

Marian ŁUPIEŻOWIEC\*

Politechnika Śląska

## LEPKOPLASTYCZNOŚĆ W GRUNTACH – WRAŻLIWOŚĆ NA PRĘDKOŚĆ ODKSZTAŁCENIA

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono opis modelu gruntu, który jest w stanie opisać wrażliwość materiału na prędkość jego odkształcania. Opis ten jest uogólnieniem bardzo często stosowanego w mechanice gruntów modelu Modified Cam Clay. Podano również wynik przeprowadzonego eksperymentu oraz jego symulację numeryczną.

## VISCOPLASTICITY IN SOILS – SENSITIVITY TO STRAIN RATE

**Summary.** In the paper there is given description of soil model, which can describe material sensitivity to its strain rate. This description is the generalisation Modified Cam Clay Model that is often used in soil mechanic. There are also presented result of laboratory test and numerical simulation.

### 1. Wstęp

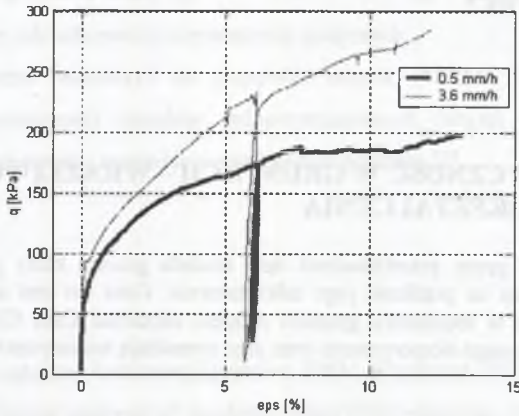
Jak wykazują doświadczenia, bardzo często mamy do czynienia z wrażliwością materiałów nie tylko na ścieżkę obciążenia, ale także na prędkość, z jaką obciążenie to jest przykładane. Klasyczne modele zdolne są w miarę dokładnie opisać pierwszą z przedstawionych właściwości. Chcąc uwzględnić drugą z nich, musimy uogólnić stosowane modele wprowadzając zależność od czasu. Jednego z pierwszych opisów lepkoplastyczności dostarcza model Perzyny [8], natomiast pierwszą koncepcję uwzględnienia wpływu czasu w prawie wzmocnienia – model Dragona – Mroza [5]. Porównanie stworzonych dotychczas modeli konstytutywnych opisujących lepkoplastyczność znajduje się w publikacji autora [7].

Problem ten jest szczególnie dostrzegalny w gruntach spoistych, o czym przekonują nas wyniki uzyskane przez autorów [9]. Do podobnych wniosków dochodzimy, analizując wykonane przez autora badania doświadczalne, w których, przy niezmiennych innych warunkach, badano wpływ prędkości odkształcenia na wartość dewiatora naprężenia

---

\* Opiekun naukowy: Prof. zw. dr hab. inż. Maciej Gryczmański

powodującego ścięcie próbki (rys. 1). Badanie to przeprowadzono na próbkach gruntu bardzo spoistego. Lepkoplastyczność w cytowanym badaniu manifestuje się tym, że im wyższa prędkość odkształcenia, tym większe obserwujemy naprężenie potrzebne do ścięcia próbki.



Rys. 1. Zależność dewiatora naprężenia od odkształcenia przy różnych prędkościach ścinania  
Fig. 1. Dependence deviator stress on strain by different shear rate

W pracy przedstawiony będzie konsystentny model opisujący lepkość, który jest uogólnieniem często stosowanego w mechanice gruntów modelu Modified Cam Clay. Podobny sposób opisu dla betonu można znaleźć w publikacji Rene de Borsta [4]. Uogólnione będzie równanie lepkośćowego wzmocnienia oraz warunek plastyczności. Następnie pokazany będzie problem w szczególnej postaci osiowej symetrii, która opisuje badanie w komorze aparatu trójosiowego ściskania. W zakres rozważań wejdą też algorytm numerycznego rozwiązania oraz przykład ilustrujący zgodność (na tym etapie jakościową) wyników doświadczeń z rezultatami testów numerycznych.

