

Jerzy Zając

Politechnika Krakowska

PEWIEN ALGORYTM GENEROWANIA WZORÓW ROZKROJU ELEMENTÓW PŁASKICH
AN APPROACH TO THE SINGLE SHEET CUTTING STOCK PROBLEM
EIN ALGORITHMUS DER SCHNITTMUSTER-GENERIERUNG VON FLACHELEMENTEN

Streszczenie: W referacie zaprezentowano algorytm generowania wzorów rozkroju dla zadania rozkroju regularnych elementów płaskich, przy braku ograniczeń co do liczby wycinanych elementów oraz sposobu realizowania procesu cięcia. Celem jest opracowanie takiego wzoru rozkroju, który zapewni maksymalne wykorzystanie materiału. Zaprezentowano metodę mieszaną (heurystyczno - deterministyczną), na bazie której opracowano efektywny algorytm rekurencyjny.

Summary: The paper deals with a single sheet non-guillotine cutting stock unbounded problem. The objective is to cut an unlimited number of rectangular pieces out of rectangular stock sheet in such a way as to minimize the waste. A new method to solve the problem is presented. The method is a combination of heuristic and exact techniques. A fast recursive algorithm is presented.

Zusammenfassung: Das Hauptziel beim Ausschneiden der regulären Flachelementen ist die maximale Ausnutzung der Werkstoffoberfläche. Um solches Ziel zu erreichen, wird in diesem Bericht den Algorithmus der Schnittmuster-Generierung vorgestellt, ohne die Einschränkungen auf die Zahl der Elementen und Ausschneidemethode zu berücksichtigen. Es wird eine gemischte, heuristisch - deterministische, Methode angewandt und nach dieser Methode wird ein effektiver, rekurrenter Algorithmus bearbeitet.

1. Wstęp

Problematyka optymalnego rozkroju elementów płaskich stanowi interesujące wyzwanie dla badaczy pracujących w różnych dziedzinach wiedzy. Duża liczba możliwych zastosowań, a także potencjalnie bardzo duże korzyści wynikające z właściwie realizowanego procesu rozkroju stanowią istotny czynnik potęgujący zainteresowanie tą problematyką. W przemyśle: papierniczym, tekstylnym, obuwniczym, szklarskim oraz w wielu gałęziach przemysłu metalowego, jak np.: stoczniowy, samochodowy czy lotniczy - procesy rozkroju stanowią podstawowe operacje technologiczne. Zmniejszenie zużycia materiałów poprzez optymalne projektowanie wzorów rozkroju stanowi podstawowy cel pracy technologa. Według danych z roku 1983 zmniejszenie w Stanach Zjednoczonych odpadów przy rozkroju blach (przy założeniu, że tylko połowa produkowanych blach podlega procesowi rozkroju) jedynie o 1% powodowałoby oszczędności przekraczające 100 milionów dolarów.

Istnieje wiele różnych sformułowań problemu rozkroju jednego prostokątnego elementu dużego (arkusza) na szereg elementów małych (części). Najistotniejszymi czynnikami określającymi sformułowanie problemu są: kształt i liczba poszczególnych typów części (charakteryzujących się tą samą geometrią), sposób prowadzenia procesu cięcia oraz kryteria oceny uzyskiwanych rozwiązań.

Jeżeli chodzi o kształt, to wyróżnić można dwie zasadnicze grupy części:

- regularne (prostokąty),
- nieregularne (o kształcie dowolnym).

Liczba części poszczególnych typów może być natomiast:

- ograniczona,
- nieograniczona.

Dla elementów regularnych istnieją dwa zasadnicze sposoby realizowania procesu rozkroju:

- cięcie gilotynowe (od krawędzi do krawędzi),
- cięcie niegilotynowe (swobodne).

Najczęściej wykorzystywanym kryterium, służącym do oceny wzorów rozkroju, jest wielkość odpadu (współczynnik wykorzystania materiału podlegający maksymalizacji). Nie jest to kryterium bez wad, gdyż trudno jednoznacznie określić co już jest odpadem a co jeszcze nie. Niewykorzystana powierzchnia płyty może być bowiem złożona z wielu drobnych elementów lub też z kilku elementów większych. Równocześnie uwzględnienie innych aspektów procesu cięcia [23] prowadzić może do bardziej racjonalnego z punktu widzenia ekonomii kryterium kosztowego.

