

Stanisław MAJEWSKI, Grzegorz WANDZIK

MODELOWANIE KONSTRUKCJI W KOMPUTEROWYCH OBLICZENIACH STATYCZNYCH

Streszczenie. Komputerowe metody analizy nie tylko zwiększyły szybkość i dokładność obliczeń, ale przede wszystkim stworzyły nową jakość w zakresie stopnia złożoności projektowanych ustrojów. Wynikają stąd nowe problemy związane z przyjmowaniem właściwego modelu obliczeniowego. Zapewnienie zgodności tego modelu z rzeczywistym zachowaniem konstrukcji jest bowiem nadal efektem wiedzy i intuicji projektanta. W pracy omówiono niektóre problemy związane z modelowaniem konstrukcji, ilustrując je wynikami wykonanych obliczeń.

MODELLING OF STRUCTURES IN COMPUTATIONAL ANALYSIS

Summary. Computational methods of structural analysis have not only shortened the time and increased the accuracy of calculations, but first of all have created new quality according to the complexity of designed structures. This causes new problems connected with assumption of adequate model of structure. The assertion of convergence of this model with real behaviour of structure still is the result of the knowledge and intuition of a designer. Some problems connected with structural modelling have been discussed in the paper and illustrated by samples of analysis.

MODELLIERUNG DER KONSTRUKTION IN COMPUTERISCHEN BERECHNUNGEN

Zusammenfassung. Die computerische Methoden in der Analyse haben Schnelligkeit und Genauigkeit von statischen Berechnungen vergrößert. Dazu bekommt man neue Qualität in Bereich von Genauigkeit der Modellprojektierung. Davon, aber resultieren neue Probleme mit guten Übernehmung von Modellberechnungen von Konstruktionen besprecht und Ergebnisse von computerischen Berechnungen gezeigt.

1. WSTĘP

Rzeczywistość rządzi się obiektywnie istniejącymi prawami. Kiedy człowiek opisuje rzeczywistość, buduje model interesującego go zjawiska. Dotyczy to każdej dziedziny ludzkiego poznania, nie wyłączając tych obszarów, w których schemat belki wolnopodpartej z zaznaczonym na niej równomiernie rozłożonym obciążeniem służy do wyznaczenia sił wewnętrznych w belce stropowej.

Modelowanie wymaga pokory, gdyż nawet najmądrzejszy uczony i znakomity projektant nie decydują o zachowaniu materii, lecz muszą dostosować swoje modele do opisywanej rzeczywistości. Wierna reprezentacja opisywanych zjawisk jest warunkiem skuteczności i powodzenia modelu.

Do niedawna projektant konstrukcji na etapie kształtowania ustroju nośnego zmierzał zwykle do jego maksymalnego uproszczenia, zdając sobie sprawę, że będzie musiał go policzyć, i za swoje obliczenia wziąć odpowiedzialność. Na etapie projektu technicznego z kolei w powszechnym użyciu były różnego rodzaju "inżynierskie" metody analizy statycznej, sprowadzające nawet złożone ustroje przestrzenne do maksymalnie uproszczonych schematów statycznych. Przykładem jest obliczenie zbrojenia stopy fundamentowej, gdzie praca przestrzennego bloku współpracującego z ośrodkiem gruntowym o trudnych do określenia cechach bywa modelowana za pomocą równomiernie obciążonego wspornika.

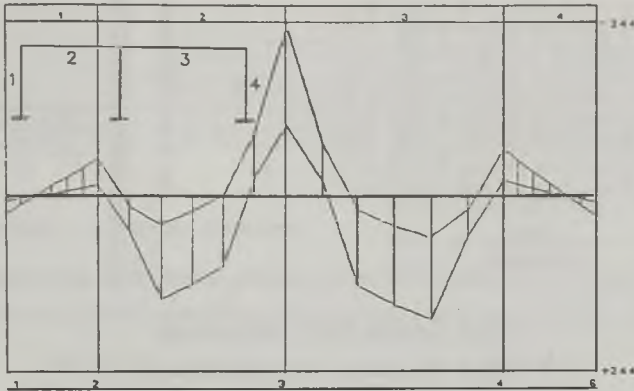
Nie ulega wątpliwości, że komputerowe wspomaganie projektowania ogromnie zwiększyło możliwości w zakresie analizy konstrukcji. Nie zwalnia to jednak projektanta z myślenia, gdyż nawet sprawne naciśnięcie kilku klawiszy nie gwarantuje zgodności wyniku analizy z rzeczywistością. Wręcz przeciwnie, zwolniony z ciężaru pracochłonnych obliczeń statycznych projektant powinien poświęcić więcej czasu na właściwe, maksymalnie zbliżone do rzeczywistości modelowanie ustroju nośnego, nie pomijając przy tym problemów jego optymalizacji. Temu zagadnieniu będzie poświęcona niniejsza praca. Na przykładach obliczanych konstrukcji zostaną omówione następujące zagadnienia:

- Zbliżenie schematu ustroju do rzeczywistości,
- Współpraca obliczanych elementów z innymi elementami budynku,
- Sztywności elementów ustroju i ich wzajemne relacje,
- Optymalizacja schematu.

2. UPRASZCZANIE SCHEMATU STATYCZNEGO

Na wstępie dobrze jest uświadomić sobie, że w komputerowo wspomaganym obliczeniach konstrukcji nie ma potrzeby poszukiwania daleko idących uproszczeń jej schematu, dokonywanych częstokroć za cenę dokładności. Prosty przykładem jest obliczenie monolitycznego, żelbetowego podciągu, który w rzeczywistości jest rozporą ramy połączoną ze słupami. Zwykle sprowadzano ten ustrój do wieloprzęsłowej belki na przegubowych podporach, co pozwalało skorzystać z opracowanych jeszcze w XIX wieku tablic Winklera.

W obliczeniach komputerowych nie jest żadnym utrudnieniem opisanie tego ustroju w jego bardziej zbliżonym do rzeczywistości schemacie ramowym. Na rysunku 1 przedstawiono wyznaczone w ten sposób obwiednie momentów zginających dla ustroju o dwóch nieznacznie różnych przęsłach.



Rys. 1. Obwiednie momentów zginających dla podciagu opartego na słupach

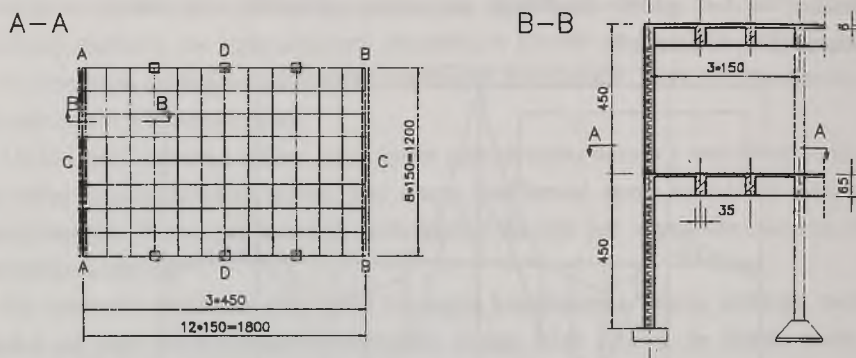
Fig. 1. The envelope curves of bending moment in the beam supported by columns

Uwzględnienie bardziej zbliżonego do rzeczywistości modelu konstrukcji pozwoliło nie tylko wyznaczyć dokładniejszy rozkład sił wewnętrznych w samym podciagu, ale ujawniło również wcale niemałe momenty zginające w słupach. Mimośród statyczny w słupach skrajnych osiągnął 0,382m, a w słupie środkowym 0,107m, co przy wymiarze boku 0,35m znacznie przekracza przyjmowaną do wymiarowania wielkość mimośrodu niezamierzonego. Zauważmy, że ten dokładniejszy wynik uzyskano przy mniejszym nakładzie pracy niż w obliczeniach tradycyjnych.