## 2. Ogólne równania modelu

Analizując zadanie, przyjęto, że odkształcenia lepkie (opóźnione) obserwowane są po osiągnięciu przez punkt w przestrzeni naprężeń powierzchni plastyczności. Założono również, że struktura ogólnych równań opisujących sprężysto–plastyczność pozostaje bez zmian, natomiast wpływ czasu jest uwzględniony w równaniu wzmocnienia. Podano też ogólniejszą postać równań opisujących powierzchnię plastyczności, jak i powierzchnię potencjału. Ze względu na fakt, że proces zachodzi w czasie, równania te podawane są w formie prędkościowej.

Pierwszym z równań opisujących model jest równanie dekompozycji odkształceń, które przyjmie postać:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^{vp}, \quad (1)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\varepsilon}$  – prędkość odkształceń całkowitych,  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  – prędkość odkształceń sprężystych,  $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$  – prędkość odkształceń lepkoplastycznych (w ogólności niesprężystych).

Drugim z postawionych tutaj równań opisujących problem jest prawo sprężystości, które podawane jest identycznie jak w klasycznej teorii plastyczności:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}^e. \quad (2)$$

Wyżej oznaczono:

$\boldsymbol{\sigma}$  – prędkość wektora naprężenia,  $\mathbf{D}$  – macierz stałych sprężystych materiału.

Podobnie przyjęto prawo płynięcia, które w ogólnym przypadku (prawo niestowarzyszone) można zapisać:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{vp} = \lambda \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}. \quad (3)$$

Tutaj:  $G(\boldsymbol{\sigma}, \kappa, \kappa)$  – jest powierzchnią potencjału, natomiast  $\lambda$  – skalarowym mnożnikiem wyrażającym długość wektora  $\boldsymbol{\varepsilon}^{vp}$  w zależności od długości gradientu powierzchni potencjału.

Bardzo ważnym równaniem w rozpatrywanym modelu jest prawo wzmocnienia. Jak już wspomniano wcześniej, wpływ czasu na przebieg procesu uwzględniony jest w niżej zamieszczonej zależności:

$$\kappa = \Gamma_1(\boldsymbol{\sigma}, \kappa) \boldsymbol{\varepsilon}^{vp} - \Gamma_2(\boldsymbol{\sigma}, \kappa). \quad (4)$$

W powyższym:  $\kappa$  – jest skalarowym parametrem wzmocnienia, natomiast  $\Gamma_1$  i  $\Gamma_2$  – są funkcjami materiałowymi. Takie ujęcie lepkoplastyczności zostało pokazane w pracach [4] i [5].

Kolejnymi równaniami, które będą miały ogólniejszą postać niż w tradycyjnej teorii sprężysto–plastycznej, są równania powierzchni plastyczności oraz powierzchni potencjału. Jeżeli rozpatrujemy prawo wzmocnienia niestowarzyszone, to obydwie te powierzchnie mają różną postać, odpowiednio:

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \kappa, \kappa) = 0, \quad G(\boldsymbol{\sigma}, \kappa, \kappa) = 0. \quad (5)$$

Oczywiście  $F$  – jest funkcją plastycznego płynięcia, natomiast  $G$  – funkcją potencjału.

Charakterystyczny w powyższych równaniach jest fakt zależności obydwu rozważanych powierzchni nie tylko od poziomego naprężenia w analizowanym punkcie i wartości parametru wzmocnienia, ale również od jego prędkości. Ten sposób uogólnienia równań (5) podany został w [4].

Dla uzupełnienia kompletu ogólnych równań problemu podamy poniżej warunek zgodności, który dla przyjętej w (5) przyjmie postać:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} \sigma + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \kappa + \frac{\partial F}{\partial \dot{\kappa}} \dot{\kappa} = 0. \quad (6)$$

Analizując powyższe równanie, stwierdzamy, że w porównaniu z teorią sprężysto-plastyczności jest ono uzupełnione o jeden człon zawierający drugą pochodną parametru  $\kappa$  po czasie.

