

Jerzy PILŚNIAK

ANALIZA STANU NAPRĘŻEŃ BELKI STALOWEJ W CZASIE POŻARU

Streszczenie. Przedstawiono metodę obliczania stanu naprężeń i deformacji prostych układów prętowych konstrukcji stalowych obciążonych działaniem pożaru z uwzględnieniem zmian stałych materiałowych oraz nieliniowych własności materiału konstrukcyjnego.

STRESS ANALYSIS FOR STEEL BEAM IN FIRE

Summary. The paper presents a mathematical model of a steel beam in fire. Nonlinear heat and nonlinear physical equations are considered. Inconstant steel physical properties are taken into account. The intensity of stress and the deformation, in time and in an arbitrary point of section, can be found because of the sandwich model of a steel beam.

ANALYZE DES SPANNUNGSSTANDES FÜR STAHLSTAB IM BRAND

Zusammenfassung. Es wurde ein Verfahren vorgestellt, das die Berechnung des Spannungs- und Deformationsstandes für die einfachen, durch die Wirkung des Brandes belasteten Stahlstabssysteme, ermöglicht. Die Wechseln der Stoffkonstanten, sowie nichtlineare Eigenschaften des Konstruktionsstoffes wurden berücksichtigt.

1. PROBLEM

W czasie pożaru decydujący wpływ na wielkości wewnętrzne mają dwa zjawiska: przepływy ciepłe oraz zmiany cech materiału w wysokich temperaturach [8],[4]. Aby uzyskać wiarygodne wyniki, należy w równaniach uwzględnić matematyczny opis obu czynników. W artykule zjawiska ciepłe opisuje się nieliniowymi równaniami przewodnictwa ciepłego z nieliniowymi warunkami brzegowymi [1], [2]. Zmiany cech materiału opisuje się za pomocą zmiennych w czasie wartości "stałych materiałowych" oraz nieliniowych równań pękania stali. Przyjęto model warstwowy pręta [5], co w prosty sposób umożliwia analizę niestacjonarnych

przepływow ciepła oraz uwzględnienie zmiennych parametrów fizycznych przekroju. Przyjęto założenie płaskości przekroju w czasie deformacji układu [6].

2. ZJAWISKA CIEPLNE

W rozważaniach przyjęto normowy rozkład temperatury:

$$T_{sp} = T_0 + 345 \log(8t + 1) \quad (1)$$

gdzie T_{sp} , T_0 , t oznaczają odpowiednio temperaturę spalin, temperaturę początkową, czas trwania pożaru wyrażony w minutach.

Przepływ ciepła dla materiału izotropowego opisany został jednowymiarowym równaniem Fouriera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) = c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$

z warunkami brzegowymi:

$$\begin{aligned} \lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} &= q_s \\ q_s &= \alpha_k (T_e - T_s) + \varsigma \varphi \zeta (T_r^A + T_s^A) \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie odpowiednio c_p , ρ , n , q_s , α_k , T_e , T_s , ς , φ , ζ , T_r oznaczają ciepło właściwe, gęstość, kierunek prostopadły do powierzchni, strumień ciepła, współczynnik przejmowania ciepła przez konwekcję, temperaturę otoczenia, temperaturę powierzchni, stałą Stefana-Boltzmana, geometryczny czynnik promieniowania, współczynnik emisyjności, temperaturę źródła promieniowania. W obliczeniach cieplnych przyjęto zmienne wartości "stałych materiałowych" [9].

3. PODSTAWOWY UKŁAD RÓWNAŃ

W analizie przyjęto model warstwowy materiału.