W literaturze anglojęzycznej istnieje kilka wyrazów określających problematykę rozkroju, tj. *cutting stock*, *parts nesting*, *trim loss* i *layout problem*. Literatura z tego zakresu, jakkolwiek stosunkowo liczna, rozpatruje zagadnienie rozkroju głównie z teoretycznego punktu widzenia. Ze względu na znaczenie komercyjne bardzo rzadko można spotkać efektywne i skuteczne algorytmy służące do rozwiązania rzeczywistych problemów optymalnego rozkroju. W szczególności dotyczy to zagadnień z elementami nieregularnymi. Spośród najbardziej znaczących artykułów przeglądowych wymienić można prace [8][9][10][17][18][20]. Istnieje bardzo ścisły związek pomiędzy procesami rozkroju a zagadnieniem pakowania. Proces pakowania stanowi bowiem zagadnienie odwrotne do procesu rozkroju. Jednocześnie pewne metody opracowane dla rozwiązania zadania szeregowania pracy procesorów stanowią bazę do rozwiązywania zadań rozkroju elementów regularnych.

Z punktu widzenia złożoności obliczeniowej problem rozkroju elementów płaskich jest problemem NP-zupełnym. Do jego rozwiązania stosuje się zarówno metody dokładne, jak i przybliżone. Dla zapamiętania z elementami regularnymi opracowano szereg metod dokładnych. Dominują metody optymalizacji liniowej (programowanie liniowe, całkowitoliczbowe, zagadnienie transportowe, funkcje plecakowe), metody programowania dynamicznego, przeszukiwanie drzew oraz metody kombinatoryczne. Metody te są skuteczne jednak głównie dla prostych sformułowań procesu rozkroju (cięcie gilotynowe, nieograniczona liczba części poszczególnych typów). Znaczna większość metod dokładnych charakteryzuje się małą efektywnością, a ich zastosowanie do problemów praktycznych jest ograniczone. Przy dużej liczbie elementów lub w przypadku elementów nieregularnych jedynym

skutecznym środkiem są metody heurystyczne lub bazujące na heurystycznym przeszukiwaniu metody sztucznej inteligencji.

W referacie przedstawiono metodę generowania wzorów rozkroju dla zadania rozkroju z elementami regularnymi (prostokątnymi) przy założeniu prostokątnego kształtu arkusza podlegającego rozkrojowi oraz braku ograniczeń co do liczby części poszczególnych typów i sposobu prowadzenia procesu cięcia. Jako kryterium oceny rozwiązań przyjęto wielkość odpadu powstałego w procesie rozkroju, który podlegał będzie minimalizacji. Zastosowano podejście mieszane deterministyczno - heurystyczne, na bazie którego opracowano efektywny algorytm rekurencyjny.

2. Przegląd dotychczasowych rozwiązań

Analizując problematykę optymalnego rozkroju materiałów napotkać można kilka istotnych problemów, które należy rozwiązać. Jednym z takich problemów jest zagadnienie generowania wzorów rozkroju. Problematyka generowania wzorów rozkroju, pomimo dużej liczby oczywistych związków z ogólnym zagadnieniem rozkroju, stanowi sama w sobie odrębne zagadnienie. Wśród metod służących do generowania wzorów rozkroju wyróżnić możemy metody dokładne i przybliżone. Metody dokładne umożliwiają uzyskanie rozwiązania optymalnego (rozwiązania charakteryzującego się maksymalnym wykorzystaniem materiału). Możliwość zastosowania tych metod do rozwiązywania problemów praktycznych jest jednak ograniczona z jednej strony przez stosowanie w zadaniach praktycznych dodatkowych warunków czy też kryteriów oceny a z drugiej strony przez dużą liczbę części występujących w większości praktycznych zadań. Metody przybliżone, choć nie gwarantują uzyskania rozwiązania optymalnego, są jednakże mniej wrażliwe na modyfikacje w modelu obliczeniowym oraz charakteryzują się większą szybkością i mniejszą wrażliwością na liczbę części występujących w problemach praktycznych.

Zagadnienie automatycznego generowania wzorów rozkroju z elementami prostokątnymi było przedmiotem zainteresowania wielu autorów. Szczególny wzrost zainteresowania tą problematyką zauważyć można po opublikowaniu prac Gilmore'a i Gomory'ego [12][13][14][15]. W pracy [15] zaproponowali oni dwie metody dokładne, oparte na zasadzie programowania dynamicznego, umożliwiające uzyskanie optymalnych wzorów rozkroju przy założeniu gilotynowego sposobu prowadzenia cięcia oraz braku ograniczeń co do liczby części poszczególnych typów. To samo zagadnienie rozważał Herz w pracy [16]. Zaproponował on bardziej efektywny od algorytmu iteracyjnego algorytm rekurencyjny oparty na metodzie przeszukiwania drzew oraz wykazał nieskuteczność w niektórych przypadkach drugiego algorytmu Gilmore'a i Gomory'ego. Również Beasley [3] zaproponował kilka algorytmów opartych na zasadzie programowania dynamicznego. Jeden z algorytmów będący zmodyfikowaną (heurystyczna) wersją algorytmu optymalnego umożliwia rozwiązywanie większych problemów rozkroju niż realizują to algorytmy

optymalne.