3. SPRĘŻYSTE OPARCIE BELEK NA ŚCIANACH ORAZ RELACJE SZTYWNOŚCI ELEMENTÓW KONSTRUKCJI

W większości konstrukcji - poza mostami - bardzo rzadko konstruuje się dokładnie przegubowe oparcia belek na podporach. Wyjątkowo również udaje się zrealizować w pełni sztywne zamocowanie. Na ogół mamy do czynienia z zamocowaniem sprężystym o trudnym do określenia stopniu utwierdzenia. Przy prostych elementach konstrukcyjnych, takich jak np. zebra stropu gęstożebrowego, za wystarczająco dokładne uważa się zwykle przemnożenie ekstremalnych momentów obliczonych jak dla belek swobodnie podpartych lub sztywno zamocowanych przez współczynniki zmniejszające (0,8, 0,75, 0,667). Problem pojawia się przy bardziej złożonych ustrojach, gdzie tego typu uproszczenia nie stanowią dla konstruktora dostatecznej gwarancji bezpieczeństwa projektowanej konstrukcji. Przykładem jest żelbetowy strop kasetonowy o wymiarach 12,0·18,0m (rys.2) oparty wzdłuż dwóch

krótszych boków na żelbetowych ścianach o grubości 30 cm i wysokości 4.5 m oraz na słupach usytuowanych wzdłuż dłuższych krawędzi.



Rys.2. Schemat stropu kasetonowego

Fig 2. The scheme of the grid structure

W obliczeniach statycznych można wykorzystać program do projektowania rusztów. Właściwe zamodelowanie rusztu wymaga jednak rozważenia następujących problemów:

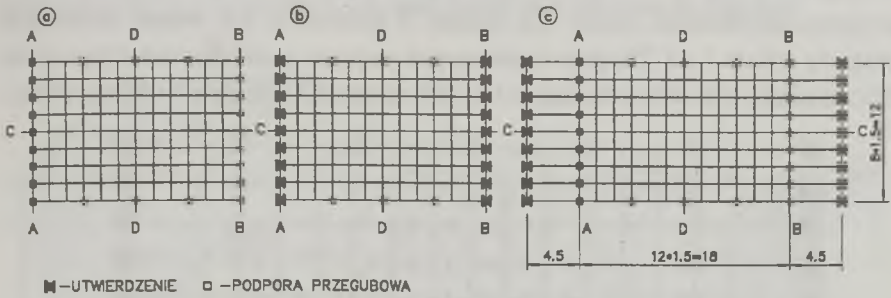
- wpływ płyty stropu na sztywność belek rusztu na zginanie i skręcanie,
- wpływ zamocowania belek rusztu w ścianach żelbetowych,
- wpływ zarysowania belek rusztu na ugięcie i ewentualną redystrybucję sił wewnętrznych.

W sprężystym stadium pracy właściwą reprezentację sztywności belek na zginanie zapewnia obliczenie momentów bezwładności ich przekroju z uwzględnieniem współpracującego pasma płyty o szerokości równej odstępowi belek. Trudniej jest ocenić sztywność tych belek na skręcanie. Intuicyjnie wydaje się, że wpływ płyty powinien być znaczny. Pewne wstępne analizy przeprowadzone przez autorów wskazują, że współpraca płyty zwiększa sztywność belek na skręcanie nawet czterokrotnie. Problem wymaga dokładniejszych analiz. Przy braku dokładnych danych zawsze przyjmujemy rozwiązanie bezpieczniejsze. W tym wypadku oznacza to przyjęcie możliwie małej sztywności na skręcanie, co zapewnia obliczenie momentów zginających "z nadmiarem". Pewne zaniżenie momentów skręcających nie wydaje się niebezpieczne ze względu na silne stężenie belek monolityczną płytą. Dlatego w obliczeniach przyjęto sztywność na skręcanie jak dla samego przekroju prostokątnego belek. Ruszt obliczono trzykrotnie:

- przy założeniu swobodnego oparcia na ścianach w osiach A i B,
- przy założeniu sztywnego zamocowania w tych ścianach,
- przy uwzględnieniu sprężystego zamocowania w ścianach.