Po przedstawieniu ogólnych równań dla rozpatrywanego zagadnienia możemy teraz przejść do wyznaczenia zależności naprężenie–odkształcenie. W tym celu zróżniczkujemy równanie (4) po czasie (uzyskamy wartość  $\dot{\kappa}$ ), a następnie podstawmy do warunku zgodności (6) wyrażenia na  $\kappa$  i  $\dot{\kappa}$ . Wykorzystajmy również równania (1) i (2) przy wyznaczaniu pierwszego członu w równaniu zgodności. Otrzymamy wtedy:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} D(\epsilon - \epsilon^{vp}) + \frac{\partial F}{\partial \kappa} (\Gamma_1 \epsilon^{vp} + \Gamma_2) + \frac{\partial F}{\partial \dot{\kappa}} (\Gamma_1 \dot{\epsilon}^{vp} + \Gamma_1 \dot{\epsilon}^{vp} + \Gamma_2) = 0. \quad (7)$$

Jeżeli teraz do powyższego postawimy zależność (3), to otrzymamy równanie różniczkowe drugiego rzędu ze względu na parametr  $\lambda$ , które zapiszemy w postaci uproszczonej:

$$s \dot{\lambda} + h \lambda + c = 0, \quad (8)$$

$$\dot{\sigma} = D \left( \dot{\epsilon} - \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma} \right), \quad (9)$$

gdzie:

$$s(\sigma, \kappa, \dot{\kappa}) = \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_1 \frac{\partial G}{\partial \sigma}, \quad h(\sigma, \kappa, \dot{\kappa}) = -\frac{\partial F}{\partial \sigma} D \frac{\partial G}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_1 \frac{\partial G}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\kappa}} \Gamma_1 \frac{\partial G}{\partial \sigma},$$

$$c(\sigma, \kappa, \dot{\kappa}) = \frac{\partial F}{\partial \sigma} D \epsilon + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_2 + \frac{\partial F}{\partial \dot{\kappa}} \dot{\Gamma}_2.$$

Ścisłe rozwiązanie podanego wyżej równania jest w ogólności zadaniem bardzo trudnym. Chociaż równanie (8) jest równaniem różniczkowym rzędu drugiego, to przez podstawienie  $t = \lambda$  możemy sprowadzić go do równania rzędu pierwszego. Jednak mimo to rozwiązanie bywa w ogólnym przypadku niewykonalne. Analityczne rozwiązania podobnego zagadnienia



dla kilku szczególnych przypadków możemy znaleźć w [9]. W dalszej części pracy przedstawione będzie rozwiązanie numeryczne tak postawionego problemu.

### 3. Opis problemu w przypadku osiowej symetrii

Aby móc interpretować zachowanie się próbki gruntu w aparacie trójosiowego ściskania, konieczne jest rozpisanie związków (1-9) dla przypadku osiowej symetrii. W dalszej części będziemy operować niezmiennikami naprężenia i odkształcenia, które definiujemy następująco:

$$p' = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3}, \quad q' = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1' - \sigma_2')^2 + (\sigma_2' - \sigma_3')^2 + (\sigma_3' - \sigma_1')^2},$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3, \quad \varepsilon_s = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2},$$
(10)

gdzie:

$p'$  – naprężenie średnie,  $q'$  – dewiator naprężenia,  $\varepsilon_V$  – odkształcenie objętościowe,  $\varepsilon_s$  – odkształcenie postaciowe,  $\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3', \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – odpowiednio naprężenia i odkształcenia główne.

Należy także dodać, że analizować będziemy związki konstytutywne w naprężeniach efektywnych działających na szkielet gruntowy (znak prim), które wyliczymy zgodnie z prawem Terzagiego:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - Iu, \quad (11)$$

gdzie:  $\boldsymbol{\sigma}'$  – tensor naprężeń efektywnych,  $\boldsymbol{\sigma}$  – tensor naprężeń całkowitych,  $u$  – ciśnienie wody w porach gruntu,  $I$  – tensor jednostkowy.

Uwzględniając powyższe, możemy rozpisać ogólne prawa definiujące model dla stanu występującego w próbce podczas badania.

