.3. Trzecim krokiem jest następujące uporządkowanie nS+1 wektorów:

5.3.1. Wektory o wynikach sprawdzenia WS=1,1 umieszcza się jako pierwsze w macierzy MWS, takiej jak (4.8); liczbę tych wektorów oznacza sie jako nX_{m0}; wektory te leżą w części wspólnej hiperpłaszczyzn H_1, H_2;

5.3.2. Pierwszy wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,0 umieszcza się w macierzy MWS na pozycji nS. Można wykazać, że istnieje przynajmniej jeden taki wektor - w dowodzie wykorzystuje się warunki na zależność liniową równań $L_1(X)=0$, $L_2(X)=0$ (k1, k2).

5.3.3. Pozostałe wektory o wyniku sprawdzenia WS=1,0 umieszcza się w macierzy MWS na miejscach od $nX_{m0}+1$ do $nX_{m0}+nw$.

5.3.4. Wektorom o wyniku sprawdzenia WS=1,-1 przypisuje się numery od $nX_{m0}+nw+1$ do nS-1.

5.3.5. Wektor o wyniku sprawdzenia WS=0,1, jeżeli istnieje, umieszcza się w macierzy MWS na pozycji nS+1; wektor X_{nS+1} rozwiązania podstawowego nierówności N1 może być położony w półprzestrzeni $L_2(X)>0$ i wtedy wynik sprawdzenia wynosi WS=0,0 lub leżeć w hiperpłaszczyźnie $L_2(X)=0$, co daje wynik sprawdzenia WS=0,1; możliwe jest trzecie położenie tego wektora, może się on znajdować w półprzestrzeni $L_2(X)<0$ co daje WS=0,-1.

5.4. Czwartym krokiem jest wyznaczenie pozostałych $nS-1-nX_{m0}$ wektorów rozwiązania podstawowego $N_1 \cap N_2$, wektorów, które położone są w hiperpłaszczyźnie H_{12}.

Te pozostałe $nS-1-nX_{m0}$ wektory konstruuje się wykorzystując do tego pary liniowo niezależnych wektorów typu X_{k+} i X_{l-}. Wykonuje się to w następujący sposób: Aby poszukiwany wektor, oznaczony jako X_{kl0}, leżał w H_2, to musi zachodzić: $L_1(X)=0$ i $L_2(X)=0$. Na wstępie zakłada się, że $L_1(X)=0$. Oznacza to, że $L_2(X_{kl0})=0$. Istnieje możliwość wyrażenia wektora X_{kl0}: $X_{kl0} = \alpha X_{k+} + \beta X_{l-}$ (4.9)

Podstawiając (4.9) do $L_2(X)$ i żądając, aby $L_2(X)=0$, uzyskuje się:

$$L_2(X_{kl0}) = L_2(\alpha X_{k+} + \beta X_{l-}) = \alpha L_2(X_{k+}) + \beta L_2(X_{l-}) = 0 \tag{4.10}$$

Z (4.10) wynika, że współczynniki α, β można wybrać na dwa sposoby podporządkowując to wymogowi, aby nowo utworzony wektor X_{kl0} spełniał również nierówność pierwszą, tzn. aby $L_1(X_{kl0}) \geq 0$. Pierwszy wariant wyboru jest taki, że $\alpha = L_2(X_{l-})$, $\beta = -L_2(X_{k+})$ i w wariancie tym $L_1(X_{kl0})$ możemieć wartość zarówno dodatnią, jak i ujemną. Wybór współczynników według drugiego wariantu, a więc z zależności (4.11), (4.12):

$$\alpha = -L_2(X_{l-}) \tag{4.11}$$

$$\beta = L_2(X_{k+}) \tag{4.12}$$

prowadzi zawsze do tego, że poprzednia nierówność $L_1(X_{kl0}) \geq 0$ jest spełniona. Jest tak ponieważ wyrażenie:

$$L_1(X_{kl0}) = -L_2(X_{l-})\, L_1(X_{k+}) + L_2(X_{k+})\, L_1(X_{l-}) \tag{4.13}$$

jest zawsze nieujemne.

Położenie wektora X_{kl0} jest uzależnione od położenia wektorów, za pomocą których został on skonstruowany. Jeżeli wektory X_{k+}, X_{l-} leżą wyłącznie w H_1^{nS-1}, to X_{kl0} leży w części wspólnej obydwu hiperpłaszczyzn: $H_{12}^{nS-2} = H_1^{nS-1} \cap H_2^{nS-1}$ i powstaje on jako kombinacja liniowa wektorów X_{k+}, X_{l-}.