Sprężyste zamocowanie uwzględniono przez wprowadzenie dodatkowych prętów w płaszczyźnie rusztu, na przedłużeniu belek opartych na ścianach. Sztywności tych prętów na zginanie odpowiadały sumarycznym sztywnościom górnego i dolnego odcinka ściany o sze-

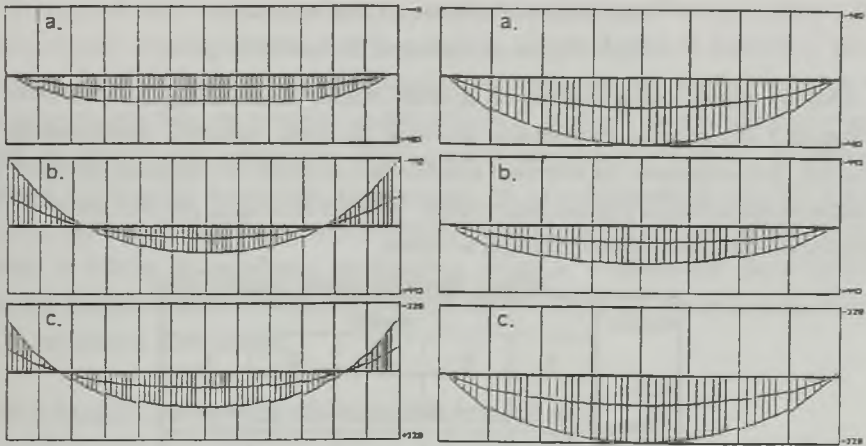
rokości 1.5 m. Schematy obliczanych rusztów przedstawiono na rysunku 3. Na rysunku 4 pokazano obwiednie momentów zginających w belce podłużnej (oś C) i poprzecznej (oś D).



Rys. 3. Schemat rusztu: a swobodnie podparty, b sztywno zamocowany, c sprężystość podparty
 Fig. 3. The schemes of grids: a simply-supported, b rigid restrained, c elastic restrained in walls

W OŚ C

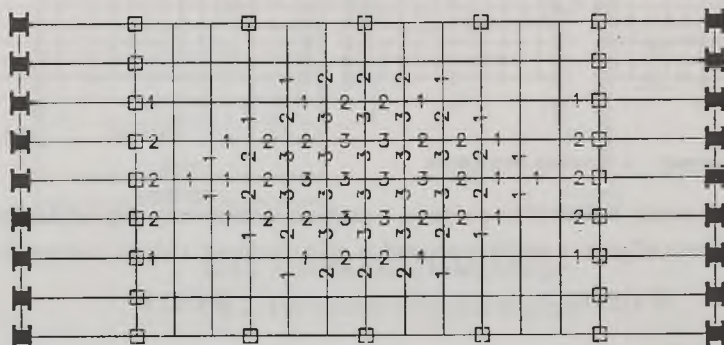
W OŚ D



Rys. 4. Obwiednie momentów zginających: a swobodny, b sztywny, c sprężystość zamocowany
 Fig. 4. The envelope curves of bending moments: a simply-supported, b rigid restrained, c elastic restrained in walls

Wszystkie dotychczasowe obliczenia wykonano w sprężystej fazie pracy. Po obliczeniu i przyjęciu zbrojenia można określić zasięg zarysowania i związanego z tym zmniejszenia sztywności, na zginanie zarysowanych prętów rusztu. Dokładne uwzględnienie wpływu tych zjawisk na rozkład sił wewnętrznych i deformacje rusztu wymagałoby obliczenia w

pozasprężystym stadium pracy, co wiąże się z koniecznością założenia historii obciążenia i wyklucza możliwość sporządzenia obwiedni z wykorzystaniem zasady superpozycji. Możliwe jest przybliżone oszacowanie ugięć poprzez wprowadzenie do obliczeń zredukowanych sztywności zarysowanych prętów. Na rysunku 5 zaznaczono trzy stopnie zarysowania oznaczone cyframi 1 - 3. Dla prętów oznaczonych stopniem 1 zredukowano sztywność do 80%, dla stopnia 2 do 60%, a dla stopnia 3 do 40% sztywności obliczonej dla fazy sprężyste.



Rys. 5. Stopnie zarysowania prętów rusztu

Fig.5. Degrees of cracking of the bars of the grid

Niektóre wyniki przeprowadzonych obliczeń zestawiono w tabelicy 1. Dodatkowo w kolumnie 5 (E) zamieszczono wartości uzyskane dla rusztu sprężyste zamocowanego w ścianach, przy sztywności na skręcanie czterokrotnie większej niż sztywność obliczona dla prostokątnego przekroju poprzecznego prętów. Wartości te ukazują, jak silny jest wpływ tej sztywności na wielkość sił wewnętrznych w ruszcie.