3.1. Równania fizyczne stali

$$\dot{\epsilon} = \left(\frac{\sigma}{E} \right) + C_1 (1 + C_2 |\dot{T}|) \exp\left(\frac{C_3}{T} \right) \operatorname{sgn}(\sigma) |\sigma|^n + \frac{\dot{\sigma}}{\alpha_T T} \quad (4)$$

podstawiając

$$\Phi_1 = C_1(1 + C_2 |\dot{T}|) \exp\left(\frac{C_3}{T}\right) \operatorname{sgn}(\sigma) |\sigma|^n$$

$$\Phi_2 = \frac{\dot{\sigma}}{\alpha_T T}$$
(5)

uzyska się

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} - \frac{\sigma \dot{E}}{E^2} + \Phi_1 + \Phi_2$$
(6)

gdzie odpowiednio $\dot{\epsilon}, \sigma, E, T, T', \alpha_T$ oznaczają odpowiednio funkcje prędkości zmian odkształcenia, naprężenia, modułu sprężystości, temperatury, prędkości zmian temperatury, współczynnika rozszerzalności liniowej stali. Funkcje te zależne są od współrzędnych punktu oraz czasu. Całkując po przekroju równanie (6) oraz (6) pomnożone przez x_1 uzyska się (korzystając z równania (15))

$$\int_A E(\kappa x_1 + \dot{\epsilon}_0) dA = \int_A \dot{\sigma} dA + \int_A \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2\right) dA$$
(7)

$$\int_A E(\kappa x_1^2 + \dot{\epsilon}_0 x_1) dA = \int_A \dot{\sigma} x_1 dA + \int_A x_1 \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2\right) dA$$

co dalej można zapisać jako

$$\kappa \dot{S} + \dot{\epsilon}_0 \bar{F} = \dot{N} + \int_A \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2\right) dA$$
(8)

$$\kappa \dot{J} + \dot{\epsilon}_0 \bar{S} = \dot{M} + \int_A x_1 \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2\right) dA$$

(dla $E = \text{const.}$ uzyskuje się $\dot{S} = E \dot{S}_x = 0$)

3.2. Równania geometryczne

Przyjęto założenie płaskości przekroju

$$e = \kappa x_1 + \epsilon_0$$
(9)

dalej

$$\dot{\epsilon} = \kappa \dot{x}_1 + \dot{\epsilon}_0$$
(10)

gdzie $\dot{\epsilon}$, $\dot{\kappa}$, x_1 , $\dot{\epsilon}_0$ oznaczają odpowiednio całkowitą prędkość odkształceń, prędkość krzywizny, współrzędną, prędkość zmian odkształceń na wysokości osi przekroju.

3.3. Równania statyki wyprowadzono na podstawie zasady prac dopełniających

$$\int_A \delta P_i u_i dA = \int_V \delta \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \quad (11)$$

dla zginanych ustrojów prętowych można zapisać:

$$\dot{u}_i = \int_z a_i(x_2) \dot{\kappa} dx_2 + \int_z c_i(x_2) \dot{\epsilon}_0 dx_2 \quad (12)$$

gdzie oznaczono odpowiednio $a_i(x_2)$, $c_i(x_2)$, \dot{u}_i macierz momentów od sił jednostkowych, macierz sił osiowych od sił jednostkowych, prędkość zmian macierzy przemieszczeń od sił jednostkowych.

3.4. Równania wiążące siły jednostkowe z momentami

$$\begin{aligned} M(x_2) &= a_i(x_2) X_i + b_j(x_2) P_j \\ N(x_2) &= c_i(x_2) X_i + d_j(x_2) P_j \end{aligned} \quad (13)$$

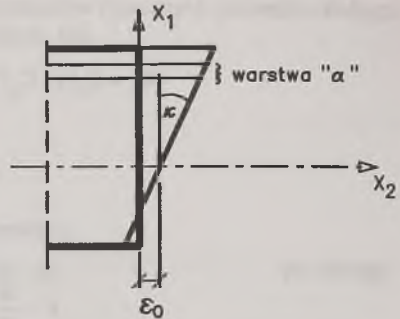
dalej zakładając, że $P_j = \text{const}$

$$\begin{aligned} \dot{M}(x_2) &= a_i(x_2) \dot{X}_i \\ \dot{N}(x_2) &= c_i(x_2) \dot{X}_i \end{aligned} \quad (14)$$

gdzie oznaczono odpowiednio x_2 , a_i , b_i , c_i , d_i , X_i , P_i współrzędną przekroju, wektor momentów jednostkowych, wektor momentów od obciążeń jednostkowych, wektor sił osiowych od jednostkowych reakcji nadliczbowych, wektor sił osiowych od jednostkowych obciążeń, wektor reakcji nadliczbowych, wektor obciążeń zewnętrznych.