5.4.1. Aby wyznaczyć $nX_{m0}+1$ wektor wybiera się pierwszy z kolei wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,0 jako X_{k+} oraz pierwszy z kolei wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,-1 jako wektor X_{l-}. Na ich podstawie zgodnie z zależnością (4.9) konstruuje się wektor (jego współrzędne) X_{kl0} - wynik sprawdzenia jest równy WS=1,1. Po tym sprawdza się liczbę wektorów typu X_{kl0}, WS=1,1 i jeżeli liczba ta jest mniejsza od nS-1, to przystępuje się do konstruowania następnych wektorów typu X_{kl0}, WS=1,1.W przeciwnym przypadku przechodzi się do badania wektora o wyniku sprawdzenia WS=0,1.

5.4.2. Następne wektory typu X_{kl0} konstruuje się na podstawie pierwszego wybranego wektora X_{k+}, WS=1,0 i następnych z kolei wektorów X_{l-}, WS=1,-1 aż do wyczerpania się tych ostatnich. Po skonstruowaniu kolejnego wektora typu X_{kl0} sprawdza się liczbę wektorów typu WS=1,1. Jeżeli liczba ta jest mniejsza od nS-1, to przystępuje się do konstruowania dalszych wektorów X_{kl0}. W przeciwnym przypadku przystępuje się do badania wektora typu WS=0,1.

5.4.3. Jeżeli z wykorzystaniem pierwszego z kolei wektora typu WS=1,0 nie udało się skonstruować wszystkich $nS-1-nX_{m0}$ wektorów typuWS=1,1 to przechodzi się do następnych wektorów typu WS=1,0 wykonując, przy każdym ustaleniu wektora WS=1,0, wszystkie te operacje,które wykonane zostały z wykorzystaniem tego pierwszego wektora typu WS=1,0. Jeżeli nie udaje się skonstruować wcześniej wszystkich $nS-1-nX_{m0}$ wektorów, to do ich konstrukcji wykorzystuje się wszystkie wektory typu WS=1,0.

5.4.4. Jeżeli w rozwiązaniu podstawowym N_1 nie istnieje wektor o wyniku sprawdzenia WS=0,1, tzn. wektor leżący w H_2^{nS-1} i nie w H_1^{nS-1}, to konstruuje się go wg formuły (4.9). Wektor taki umieszcza się na pozycji nS+1. Geometryczną interpretację wszystkich wariantów położenia tego wektora podano w punkcie 5.3.5. Wektor rozwiązania podstawowego N_1 o numerze nS+1 może mieć wynik sprawdzenia WS=0,1 lub 0,-1 lub 0,0.
Jeżeli zachodzi przypadek pierwszy to oznacza, że rozwiązanie podstawowe dwóch nierówności zostało skonstruowane. W drugim przypadku konstruuje się wektor o wyniku sprawdzenia WS=0,1, czyli wektor typu X_{kl0}, wykorzystując w formule (4.9) wektor rozwiązania podstawowego nierówności N1 o numerze nS+1 i WS=0,-1 oraz dowolny z wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1,0. W trzecim przypadku do konstrucji wektora X_{kl0} wykorzystuje się w formule (4.9) wektory: dotychczasowy o wyniku sprawdzenia WS=0,0 i dowolny z wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1,-1.

5.4.5. W rezultacie otrzymuje się macierz wyników sprawdzenia MWS (4.14):

$$MWS = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & \multicolumn{2}{c|}{WS} \\ & N_1 & N_2 \\ \hline X_1 & 1 & 1 \\ X_2 & 1 & 1 \\ X_3 & 1 & 1 \\ .. & 1 & 1 \\ X_{nS-1} & 1 & 1 \\ \hline X_{nS} & 1 & 0 \\ X_{nS+1} & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \tag{4.14}$$

k6. Koniec.

Analizując mechanizm konstruowania wektorów typu X_{k10} należy zauważyć, że rozwiązanie podstawowe dwóch nierówności o wyniku sprawdzenia (4.14) nie jest jedynym rozwiązaniem. Jest tak, ponieważ wektorów X_{k10} można skonstruować więcej niż nS. Ściślej, w ogólnym przypadku liczba wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1.1 może być większa od nS-1, a liczba wektorów o wyniku sprawdzenia WS=0,1 może być większa od 1. Te nadmiarowe wektory nie wystąpią w rozwiązaniu podstawowym.

