

Stanisław KEMPNY

## NOŚNOŚĆ GRANICZNA ZASOBNIKA PYŁU WĘGLOWEGO W ZAKRESIE SPRĘŻYSTO-PLASTYCZNYM

**Streszczenie.** Na modelu przestrzennego ustroju złożonego z prętów cienkościennych o przekroju otwartym przeanalizowano zagadnienie nośności granicznej zasobnika pyłu węglowego w zakresie sprężysto-plastycznym.

## LIMIT LOAD CAPACITY OF A COAL DUST SILOS IN ELASTO-PLASTIC DOMAIN

**Summary.** In this paper a problem of limit load capacity of the coal dust silos in elasto-plastic domain on 3D model of the system which consists of thinwalled bars was analysed.

## НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ БУНКЕРЕ ДЛЯ УГОЛЬНОЙ ПЫЛИ В УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ

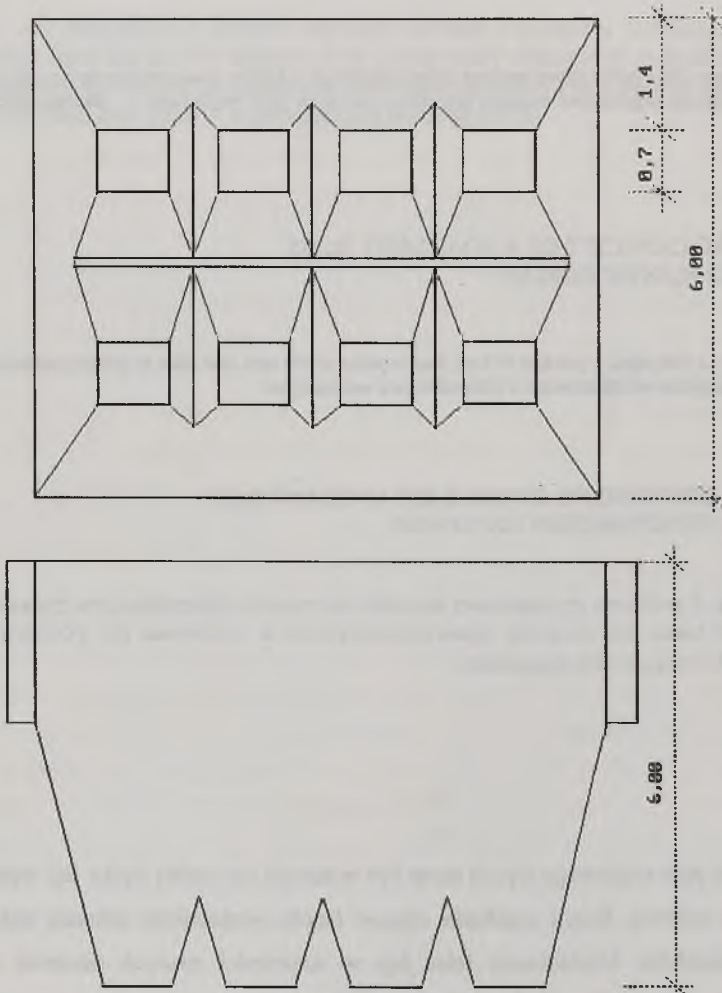
**Резюме.** В работе проведено анализ несущей способности бункере для угольной пыли на модели пространственной системы из тонкостенных стержней открытого профиля.

### 1. WSTĘP

Zasobnik pyłu węglowego (rys.1) może być w całości lub części (tylko lej) wykonany w konstrukcji stalowej. Ściany zasobnika stanowi blacha wzmocniona żebrami wykonanymi np. z kątowników. Uzębrowanie ścian leja w większości znanych autorowi realizacji przebiega poziomo. W niektórych przypadkach wprowadza się również uzębrowanie

biegnące prostopadle do żeber poziomych. Inżynierski sposób obliczania zasobnika polega na sprawdzeniu stanu granicznego nośności pionowych blachownic (belek- ścian) wspartych na słupach oraz zwymiarowania żeber (ścian, ścian leja) i poszycia.

Zasobnik może być narażony na wybuch pyłu węglowego, zwłaszcza po przerwie w eksploatacji spowodowanej np. remontem kotła. Naciski wewnętrzne jest jednym z głównych czynników towarzyszących wybuchowi.