Niezmienniki naprężenia i odkształcenia będą miały postać:

$$p' = \frac{1}{3}(\sigma_1' + 2\sigma_3'), \quad q' = \sigma_1' - \sigma_3',$$

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3, \quad \varepsilon_s = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3).$$
(12)

Funkcje plastyczności i potencjału przyjmą postać:

$$F(p', q', \kappa, \dot{\kappa}) = 0, \quad G(p', q', \kappa, \dot{\kappa}) = 0. \quad (13)$$

Prawo wzmocnienia zapiszemy w sposób następujący:

$$\kappa = \Gamma_V(p', q', \kappa) \cdot \varepsilon_v^{vp} + \Gamma_s(p', q', \kappa) \cdot \varepsilon_s^{vp} - \Gamma_2(p', q', \kappa). \quad (14)$$

Natomiast równania kanoniczne (8) i (9) sprowadzą się do następujących:

$$s\lambda + h\lambda + c = 0, \quad (15)$$

gdzie:

$$s(p', q', \kappa, \kappa) = \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_V + \frac{\partial F}{\partial p} \Gamma_s + \frac{\partial G}{\partial \kappa} \frac{\partial G}{\partial q},$$

$$h(\sigma, \kappa, \kappa) = -\frac{\partial F}{\partial p} K \frac{\partial G}{\partial p} - \frac{\partial F}{\partial q} 3G \frac{\partial G}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_V \frac{\partial G}{\partial p} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_s \frac{\partial G}{\partial q} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_V \frac{\partial G}{\partial p} + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_s \frac{\partial G}{\partial q},$$

$$c(\sigma, \kappa, \kappa) = \frac{\partial F}{\partial p} K \varepsilon_v + \frac{\partial F}{\partial q} 3G \varepsilon_s + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_2 + \frac{\partial F}{\partial \kappa} \Gamma_2,$$

$K$  – moduł ściśliwości,  $G$  – moduł ścinania.

Do równania (15) dokładamy związki uzależniające naprężenie od odkształcenia – analogicznie do (9):

$$p = K \left( \varepsilon_v - \lambda \frac{\partial G}{\partial p} \right), \quad q = 3G \left( \varepsilon_s - \lambda \frac{\partial G}{\partial q} \right). \quad (16)$$

Rozwiązanie związków (15+16) pozwala nam wykreślić dowolne ścieżki (naprężenia, odkształcenia itp.) obrazujące przebieg obciążania materiału i jego odpowiedź.

#### 4. Szczegółowa postać funkcji materiałowych

W rozdziale tym przedstawione zostaną funkcje materiałowe, które zostały użyte przy rozwiązywaniu postawionego wyżej problemu. Podczas badania w aparacie trójosiowym, którego idea została przedstawiona w [1], obserwować będziemy niezmienniki zdefiniowane równaniami (10). Jak to już było wspomniane wcześniej, model ten jest uogólnieniem modelu Modified Cam Clay (pozycje [1], [2] i [3]). Tak więc dekompozycję odkształceń zapiszemy w postaci:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s^e + \varepsilon_s^{vp}, \quad \varepsilon_v = \varepsilon_v^e + \varepsilon_v^{vp}. \quad (17)$$

Prawo sprężystości dla analizowanego przypadku przedstawiamy następująco:

$$p = K \varepsilon_v, \quad q = 3G \varepsilon_s. \quad (18)$$

gdzie:  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p$  – moduł ścisłości,  $G$  – moduł ścinania,  $e_0$  – początkowy wskaźnik porowatości.

Funkcję opisującą powierzchnię plastyczności przyjmować będziemy jako równą funkcji potencjału, którą zapiszemy:

$$F(p', q', p_c) = G(p', q', p_c) = q^2 + M^2 p[p - (p_c + A p_c)] = 0. \quad (19)$$

Jak łatwo zauważyć w powyższym, powierzchnia plastyczności jest podobna do powierzchni definiowanej przez MCC, różnicą jest uzależnienie jej od prędkości ciśnienia prekonsolidacji  $p_c$ , które zostało przyjęte jako parametr wzmocnienia.

Po zdefiniowaniu powierzchni potencjału możemy napisać równania plastycznego płynięcia:

$$\dot{\varepsilon}_v^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial p'} = \dot{\lambda} M^2 [2p - (p_c + A p_c)], \quad \dot{\varepsilon}_s^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial q'} = \dot{\lambda} 2q, \quad (20)$$

gdzie  $\dot{\lambda}$  – jest skalarowym mnożnikiem.