Z analizy struktury macierzy MWS, (4,8) i analizy mechanizmu konstrukcji wektorów typu X_{k10} wynika, że warunkiem istnienia rozwiązania dwóch nierówności liniowych, liniowo niezależnych jest, aby w rozwiązaniu podstawowym pierwszej nierówności istniał przynajmniej jeden wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,0 i przynajmniej jeden wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,-1.

■ 5. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD<nS

Przy ustaleniu algorytmu poszukiwania rozwiązania podstawowego wielu nierówności ponownie wykorzystuje się warunek:

(w5.1): Każda półprzestrzeń P^{nS} wyznaczona przez swoją nierówność N^{nS} (w przestrzeni nS-wymiarowej) wyznaczona jest przez przez nS+1 wektorów, przy czym każda z nD nierówności określa w R^{nS} przynależną jej półprzestrzeń, za pomocą nS wektorów leżących w hiperpłaszczyźnie H^{nS-1} i za pomocą jednego wektora, który leży poza hiperpłaszczyzną H^{nS-1}.

Przyjmuje się następujące założenia:

(z5.1): Wśród nD nierówności nie istnieją dwie nierówności, których odpowiednie formy liniowe $L_i(X)$ oraz $L_j(X)$ są liniowo zależne. (z5.2): Zakłada się, że każda ze zbioru nierówności, którego rozwiązanie podstawowe jest określane, jest nierównością istotną, tzn., że hiperpłaszczyzna odpowiadająca każdej nierówności tworzy odpowiednią hiperścianę stożka wyznaczanego przez ten zbiór nierówności.

Poszukiwanie rozwiązania podstawowego układu wielu nierówności przy nD<nS można zalgorytmizować. Algorytm taki jest podobny do opisanego w p.4 dla dwóch nierówności. Poniżej opisuje się algorytm przyjmując, że znane są wyniki sprawdzenia WS określone dla rozwiązania podstawowego (i-1)-szej nierówności takie, jak w macierzy wyników sprawdzenia, MWS, (5.1).

MSW = (5.1)

	WS				
	N_1	N_2	..	N_{i-1}	$N_{i..}$
X_1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1
..	1	1	1	1	1
$X_{nX_{m0}}$	1	1	1	1	1
$X_{nX_{m0}+1}$	1	1	1	1	0
..	1	1	1	1	0
$X_{nX_{m0}+nw}$	1	1	1	1	0
$X_{nX_{m0}+nw+1}$	1	1	1	1	-1
..	1	1	1	1	-1
X_{nS-i+1}	1	1	1	1	-1
X_{nS-i+2}	1	1	1	1	0
X_{nS-i+3}	1	1	1	0	*
..	1	1	..	1	*
X_{nS-1}	1	1	..	1	*
X_{nS}	1	0	1	1	*
X_{nS+1}	0	1	1	1	*

* - wynik sprawdzenia: dowolny: =1, 0, -1

Algorytm.

k0. Początek.

k1. Mając dane rozwiązanie podstawowe i wyniki sprawdzenia WS dla zbioru (i-1) nierówności - (5.1) - określa się wyniki sprawdzenia WS dla i-tej nierówności.

k2. Posługując się wynikami sprawdzenia WS dla zbioru i nierówności porządkuje się wszystkie nS+1 wektory w następujący sposób:

2.1. Wektory o wynikach sprawdzenia WS=1,1,...,1,1 umieszcza się w macierzy MWS, na pierwszych nX_{m0} pozycjach; wektory te leżą w części wspólnej hiperpłaszczyzn H_1, H_2, ..., H_{i-1}, H_i;

2.2. Pierwszy w kolejności wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...1,0 ustawia się na pozycji nS-i+2; przynajmniej jeden taki wektor istnieje.

2.3. Pozostałe wektory o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,0 zapisuje się w macierzy MWS, (5.1) na miejscachod $nX_{m0}+1$ do $nX_{m0}+nw$.