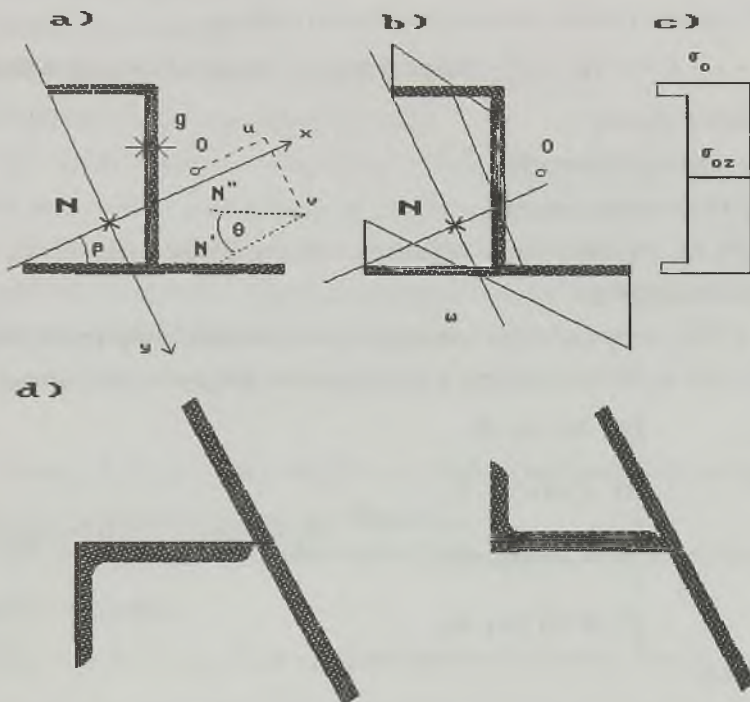


Rys.1.

Określenie nośności granicznej zasobnika może być cenną wskazówką przy projektowaniu instalacji zapobiegającej jego rozerwaniu w razie wybuchu.

## 2. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

W obliczeniach inżynierskich uzebrowanie ze współpracującą blachą poszycia traktuje się jak belki swobodnie podparte poddane ukośnemu zginaniu. W rozpatrywanym zagadnieniu nośności granicznej zasobnik jest traktowany jak ustrój złożony z prętów cienkościennych o przekroju otwartym (rys.2).



Rys.2.

Na uplastycznienie przekroju mają tu wpływ momenty zginające, skręcające, siły osiowe i siły poprzeczne. Przemieszczenia wewnątrz elementu  $\{u, v, \theta\}$  (rys.2a) opisano znanym układem równań różniczkowych linii ugięcia osi pręta cienkościennego, przechodzącej przez środek ścinania [1].

$$\begin{aligned} EI_y \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} + N \cdot (u + y_o \cdot \theta) &= M_y, \\ EI_x \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} + N \cdot (v - x_o \cdot \theta) &= M_x, \\ EI_\omega \cdot \frac{d^4 \theta}{dz^4} - \left( GI_s - \frac{I_o}{A} \cdot N \right) \cdot \frac{d^2 \theta}{dz^2} - N \cdot x_o \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} + N \cdot y_o \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} &= M_z', \end{aligned} \quad (1)$$

gdzie (rys.2):

$I_x, I_y$  - główne centralne momenty bezwładności przekroju,

$I_o = I_x + I_y + A \cdot (x_o^2 + y_o^2)$  - biegunowy moment bezwładności względem środka ścinania (zginania) O,

$EI_\omega$  - sztywność deplanacji,

$GI_s$  - sztywność skrętna pręta,

$N, M_x, M_y, M_z$  - odpowiednio siła osiowa, momenty zginające względem osi x i y oraz moment skręcający.

Niech w kilku przekrojach pręta osiągnięty zostanie warunek plastyczności, określony w każdym z tych przekrojów krytycznych jako zagadnienie programowania liniowego:

$$\begin{aligned} \int_A \sigma \cdot dA &= \mu_k \cdot N, \\ \int_A \sigma \cdot y \cdot dA &= \mu_k \cdot M_x, \\ \int_A \sigma \cdot x \cdot dA &= \mu_k \cdot M_y, \\ \int_A \sigma \cdot \omega \cdot dA &= \mu_k \cdot B_\omega, \end{aligned} \quad -\sigma_o \leq \sigma \leq \sigma_o, \quad 0 < \max \mu_k \leq 1, \quad (2)$$

gdzie (rys.2):

$\sigma$  - naprężenie normalne,

$B_\omega$  - giętno - skrętny bimoment,

$\omega$  - współrzędna wycinkowa,

$\mu_k$  - współczynnik uplastycznienia przekroju krytycznego,

$\sigma_0$  - granica plastyczności materiału na jednoosiowe rozciąganie i ściskanie.