Pozostało nam do określenia prawo wzmocnienia lepkoplastycznego, które przyjmiemy w postaci:

$$\dot{p}_c = \frac{p_{c0}(1+e)}{\lambda - \kappa} \exp \frac{\Delta e^{vp}}{\lambda - \kappa} \varepsilon_v^{vp} + B p_c. \quad (21)$$

W powyższym wyrażeniu oznaczono:  $p_{c0}$  – początkowa wartość ciśnienia prekonsolidacji, a  $\Delta e^{vp}$  i  $e$  – odpowiednio: niesprężysta część i aktualna wartość wskaźnika porowatości. We wzorze tym, zgodnie z propozycją Dragona i Mroza [5], mamy z lewej strony prędkość parametru wzmocnienia, natomiast po prawej wpływ zarówno wartości  $p_c$ , jak i często stosowaną w mechanice gruntów zależność od prędkości lepkoplastycznej części odkształcenia.

Tak opisany model charakteryzuje się sześcioma parametrami:  $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $M$ ,  $G$ ,  $A$ ,  $B$ , gdzie cztery pierwsze są parametrami modelu MCC, natomiast dwa ostatnie są nowymi stałymi rozpatrywanej koncepcji.

Po ustaleniu szczegółowych postaci funkcji materiałowych przystępujemy do rozwiązania równania (15). W tym celu szukając parametrów w nim występujących dochodzimy do zależności:

$$s = -M^4 p A \frac{p_c(1+e)}{\lambda - \kappa} [2p - (p_c + A p_c)],$$

$$h = -M^4 [2p - (p_c + A p_c)]^2 K - 12Gq^2 - M^4 \frac{P_c(1+e)}{\lambda - \kappa} [2p - (p_c + A p_c)](A+1),$$

$$c = 6qG \varepsilon_s + M^2 p B p_c (A+1).$$

Przyjmując krok czasowy  $\Delta t$  oraz wykorzystując schemat całkowania Eulera, możemy znaleźć wartość mnożnika  $\lambda$  w kroku czasowym  $n+1$ :

$$\ddot{\lambda}_{t_{n+1}} = -\frac{h}{s} \dot{\lambda}_{t_n} - \frac{c}{s}, \quad (22)$$

$$\dot{\lambda}_{t_{n+1}} = \dot{\lambda}_{t_n} \Delta t + \ddot{\lambda}_{t_n}.$$

Oczywiście wartości  $\dot{\lambda}_{t_n}$  oraz  $\ddot{\lambda}_{t_n}$  z poprzedniego kroku czasowego są znane. Po wyznaczeniu wartości  $\dot{\lambda}$  wracamy do równania (16) otrzymując poszukiwane związki między niezmiennikami naprężenia i odkształcenia.

## 5. Numeryczna symulacja modelu

Do numerycznej analizy wybrano symulację badania w aparacie trójosiowego ściskania, bez drenażu ( $\varepsilon_v = 0$ ), przy różnych prędkościach odkształcania próbki. Analizowano ścinanie próbki naprężeniem dewiatorowym po uprzedniej konsolidacji. Parametry modelu przyjęte w symulacji mają następujące wartości:

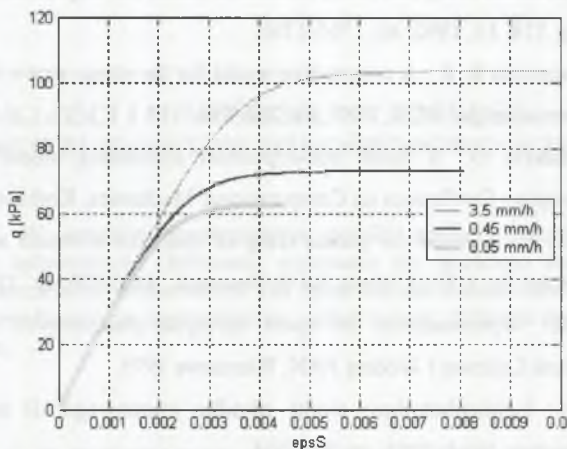
$$\begin{aligned} G &= 10 \text{ MPa}, & M &= 1.0, & \lambda &= 0.05, \\ \kappa &= 0.005, & p_c &= 130 \text{ kPa}, & e_0 &= 1.5, \\ A &= 0.8, & B &= 0.001. \end{aligned}$$