4. PROCES ITERACYJNY

Pierwszy krok iteracji stanowią wartości sił wewnętrznych, naprężeń, odkształceń dla ciała idealnie sprężystego z udziałem wpływów termicznych (model liniowej sprężystości).



Rys.1. Odkształcenia przekroju
Fig.1. Cross-section deformation

Zakładając, że pomija się wpływ sił osiowych na siły nadliczbowe ($N=0$, $\dot{N}=0$), dalsze kroki obliczeniowe określone są następującymi równaniami:

$$\dot{\epsilon} = \kappa x_1 + \dot{\epsilon}_0 \quad (15)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} - \frac{\sigma \dot{E}}{E^2} + \Phi_1 + \Phi_2 \quad (16)$$

$$\kappa \bar{S} + \dot{\epsilon}_0 \bar{F} = \dot{N} + \int_A \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2 \right) dA \quad (17)$$

$$\kappa \bar{J} + \dot{\epsilon}_0 \bar{S} = \dot{M} + \int_A x_1 \left(-\frac{\sigma \dot{E}}{E} + E \Phi_1 + E \Phi_2 \right) dA$$

$$\dot{u}_i = \int_s a_i(x_2) \kappa dx_2 + \int_s c_i(x_2) \dot{\epsilon}_0 dx_2 \quad (18)$$

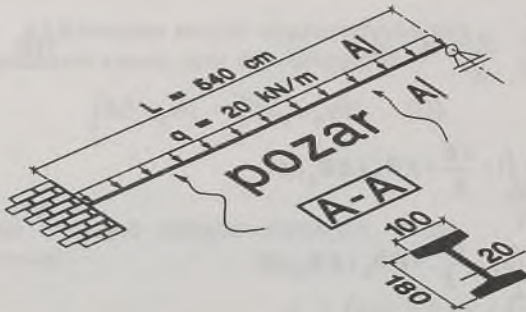
$$\begin{aligned} M(x_2) &= a_i(x_2) X_i + b_j(x_2) P_j \\ N(x_2) &= c_i(x_2) X_i + d_j(x_2) P_j \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}(x_2) &= a_i(x_2) \dot{X}_i \\ \dot{N}(x_2) &= c_i(x_2) \dot{X}_i \end{aligned} \quad (20)$$

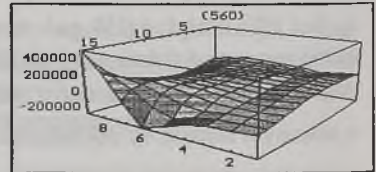
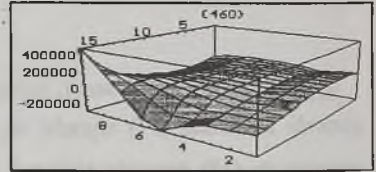
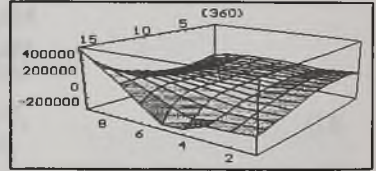
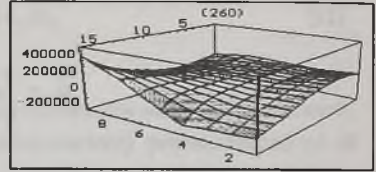
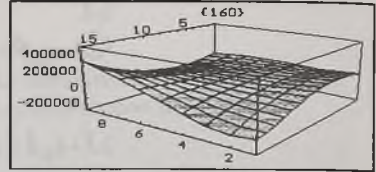
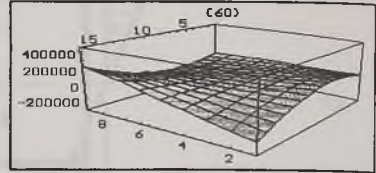
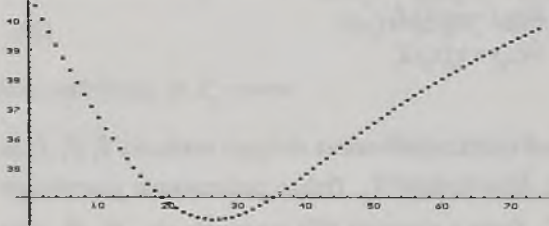
Znając rozkład temperatury, naprężeń i odkształceń można obliczyć wielkości \bar{S} , \bar{F} , \bar{J} , co pozwala z równań (17) wyrazić κ , $\dot{\epsilon}$ jako funkcję \dot{X}_i . Dalsze podstawienie powyższego związku do (18) pozwala obliczyć \dot{X}_i . Dalej z równania (20) wyznacza się \dot{M} , \dot{N} , dalej $\dot{\epsilon}_0$, κ z (17), oraz $\dot{\epsilon}$ z (15), na koniec $\dot{\sigma}$ z (16). Mając prędkości zmian wszystkich wielkości można wyznaczyć dalsze wartości. Przedstawiony proces iteracyjny może być stosowany dla zmiennych względem czasu i miejsca wartości E , α_T . Dokładność procesu zależy w znacznym stopniu od dokładności całkowania w czasie (równanie typu $y'(x) = f(x, y)$).

5. PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Wykonano obliczenia statyczne dla układu jak na rysunku.

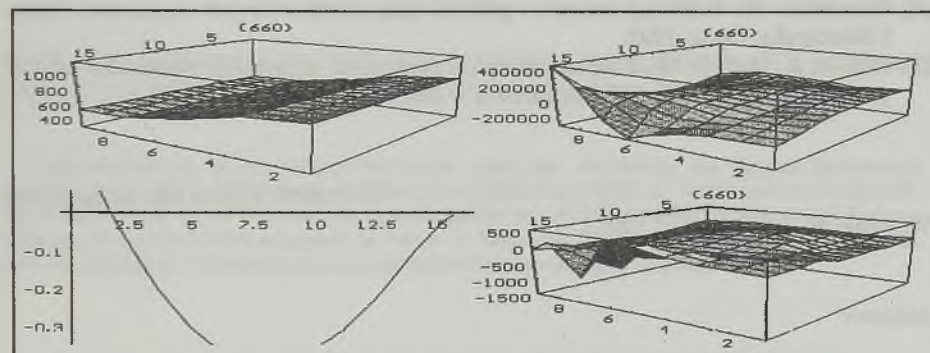
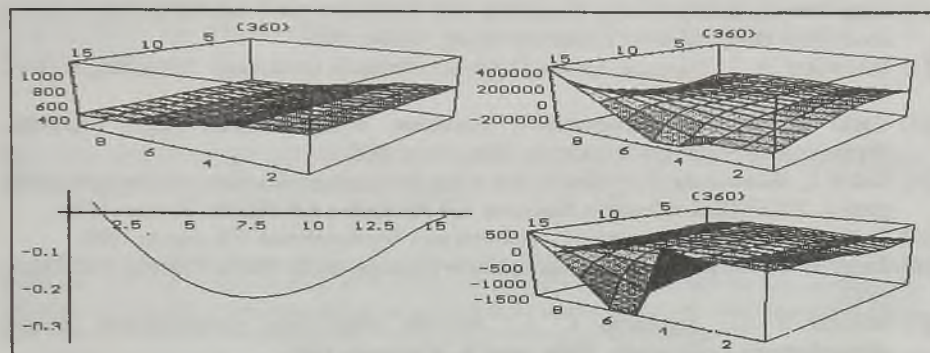
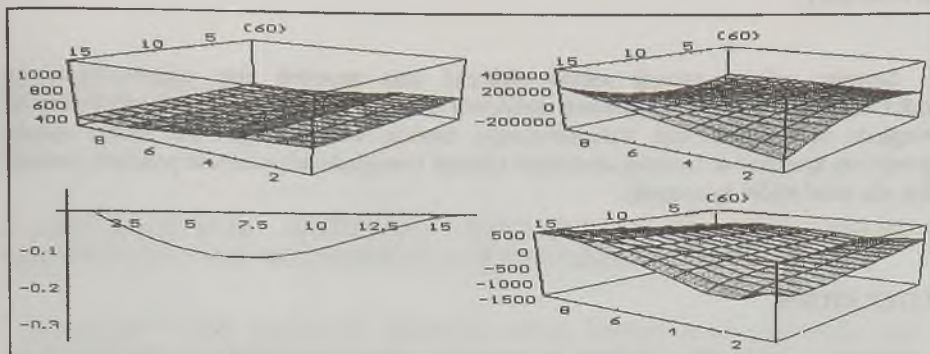