Lewa strona równań (2) określa nośność graniczną przekroju dla określonej kombinacji wartości sił wewnętrznych po prawej stronie tych równań. W przypadku  $0 < \max \mu_k \leq 1$  przekrój ulega pełnemu uplastycznieniu (płygnie), powstają trwałe odkształcenia plastyczne.

Moc rozpraszana wynosi

$$D = N \cdot \Delta + M_x \cdot \varphi_x + M_y \cdot \varphi_y + B_\omega \cdot \vartheta .$$

Żaden ze składników tego równania nie może być ujemny.

Oznaczenia deformacji plastycznych to:

$\Delta$  - wydłużenie (skrócenie) pręta,

$\varphi_x, \varphi_y$  - kąty załamania osi pręta odpowiednio względem osi  $x$  i  $y$ ,

$\vartheta$  - kąt skręcenia osi pręta w przekroju krytycznym.

Przyjęto tym samym hipotezę o koncentracji odkształceń plastycznych w przekroju krytycznym. Jeśli w kilku przekrojach pręta osiągnięty zostanie warunek plastyczności, równania (1) należy uzupełnić towarzyszącymi odkształceniami plastycznymi, pojawiającymi się w postaci kątów obrotu w przegubach plastycznych. Odpowiednie człony uzupełniające prawe strony układu równań (1) są [3]:

$$-\varphi_y^T \cdot \delta_y, \quad -\varphi_x^T \cdot \delta_x, \quad -\vartheta^T \cdot \delta_\omega,$$

gdzie:

$\varphi^T = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}$  są to kąty załamania osi pręta w poszczególnych przekrojach krytycznych,  $\varphi_x$  względem osi  $x$ ,  $\varphi_y$  zaś względem osi  $y$ ,

$\vartheta^T$  - oznaczają nieciągłości gradientów kątów skręcenia pręta, towarzyszące plynieniu przekrojów krytycznych,

$\delta^T = \{\delta_1(z - z_1), \delta_2(z - z_2), \dots, \delta_k(z - z_k)\}$  jest wektorem dystrybucji Diraca.

W „średnicach” przekrojów pokazanych na rys.2 można ewentualnie uwzględnić wpływ sił poprzecznych [2] przyjmując dla nich zamiast  $\sigma_0$  zredukowane naprężenie normalne wg wzoru



$$\sigma_{oz} = \sqrt{\sigma_o^2 - 3 \cdot \tau^2},$$

w nierówności (2<sub>5</sub>).

Naprężenie ścinające wynosi

$$\tau = \frac{1}{g} (Q_y \cdot \cos \beta + Q_x \cdot \sin \beta),$$

$g$  - jest grubością „średnika” (rys.2).

Różnicę długości pręta przed odkształceniem i jego cięciwy po odkształceniu przypisuje się działającej sile osiowej, wygięciu pręta oraz ewentualnemu plastycznemu wydłużeniu (skróceniu) wg wzoru

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} + \frac{1}{2} \int_0^l \left( u'^2 + v'^2 + \varphi_x'^2 \cdot H(z - z_k) + \varphi_y'^2 \cdot H(z - z_k) \right) \cdot dz - \Delta^T \cdot \delta. \quad (3)$$

W wyrażeniu tym uwzględniono również wpływ załamania osi pręta wskutek trwałych odkształceń plastycznych  $\varphi_x$  i  $\varphi_y$  na zmianę długości pręta ( $H(t)$  - jest funkcją Heaviside'a). Funkcje  $u$  i  $v$  z dwóch pierwszych równań (1) można wyrazić za pomocą funkcji kąta skręcenia pręta  $\theta$ . W dalszym ciągu posłużono się bezwymiarową współrzędną  $\frac{z}{l}$  (l - długość pręta), którą oznaczono  $\zeta$ .

$$\begin{aligned} u(\zeta) &= c_1 \cdot \sin(k_1 \cdot z + c_2) + \frac{k_1}{N} \cdot \int_0^z (M_y - N \cdot y_o \cdot \theta) \cdot \sin k_1 \cdot (z - \zeta) \cdot d\zeta, \\ v(\zeta) &= c_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z + c_4) + \frac{k_2}{N} \cdot \int_0^z (M_x + N \cdot x_o \cdot \theta) \cdot \sin k_2 \cdot (z - \zeta) \cdot d\zeta \end{aligned} \quad (4)$$