2.4. Wektorom o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,-1 przypisuje się numery od $nX_{m0}+nw+1$ do nS-i+1

2.5. Wektory o numerach od nS-i+3 do nS+1 nie zmieniają pozycji. Wyniki sprawdzenia tych wektorów na pozycji N_i są dowolne: 1, 0, -1. Wyniki sprawdzenia tych wektorów na pozycjach nS-(nr wektora)+2 mają zera

2.6 Wyznacza się pozostałe wektory, które muszą leżeć w części wspólnej hiperpłaszczyzn $H_i \cap H_2 \cap \ldots \cap H_{i-1} \cap H_i$; ich liczba wynosi $nS-i+1-nX_{m0}$. Są to wektory typu X_{k10}. Wektory te wyznacza się wykorzystując zależność (4.9). Przy wyznaczaniu wektorów X_{k10} ustala się wektor X_{k1+}, tzn. z wektorem o wyniku WS=1,1,...,1,1 wylicza się wektory $X_{1nX_{m0}+nw+10}$, $X_{1nX_{m0}+nw+20}$, ... itd. wykorzystując od tego $X_{k+1}=X_1$ oraz $X_{1-1}=X_{nX_{m0}+1}$, $X_{1-2}=X_{nX_{m0}+2}$, ..., następnie ustala się $X_{k+2}=X_2$ wybierając ponownie kolejno $X_{1-1}=X_{nX_{m0}+1}$, $X_{1-2}=X_{nX_{m0}+2}$, ..., . Przed przystąpieniem do obliczania każdegoz wektorów typu X_{k10} sprawdza się całkowitą liczbę wektorów o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...1,1; jeżeli liczba takich wektorów osiągnie wartość nS-i+1, to przechodzi się do kroku 2.7.

2.7. Koryguje się wektory o numerach od nS-i+3 do nS+1. Wyniki sprawdzenia tych wektorów na pozycji N_i przed korekcją mogą być dowolne - zaznaczono to w macierzy MWS (5.1). Po skorygowaniu wyniki ich sprawdzenia WS na pozycji N_i muszą być równe jeden.

2.7.1. Jeżeli wynik sprawdzenia korygowanego wektora na pozycji N_i jest równy jeden, to wektor ten nie podlega korekcji.

2.7.2. Jeżeli wynik sprawdzenia korygowanego wektora na pozycji N_i jest równy 0 oznacza to, że jest to wektor typu X_{k+} i do obliczenia wektora skorygowanego (wg (4.9)) wybiera się jako wektor X_{1-} wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,-1 , np. $X_{nX_{m0}+nw+1}$.

2.7.3. Jeżeli wynik sprawdzenia korygowanego wektora na pozycji N_i jest równy -1, oznacza to, że jest to wektor typu X_{1-} i do obliczenia wektora skorygowanego (wg (4.9)) wybiera się jako wektor X_{k+} wektor w wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,1 , np X_1.

Rozwiązanie podstawowe po skorygowaniu wektorów o numerach od nX_{m0} do nS+1 zawiera wektory takie, których wyniki sprawdzenia dla dowolnej nierówności mają wartość 1 lub 0; wyniki sprawdzenia WS przy N_i nierów- nościach pokazano w postaci macierzy MWS (5.2).

MWS =

	WS				
	N_1	N_2	..	N_{i-1}	$N_{i..}$
X_1	1	1	1	1	1
X_2	1	1	1	1	1
X_3	1	1	1	1	1
..	1	1	1	1	1
X_{nS-i+1}	1	1	1	1	1
X_{nS-i+2}	1	1	1	1	0
X_{nS-i+3}	1	1	1	0	1
..	1	1	..	1	1
X_{nS-1}	1	1	..	1	1
X_{nS}	1	0	1	1	1
X_{nS+1}	0	1	1	1	1

(5.2)

k3. Koniec.

■ 6. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD=nS.

Przyjmuje się założenia (z5.1) i (z5.2).

W rozważanym przypadku liczba wektorów niezbędna do wyznaczenia półprzestrzeni określonej przez każdą z nD=nS nierówności w obszarze stożka wyznaczonego przez nD=nS nierówności jest równa nS przy czym nS-1 wektorów należy do danej hiperpłaszczyzny i jeden leży poza nią.

Przy nD=nS-1 w rozwiązaniu podstawowym istnieją dwa wektory mające takie same wyniki sprawdzenia WS=1,1,...,1,1. W tym przypadku nD=nS-1 hiperperpłaszczyzn nS-1 wymiarowych wyznacza prostą w R^{nS} i na tej prostej umieszczone są ww. wektory. Wektory te liniowo zależne. Po dołączeniu nierówności N_{nS} wynik sprawdzenia dla jednego z tych wektorów ze względu na nierówność N_{nS} przyjmuje wartość -1 a dla drugiego 0. Ten drugi wektor umieszcza się w macierzy MWS na pozycji 2 i za jego pomocą wg zależności (4.9) tworzy się niezbędne wektory X_{k10}.