Problem bardziej złożony, w którym cięcie odbywa się dalej w sposób gilotynowy, ale liczba części poszczególnych typów jest ograniczona, rozpatrywali Christofides i Whitlock [6] oraz Wang [22]. Christofides i Whitlock zastosowali algorytm oparty na metodzie podziału i oszacowań. Algorytm składa się z dwóch etapów: generacji drzewa możliwych cięć oraz jego przeszukiwania w celu znalezienia najlepszego rozwiązania. Do określania oszacowań autorzy zastosowali algorytm transportowy oraz programowanie dynamiczne. Inne podejście zaproponowała Wang w pracy [21]. Przedstawiła ona dwa algorytmy kombinatoryczne polegające na budowaniu wzorów rozkroju poprzez sukcesywne dokładanie pojedynczych części lub otrzymanych wcześniej rozwiązań częściowych do uzyskanych na etapach poprzednich rozwiązań. Metoda ta jest jednak bardzo czasochłonna i nadaje się jedynie do rozwiązywania małych zadań. Algorytm opracowany przez Wang został zmodyfikowany przez Oliveirę i Ferreirę [19] oraz Vasko [21], dzięki czemu czas oczekiwania na uzyskanie rozwiązania uległ znacznemu skróceniu. Oliveira i Ferreira wykorzystali algorytm Gilmore'a i Gomory'ego, a Vasko swój własny heurystyczny algorytm dla określenia oszacowań górnych, umożliwiających odrzucenie - na etapie budowy wzoru rozkroju - rozwiązań częściowych, które nie mogą prowadzić do uzyskania rozwiązania optymalnego.

Oprócz wyżej wymienionych publikacji dotyczących cięcia bezstopniowego opracowano szereg algorytmów umożliwiających generowanie wzorów rozkroju przy przyjęciu zasady cięcia stopniowego. Zagadnienie to było przedmiotem szeregu prac. Gilmore i Gomory [14] zaproponowali algorytm oparty na zasadzie programowania dynamicznego. Farley w pracy [11] zaproponował dwuetapową metodę generowania wzoru rozkroju dla cięcia trzystopniowego. W etapie pierwszym generowane są optymalne paski (szereg części ułożonych jedna za drugą) a w etapie drugim dokonywany jest wybór kombinacji pasków dających w efekcie maksymalne wykorzystanie materiału. Do rozwiązania modeli optymalizacyjnych powstających na obu etapach autor wykorzystuje algorytm plecakowy. Różne wersje algorytmu bazującego na dekompozycji dużego problemu (rozkrawanej płyty na zbiór elementów mniejszych) oraz wypełnianie tych elementów przy użyciu wcześniej zbudowanych grup części (pasków) zostały zaproponowane w pracach [11][2]. Także Beasley w pracy [3] przedstawił oparte na zasadzie programowania dynamicznego algorytmy dla cięcia stopniowego, stanowiące zmodyfikowaną wersję algorytmów Gilmore'a i Gomory'ego [14].

Znaczna większość literatury rozpatruje zadania rozkroju przy założeniu, że cięcie odbywa się w sposób gilotynowy. Jedynie nieliczne publikacje [4][5][7] analizują problem z uwzględnieniem cięcia swobodnego. Projektowanie wzorów rozkroju jest w tym przypadku bardziej skomplikowane niż w przypadku cięcia gilotynowego. Bengston [5] zaproponował metodę opartą na heurystycznym przeszukiwaniu, umożliwiającą

uzyskanie "dobrych" ale nie optymalnych rozwiązań nawet dla zadań rozkroju z dużą liczbą części. Metodę prowadzącą do rozwiązania optymalnego przedstawił Beasley w pracy [4]. Metoda oparta jest na zasadzie przeszukiwania drzew, przy czym do określenia oszacowań górnych użyto relaksacji Lagrange'a binarnego problemu programowania całkowitoliczbowego. Proponowany algorytm może być jednak użyty tylko do rozwiązywania małych zadań. Przypadek projektowania wzorów rozkroju dla cięcia swobodnego z jednym rodzajem części wycinanej rozważali Daniels i Ghandforoush w pracy [7]. Opracowali oni algorytm heurystyczny, który doprowadził do uzyskania rozwiązań optymalnych dla większości z rozpatrywanych zadań testowych.