Wstawiając wyrażenia na  $u$  i  $v$  do równania (1) otrzymujemy następujące równanie różniczkowo-całkowe

$$\begin{aligned} EI_\omega \frac{d^2 \theta}{dz^2} - \left( GI_x - \frac{I_o}{A} \cdot N \right) \cdot \theta + N \cdot (k_1 \cdot y_o^2 + k_2 \cdot x_o^2) \cdot \int_0^z \theta(\zeta) \cdot \sin(\zeta - z) \cdot d\zeta = \\ N \cdot [c_3 \cdot x_o \cdot \sin(k_2 \cdot z + c_4) - c_1 \cdot y_o \cdot \sin(k_1 \cdot z + c_2)] + \\ \int_0^z [M_z' \cdot (z - \zeta) + (k_2 \cdot x_o \cdot M_x - k_1 \cdot y_o \cdot M_y) \cdot \sin(z - \zeta)] \cdot d\zeta, \end{aligned} \quad (5)$$

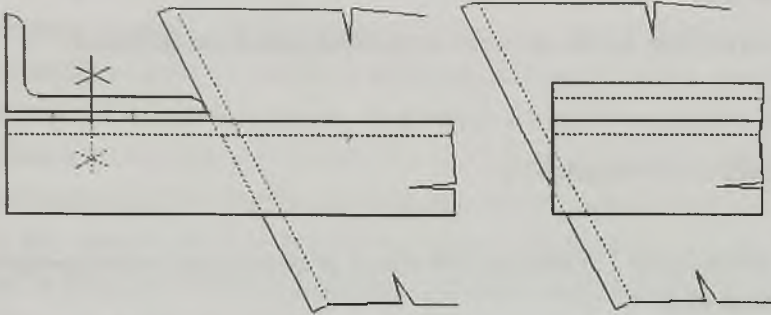
gdzie:

$$k_1^2 = \frac{N \cdot l^2}{EI_y}, \quad k_2^2 = \frac{N \cdot l^2}{EI_x},$$

$c_1, c_2, c_3, c_4$  stałe całkowania.

Dla siły rozciągającej w wyrażeniach na  $u$  i  $v$  oraz w równaniu (4) funkcję  $\sin(z-\zeta)$  zastępuje się funkcją  $\text{sh}(z-\zeta)$ .

Macierz sztywności, wyznaczana w kolejnych przybliżeniach, jest tu nie tylko zależna od wartości sił osiowych w prętach, lecz także od trwałych odkształceń w przegubach plastycznych, jak również sposobu połączenia elementów w węzłach (rys.3).



Rys.3.

W konstrukcjach takich jak zasobniki nie sposób uniknąć mimośrodków w węzłach „zastępczego ustroju prętowego”. Mimośrodkowe łączenie w węzłach elementów konstrukcji spawanych może być podyktowane koniecznością uniknięcia koncentracji spoin, a także koniecznością zapewnienia odpowiedniego dostępu do ich wykonania. W programie komputerowym do wyznaczania nośności granicznej zasobnika, takiego jak na rys.1, bardzo łatwo można przekazać informację o występujących mimośrodkach wskazując myszą na blachę poszycia przy wyborze konkretnego przekroju pręta z odpowiedniego menu przekrojów prętów. W przypadku braku mimośrodków w węzłach powinny być spełnione następujące równania równowagi w konfiguracji aktualnej.

$$\sum_i \underline{L}_i \underline{F}_i = \underline{0}, \tag{6}$$

gdzie:  $\underline{F}$  jest wektorem sił węzłowych od określonych obciążeń i przemieszczeń końców pręta oraz odkształceń w przegubach plastycznych w aktualnej konfiguracji lokalnej pręta,

$$L = \begin{bmatrix} \frac{c_1 \cdot c_2 + c_1 \cdot c_3 \cdot s}{s_3} & \frac{c_1 \cdot c_1 \cdot c_3 - c_2 \cdot s}{s_3} & c_1 \\ \frac{c_1 \cdot c_2 \cdot c_3 - c_1 \cdot c_1}{s_3} & \frac{c_1 \cdot s + c_1 \cdot c_2 \cdot c_3}{s_3} & c_2 \\ -s \cdot s_3 & -c \cdot s_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

macierz transformacji.

$c_1 = \cos(\alpha_x + \Delta\alpha_x)$ ,  $c_2 = \cos(\alpha_y + \Delta\alpha_y)$ , itd,

$$s_3 = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}.$$

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  są to kąty kierunkowe pręta i osi globalnego układu współrzędnych.