Symulacja była przeprowadzana dla trzech różnych prędkości odkształcenia postaciowego, przy czym dla każdej prędkości przyjęto inny krok całkowania  $\Delta t$ , co pokazuje poniższa tabela:

$\varepsilon_s$ [% / h]	$\Delta t$ [h]
3.6	0.00028
0.45	0.0018
0.05	0.009



Jako wynik przedstawiono ścieżkę zależności dewiatora naprężenia  $q'$  w zależności od wartości odkształcenia postaciowego  $\varepsilon_s$  (rys. 2). Tak jak oczekiwano, otrzymaliśmy zróżnicowanie wartości naprężenia powodującego ściecie próbki w zależności od prędkości odkształcenia – im większa prędkość, tym większe osiągane naprężenie.



Rys. 2. Wynik testu numerycznego – ścieżka  $q - \varepsilon_s$   
Fig. 2. Result of numeric test –  $q - \varepsilon_s$  path

## 6. Wnioski

Po analizie zaprezentowanego w pracy modelu oraz wyników testu numerycznego można stwierdzić, że model lepkoplastyczny w ujęciu wyżej zaprezentowanym może efektywnie uwzględniać wrażliwość prędkości odkształcenia na przebieg procesu obciążania materiału. Uzyskana na tym etapie modelowania zgodność jakościowa (por. rys. 1 i 2), przy braku zgodności ilościowej, wskazuje nam kierunki dalszej pracy. Tak więc należałoby się zastanowić nad poprawnym wyznaczeniem parametrów modelu (tutaj zostały przyjęte w sposób heurystyczny), a także zastosować bardziej zaawansowany od MCC kształt powierzchni ograniczającej i równań opisujących problem. W dalszych etapach konieczne będzie zbadanie zachowania się tak opisanego modelu w stanie prekonsolidacji, a także w innych sytuacjach charakterystycznych dla lepkoplastyczności (np. zjawiska pełzania i relaksacji).

## LITERATURA

1. Atkinson J. H., Bransby P. L.: The mechanics of soils. An introduction to critical state soil mechanics, McGraw-Hill Book Company, London 1978.
2. Borja R. I.: Generalized creep and stress relaxation model for clays, *Journal of Geotechnical Engineering*, **118**, 11, 1992, str. 1765-1786.
3. Borja R.I., Kavazanjian E. Jr.: A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of „wet” clays, *Geotechnique*, **35**, 3, 1985, str. 283-298.
4. De Borst R., Heeres O.: A novel rate-dependent subloading model and its implicit integration, *European Conference on Computational Mechanics*, Kraków 2001.
5. Dragon A., Mróz Z.: A model for plastic creep of rock-like materials accounting for the kinetics of fracture, *Int. J. Rock Mech. Sci & Geomech.*, **16**, 1979, str. 253-259.
6. Gryczmański M.: Wprowadzenie do opisu sprężysto-plastycznych modeli gruntów, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN, Warszawa 1995.
7. Łupieżowiec M.: Lepkoplastyczny model ośrodka gruntowego, II sesja doktorantów Wydz. Budownictwa, Wisła 2001, str. 295-304.
8. Perzyna P.: Teoria Lepkoplastyczności, PWN, Warszawa 1966.
9. Vaid Y. P., Campanella R. G.: Time-dependent behaviour of undisturbed clay, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1977 str. 693-709.
10. Winnicki A.: Viscoplastic consistency model – basic features, *European Conference on Computational Mechanics*, Kraków 2001.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Ryszard Izbicki

**Abstract**

In the paper there is presented the viscoplastic constitutive model, which is generalisation of the MCC model. It are extended yield surface equation and hardening rule. The last equation is created according to Dragon and Mroz [5]. The other equations are the same as in the MCC model. There is showed constitutive expressions and also numerous algorithm to solve the problem and there is done the simulation of shear test the sample into the triaxial apparatus by various strain rates. It is got the satisfied qualitative conformity with the laboratory tests. The next step should take the more complicated model and design determination material constants.