W obliczeniach przyjęto podział przekroju na 9 warstw, długości na 16. Rozkład temperatury powietrza przyjęto jako normowy. Aby uwypuklić działanie temperatury, obliczenia rozpoczęto od 550 sekundy obciążenia normowego (w obliczeniach jest to czas 0). Wartość reakcji na podporze pokazano na rysunku poniżej (wartości na osi poziomej są równe $t[s]:10[s]$, na osi pionowej w $[kN]$).



Rozkład naprężeń w belce w czasie pokazano na rysunkach z prawej strony (wartość naprężeń wyrażono w kPa). W czasie działania obciążenia temperaturą można wyróżnić dwie fazy:

- * dominujące działanie współczynnika rozszerzalności liniowej stali,
- ** wyraźny i zwiększający się z upływem czasu wpływ pełzania materiału.



Na dalszych rysunkach przedstawiono jednocześnie dla wybranych chwil rozkład temperatury (lewa góra), postać osi belki (lewy dół), rozkład naprężeń (prawa góra), rozkład szybkości zmian naprężeń (prawy dół). Rzędna ugięcia na podporze może służyć do analizy błędów obliczeń. (Wielkości występujące na rysunkach wyrażone są odpowiednio w K, m, kPa).

6. WNIOSKI

Stosując opisaną metodę można obliczać stan naprężeń oraz odpowiadające im odkształcenia w ustrojach prętowych stalowych w czasie działania wysokich temperatur. Ze względu na wykorzystanie matematycznego modelu warstwowego belki można stosować powyższy stosować do bardziej złożonych sytuacji (uwzględniać podatność połączeń, poślizgi itp. dla przekrojów łączonych).

LITERATURA

- [1] Jungbluth O., Gradwohl W.: Berechnen und Bemessen von Verbundprofilstabern bei Raumtemperatur und unter Brandeinwirkung. Berlin 1987.
- [2] Jakowliw A. I.: Ręcznik ognioodporności konstrukcyjnych. Strojizdat, Moskwa 1988.
- [3] Kącki E.: Równania różniczkowe cząstkowe w zagadnieniach fizyki i techniki. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne. Warszawa 1992.
- [4] Kubik J., Skowroński W.: Oszacowanie czasu krytycznego dla pręta stalowego w czasie pożaru. XXXVIII Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB. Krynica 1992.
- [5] Kubik J.: Mechanika konstrukcji warstwowych. Wydawnictwo TiT. Opole 1993.
- [6] Kubik J.: Wprowadzenie do statyki układów niesprężystych. Studia i Monografie. Opole 1983.
- [7] Michlin S. G., Smolnicki C. L.: Metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych i całkowych. PWN, wyd. II. Warszawa 1972.
- [8] Skowroński W.: Problemy nośności i pełzania konstrukcji stalowych w pożarach. Studia i Monografie. Opole 1992.
- [9] Piłśniak J., Matheja M.: Pola temperatur w ogrzewanej konstrukcji metalowej. Artykuł przyjęty na Konferencję "Fizyka budowy w teorii i praktyce", Łódź 1995.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jan Kubik

Wpłynęło do Redakcji 23.05.1995 r.

Abstract

The paper presents a mathematical model of a steel beam in fire. Nonlinear heat equations are considered. Physical equations allow for thermal flow and thermal expansion of steel. Inconstant (during fire) steel physical properties are taken into account. The intensity of stress and the deformation speed, in time and in an arbitrary point of section, can be found because of the sandwich model of a steel beam. The system of equations is shown, and a numerical example is computed. This method calculates the deformation and stress in simply statically indeterminate systems.