### 3. UWAGI O ROZWIĄZANIU

W równaniach (4 i 5) momenty w dowolnym przekroju pręta cienkościennego możemy wyrazić wzorami

$$\begin{aligned} M_x &= \mu \cdot M_{xp}(z) + R_{ay} \cdot z + M_{ax} - N \cdot (v(z) - x_o \cdot \theta(z)), \\ M_y &= \mu \cdot M_{yp}(z) + R_{ax} \cdot z + M_{ay} - N \cdot (u(z) + y_o \cdot \theta(z)), \\ M_z &= \mu \cdot M_{zp}(z) + M_{az} - M_w(z) + N \cdot (x_o \cdot v'(z) - y_o \cdot u'(z)), \end{aligned} \quad (7)$$

W powyższych związkach:

$M_{xp}, M_{yp}, M_{zp}$  są określonymi funkcjami współrzędnej  $z$  (danych obciążeń działających na pręt),

$\mu$  - jest współczynnikiem wzrostu wszystkich obciążeń ustroju.

Można zauważyć, że w równaniach (4,5 i 7) występuje dwanaście stałych  $R_{ax}, R_{ay}, N, M_{ax}, M_{ay}, M_{az}, c_{1-4}$  oraz  $\theta_a$  i  $\theta_b$  (kąty skręcenia na końcach pręta). W przypadku dyskretyzacji stosując MES lub MRS, dyskretne wartości  $\theta^T = \{\theta_1, \theta_2, \dots\}$  można przedstawić w postaci

$$\theta = A \cdot V,$$



gdzie  $\underline{A}$  jest macierzą o elementach zależnych od wartości sił osiowych w prętach  $N$ , a

$$\underline{V}^T = \{R_{ax}, R_{ay}, M_{ax}, M_{ay}, M_{az}, c_1, c_2, c_3, c_4, \theta_a, \theta_b\}$$

wektorem. Podobnie jak dla przekroju krytycznego (patrz. początek p.2 wz. (2)) określa się nośność graniczną połączenia prętów w węzłach. W przypadku łączenia spoinami powinny być spełnione ogólne warunki optymalnego konstruowania i wykonania połączenia, a ponadto powinny być spełnione warunki nośności spoin. Przekroje krytyczne mogą występować w węźle - w połączeniu. W zależności od powiązania uzeźbrowania w węźle powinny być spełnione odpowiednie warunki kinematyczne, a także warunki podparcia ustroju nośnego zasobnika. Uwzględniając te warunki np. dla przypadku sztywnego połączenia prętów w węzłach oraz równania równowagi węzłów (6), możemy zauważyć, że sześć parametrów w każdym węźle wolnym określa wektory  $V$  prętów tworzących węzeł.

W powyższych rozważaniach oraz wzorach (4 i 5) dla prostoty pominięto odkształcenia plastyczne w przekrojach krytycznych. Jest to tym samym pierwszy krok (skończonej liczby kroków) przy poszukiwaniu warunkowego rozwiązania dopuszczalnego programowania liniowego, do którego sprowadzono zagadnienie nośności granicznej zasobnika. Warunki są:  $\max \mu$ , (2<sub>6</sub>) oraz analogiczne dla połączeń w węzłach.

#### 4. WNIOSKI

Przeprowadzona analiza zagadnienia nośności granicznej zasobnika pyłu węglowego na modelu ustroju prętowego cienkościennego z uwzględnieniem stateczności giętno-skrętnej może służyć jako podstawa teoretyczna przy opracowaniu programu komputerowego, określającego tę nośność.

Przedstawiony sposób nie opisuje bezpośrednio znanych z doświadczeń przypadków deformacji przekrojów cienkościennych, tj. lokalnej utraty stateczności pasa lub ścianki.

## LITERATURA

1. Timoshenko S. P., Gere J. M.: Teoria stateczności sprężystej, Arkady, Warszawa 1961.
2. S. Hänig: Zastosowanie plastycznych obciążeń granicznych w budownictwie stalowym, Stahlwerke Peine-Salzgitter A G.
3. König J. A., Sawczuk A. Paprocka-Grabczyńska W. : Obliczanie ram i belek na przystosowanie, Branzowy Ośr. Inf. Techn. „Mostostal”, Warszawa 1974.

Recenzent: Prof. dr. hab. inż. Stanisław Bielak

Wpłynęło do Redakcji dnia 5.06.1995 r.

**Abstract**

On the model of the system which consisted of thin-walled bars with a open cross-section. was analysed the problem of limit load capacity of the steel coal dust silos. Displacements inside of the bar element was described with known system of differential equations of thinwalled bar deflection line which goes through the center of shearing.