Tabela 1 Momenty [kNm] i ugięcia [mm]

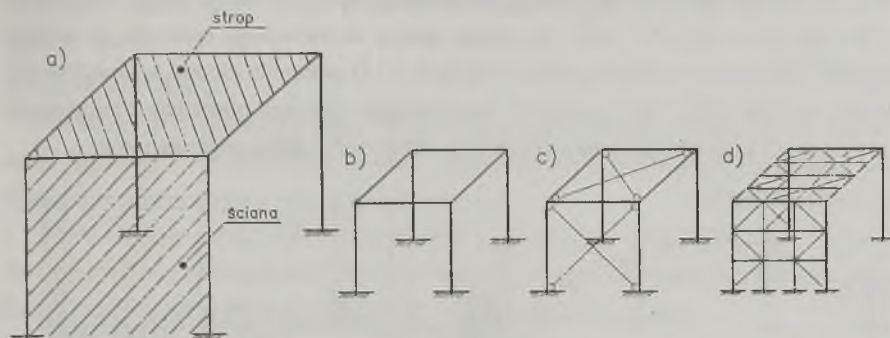
wartość	model				
	A	B	C	D	E
oś D M_{\max}	+403.49	+252.08	+320.22	+237.52	+224.98
oś C M_{podp}	-21.80	-443.26	-255.17	-220.85	-301.91
oś C M_{\max}	+158.77	+175.15	+166.07	+116.83	+139.33
f_{\max}	14.803	9.499	11.890	8.838	19.281
moment ekstrem.	+403.49	-443.26	+320.22	+237.52	-301.91

A-ruszt swobodnie podparty na ścianach, B-ruszt sztywno zamocowany, C-ruszt sprężyste zamocowany w ścianach, D - jak C, ale sztywność na skręcanie czterokrotnie większa, E - jak C, ale dla prętów zarysowanych sztywność na zginanie zredukowana wg rys. 5.

Zróznicowane wielkości momentów zginających w wybranych miejscach i ugięć maksymalnych wskazują, jak ważną sprawą jest właściwe zamodelowanie obliczanego ustroju.

4. USZTYWNIENIE KONSTRUKCJI PRZEZ ELEMENTY WSPÓŁPRACUJĄCE

Przykładem konstrukcji, w której niewłaściwe przyjęcie schematu wynikające z pominięcia wpływu elementów wypełniających, jest rama przestrzenna pokazana na rysunku 6.



Rys. 6. Schemat ramy przestrzennej: a- schemat konstrukcyjny, b,c,d- schematy obliczeniowe
 Fig. 6. The scheme of 3D-frame: a- structural scheme, b,c,d- analytical models

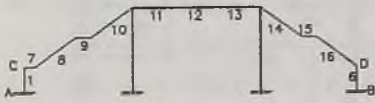
Na rozporach ramy oparto sztywny w swojej płaszczyźnie strop żelbetowy, a jedno z pól między słupami wypełniono ścianą z cegły o grubości 25 cm. Obydwa te elementy o dużej sztywności tarczowej praktycznie uniemożliwiają jakiegokolwiek zginanie prętów ramy w swoich płaszczyznach. Fakt ten powinien znaleźć odbicie w przyjętym modelu obliczeniowym. Jeżeli nie dysponujemy programem, który pozwala uwzględnić współpracę konstrukcji prętowej z elementami tarczowymi, konieczne jest ich zamodelowanie za pomocą układu prętów o dużej sztywności. Lepszym przybliżeniem niż czysty model prętowy (rys. 6b) będzie model, w którym wprowadzono przekątniowe ściągania w wypełnionych płaszczyznach (rys. 6c). Zastąpienie ściany i stropu skratowaniem wg rys. 6d pozwoli jeszcze bardziej zbliżyć się do rzeczywistej pracy ustroju.