Wymieniony jako pierwszy wektor o wyniku sprawdzenia WS=1,1,...,1,-1 zapisuje się na pozycji 1. Postępując zgodnie z algorytmem podanym w p.5 należy obliczyć wektor X_{k10} na podstawie tych dwóch wektorów, których wyniki sprawdzenia ze względu na nierówność N_{nS} są odpowiednio równe: WS=1,1,...,1,-1 , WS=1,1,...1,0. Rezultatem tego jest wektor X_{k10}, wektor zerowy, który nie wchodzi do rozwiązania. Ostatecznie do rozwiązania podstawowego wejdą wektory o numerach od 2 do nS+1.

▪ 7. Rozwiązanie podstawowe układu (wielu) nierówności przy nD>nS.

Przyjmuje się założenia (z5.1) i (z5.2).

Nadal, tak jak przy nD=nS, liczba wektorów niezbędna do wyznaczenia półprzestrzeni określonej przez każdą z nD=nS nierówności w obszarze stożka wyznaczonego przez nD=nS nierówności jest równa nS, przy czym nS-1 wektorów należy do danej hiperpłaszczyzny i jeden leży poza nią.

Konstruowanie rozwiązania realizuje się za pomocą macierzy wyników sprawdzenia. Po dołączeniu kolejnej nierówności określa się wyniki sprawdzenia ze względu na tę dołaczoną nierówność i tak konstruować wektory X_{k10} aby w każdej kolumnie macierzy wyników sprawdzenia MWS liczba jedynek była nie mniejsza od nS-1. Takie postępowanie zapewnia, że liczba wektorów w rozwiązaniu podstawowym jest minimalna. Trzeba dodać, że już przy nD=nS+1 liczba wektorów jest znacznie większa od nS.

▪ 8. Zakończenie

Opisany algorytm stanowi część składową modelu przekształtnika energoelektronicznego zawierającego jako zawory tylko i wyłącznie diody doskonałe. Algorytm umożliwia określenie rozwiązania podstawowego układu nierówności liniowych jednorodnych istotnych, nierówności opisujących dowolny ze schematów zastępczych przekształtnika.

Przewiduje się kontynuację tematu w zakresie rozwiązania podstawowego układu nierówności liniowych jednorodnych, wśród których istnieją nierówności nieistotne.

LITERATURA

[1] Grzesik B.: Liczba schematów zastępczych i liczba komutacji energoelektronicznego przekształtnika diodowego, Prace XIII Seminarium z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów - XIII SPETO, Gliwice - Wisła 23..26.05.1990, s.439..444

[2] Grzesik B.: Elementy zmiennotopologicznego modelu przekształnika z diodami idealnymi, ibidem, s.445..454.

[3] Grzesik B.: Model komutacji przekształtników energoelektronicznych diodowych - rozwiązanie układu nierówności, XIV Seminarium z Podstaw Elektrotechnik i Teorii Obwodów (XIV SPETO 1991), Wisła, 23..26.05.1991, Materiały Konferencyjne, TomI, s. 257-266

[4] Jefremow N.W., Rozendorn E.R.: Algebra liniowa wraz z geometrią wielowymiarową, PWN, Warszawa 1974.

Recenzent: Prof dr hab. inż. Kazimierz Mikołajuk

Wpłynęło do Redakcji 1 września 1991 r.

MODEL OF COMMUTATION IN POWER ELECTRONIC DIODE CONVERTER - CALCULATION ALGORITHM OF FUNDAMENTAL SOLUTION OF SET OF DECISIVE INEQUALITIES

Abstract

New model of power electronic converter with perfect diodes is described in the paper. The set of linear homogeneous inequalities (LHI) makes up the model of the converter. This set of inequalities describes each equivalent circuit of the converter. Presented model breaks nonlinear task into series of linear analysis. An algorithm of calculation of fundamental solution of decisive inequalities (LHI) is given and justified. The fundamental solution of the set of inequalities is necessary for generalized analysis which results in the set of hypothetical equivalent circuits which may appear for any voltage/current sources. This solution also allows to establish which of above mentioned equivalent circuits are formed when when given concrete voltage/current of the voltage/current source is applied. Such general information can not be derived basing on standard numerical analysis. There are three cases of solution - nD<nS, nD=nS, nD>nS - analysed in the work. nD is the number of diodes/inequalities and nS is the number of sources. The main tool of the analysis is linear algebra. The geometrical interpretation of the algorithm is presented in the paper.