5. OPTYMALIZACJA SCHEMATU KONSTRUKCJI

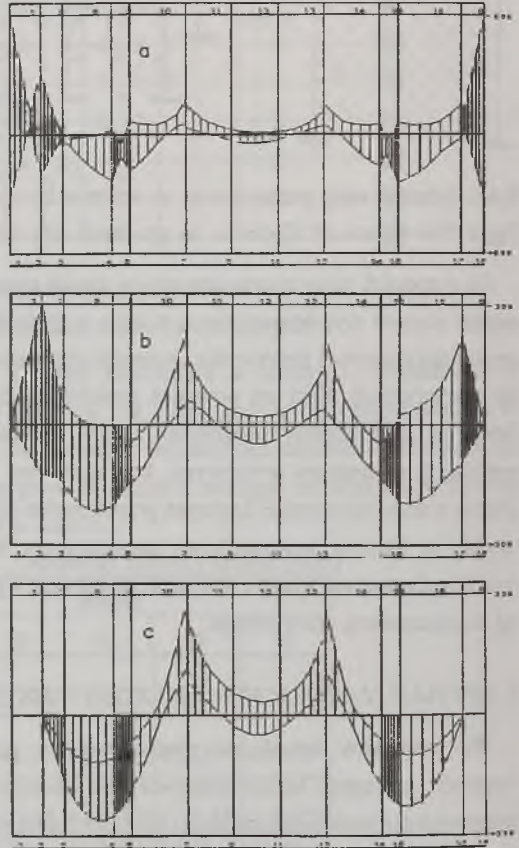
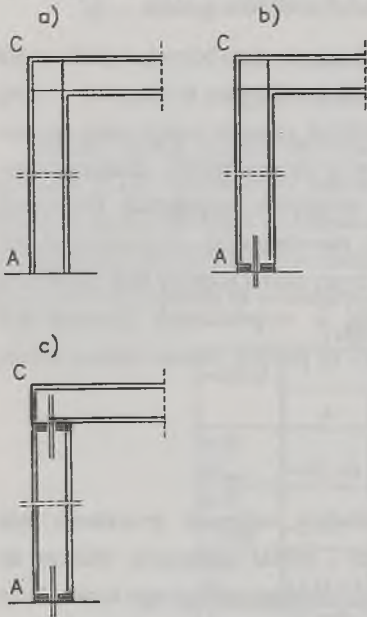
We wszystkich dotychczas prezentowanych przykładach zadaniem projektanta było "wyczuć", jak ustrój będzie pracował pod obciążeniem i dobrać najbardziej zbliżony do rzeczywistości model obliczeniowy. Możliwe i celowe jest zrobienie następnego kroku, który jest elementem optymalizacji projektowanej konstrukcji. Przez odpowiednie skonstruowanie elementów i ich połączeń można wymusić korzystniejszy schemat pracy ustroju. Przykładem są zewnętrzne żelbetowe schody (rys.7), których elementem nośnym jest centralna belka z dwuwspornikowymi stopniami. Bezpośrednie oddziaływanie czynników atmosferycznych na konstrukcję sprawia, że w obliczeniach statycznych konieczne było uwzględnienie wpływów termicznych.

Jeżeli w węzłach A,B,C i D (rys.7) przyjęto sztywne połączenia, to okazało się, że momenty wywołane przez równomierny wzrost lub spadek temperatury są większe od momentów od jakichkolwiek innych wpływów. Ekstremalny moment w ramie wyniósł 696 kNm. Wprowadzenie przegubowego połączenia krótkich i sztywnych słupów w węzłach A i B znacznie "rozluźniło" ramę, powodując spadek ekstremalnego momentu do wartości 306 kNm. Skonstruowanie przegubów w węzłach C i D pozwoliło zredukować ekstremalny moment do 236 kNm. Na rysunku 7 przedstawiono również obwiednie ekstremalnych momentów zginających dla wymienionych wyżej trzech schematów obliczeniowych.

SCHEMAT STATYCZNY



ROZWIĄZANIA WĘZŁÓW



Rys. 7. Schemat schodów oraz obwiednie momentów zginających przy różnych połączeniach w węzłach A÷D. a- połączenia sztywne w A÷D, b- przeguby w węzłach A i B, c- przeguby w węzłach A,B,C i D

Fig.7. The scheme of the stairs structure and the envelope curves of bending moments in the structure with different junction in nodes A÷D. a- rigid connection in A÷D, b- hinges in nodes A and B, c- hinges in nodes A,B,C and D

Nie tylko ekstremalne wartości momentów, ale również ich rozkład różnią się znacznie dla poszczególnych schematów. Najkorzystniejszy przebieg obwiedni oraz najmniejsze wartości momentów uzyskano w modelu z przegubowym połączeniem w węzłach A+D. Takie rozwiązanie zostało zrealizowane poprzez skonstruowanie żelbetowych przegubów w tych węzłach (rys.7).

PODSUMOWANIE

Prezentowane powyżej przykłady obliczeń stanowią ilustrację następujących ogólnych zasad dotyczących modelowania ustroju nośnego w komputerowych obliczeniach statycznych:

1. Niecelowe jest stosowanie uproszczonych schematów przyjmowanych zwykle w obliczeniach wykonywanych metodami tradycyjnymi. Bez zwiększania nakładu pracy można pozwolić sobie na analizę bardziej zbliżonego do rzeczywistości modelu.
2. Zwiększenie mocy obliczeniowej uzyskane dzięki wspomaganium komputerowemu stwarza możliwość podejmowania analizy złożonych ustrojów konstrukcyjnych, w tym układów przestrzennych, których obliczenie metodami tradycyjnymi było wręcz niemożliwe. Jest to niewątpliwie możliwość atrakcyjna, otwierająca przed konstruktorem zupełnie nowe perspektywy. Równocześnie jednak rośnie odpowiedzialność projektanta za właściwe przyjęcie modelu obliczeniowego złożonych układów konstrukcyjnych. Znacznie łatwiej bowiem było przyjąć sposób oparcia jedno- lub wieloprzęsłowej belki na ścianie czy innym ustroju nośnym, niż rozsądzić, jaki jest stopień zamocowania belek złożonego układu rusztowego w ścianie.
3. Korzystając ze wspomaganiania komputerowego nie należy rezygnować z wielokrotnego obliczenia projektowanego ustroju, w celu dokładnego rozpoznania wpływu różnych czynników na jego pracę. Stwarza to możliwość optymalizacji modelu obliczeniowego.

Na zakończenie nasuwa się refleksja na marginesie prowadzonych rozważań. Często spotykamy się z wyrażanymi obawami, że wspomaganie komputerowe odzwyczaja projektantów od myślenia, lub wręcz z przekonaniem, że projektant korzystający z komputera zatracą zrozumienie zasad mechaniki konstrukcji. Może to być uzasadnione jedynie w tych wypadkach, kiedy komputer jest traktowany jako urządzenie pozwalające poświęcić mniej czasu niezbyt lubianej pracy projektowej. Projektant traktujący swoje zajęcie w sposób odpowiedzialny i wykonujący je z zapałem lub przynajmniej z zainteresowaniem, korzystając z komputera zdobywa znacznie lepsze "wyczucie" zasad pracy różnorodnych ustrojów konstrukcyjnych, niżby to był w stanie uzyskać przez najbardziej nawet mozolnie wykonywane rachunki metodami tradycyjnymi z tej przyczyny, że w swojej pracy podejmuje zadania, których bez komputera mógłby jedynie wszelkimi sposobami unikać.

Recenzent: Dr hab. inż. Artem CZKWIANIANC

Abstract

Computational methods of structural analysis have not only shortened the time and increased the accuracy of calculations, but first of all have created new quality according to the complexity of designed structures. This causes new problems connected with assumption of adequate model of structure. The assertion of convergence of this model with real behaviour of structure still is the result of the knowledge and intuition of a designer. Computers gives possibilities of taking into consideration cooperating between structure elements, which was treated as separate in traditional calculations. Examples of some cases, in which neglecting of cooperation between structural members completely changes the results, were described. Additionally the influence of stiffness in statical calculation was presented. Example of redistribution of internal forces in reinforced concrete frame, as a result of developing cracking was shortly analysed. Computer not only makes the statical calculations faster and easier, but also allows to optimised structure. This optimising is possible, because constructor can solve the same structure differently combined and choose the best one .