3. Proponowane podejście

Zagadnienie poszukiwania rozwiązania optymalnego dla problemu kombinatorycznego (o ile praktycznie realizowalne) łączy się z koniecznością analizowania wielu możliwych rozwiązań, co zwykle prowadzi do długotrwałych obliczeń. W zastosowaniach praktycznych należy brać pod uwagę również czas oczekiwania na uzyskanie rozwiązania. Oczywiście, skracanie czasu prowadzi najczęściej do uzyskiwania mniej korzystnych rezultatów. Jednak rezygnacja z wymagania, aby otrzymywane rozwiązanie były rozwiązaniami optymalnymi, umożliwia zastosowanie bardziej efektywnych algorytmów heurystycznych.

Poniżej przedstawiono metodę generowania wzorów rozkroju dla zadania rozkroju regularnych elementów płaskich, przy braku ograniczeń co do liczby wycinanych elementów oraz sposobu realizowania procesu cięcia. Celem nadrzędnym jest opracowanie takiego wzoru rozkroju, który zapewni maksymalne wykorzystanie materiału. Dla osiągnięcia tego celu opracowano metodę mieszaną heurystyczno-deterministyczną.

Przyjmijmy, że istnieje prostokątny arkusz materiału o wymiarach $h \times l$ oraz zbiór P , zawierający prostokątne części p_i , $i = 1, \dots, n$, o wymiarach $d_i \times s_i$ i polu powierzchni $f_i = d_i \times s_i$, które należy wyciąć z arkusza. Zakładamy, że liczba poszczególnych części nie jest limitowana, a wzór rozkroju nie musi bazować na zasadzie cięcia gilotynowego. Przy założeniu jednorodności materiału rozkrwanego arkusza orientacja części prostokątnych p_i może być $d_i \times s_i$ lub $s_i \times d_i$, co daje zbiór $2n$ -elementowy. Zbiór ten można zapisać w postaci $P = \{ (d_1, s_1, f_1), (d_2, s_2, f_2), \dots, (d_n, s_n, f_n), (s_1, d_1, f_1), (s_2, d_2, f_2), \dots, (s_n, d_n, f_n) \}$.

Proponowana heurystyka bazuje na następującej obserwacji. Wycinane części dające maksymalne wykorzystanie materiału dla wybranego wymiaru rozkrwanego arkusza, tzn. dające optymalny wzór rozkroju dla zadania z drugim wymiarem nieograniczonym, należy wykorzystać w sposób maksymalny. W celu znalezienia części dających maksymalne wykorzystanie materiału dla wybranego wymiaru rozkrwanego arkusza należy rozwiązać następujący model optymalizacyjny:

zmaksymalizować
$$\sum_{i=1}^{i=2n} c_i \cdot x_i \quad / 1 /$$

przy warunkach
$$\sum_{i=1}^{i=2n} a_i \cdot x_i \leq B \quad / 2 /$$

$$x_i \geq 0 : \text{całkowitoliczbowe dla } i=1, \dots, 2n$$

gdzie x_i - liczba prostokątnych części i -tego typu,

$$c_i = 1 \text{ dla } i=1, \dots, 2n$$

$$a_i = \begin{cases} d_i, & 1 \leq i \leq n \\ s_i, & n < i \leq 2n \end{cases}$$

B - wybrany wymiar arkusza.

Model optymalizacyjny określony przez funkcję celu /1/ i ograniczenia /2/ znany jest w obszarze badań operacyjnych pod nazwą zagadnienia załadunku lub problemu plecakowego (ang. *knapsack problem*).

Algorytm rekurencyjny umożliwiający zastosowanie przyjętej heurystyki do generowania wzorów rozkroju regularnych elementów płaskich składa się z sześciu następujących po sobie etapów:

1. Wybierz bazowy wymiar arkusza - $B \in \langle h, l \rangle$.
2. Opracuj i rozwiąż model optymalizacyjny określony przez funkcję celu /1/ i ograniczenia /2/ (W wyniku rozwiązania tego modelu otrzymujemy zbiór prostokątnych części dających minimalny odpad dla wybranego wymiaru arkusza).
3. Powiel otrzymane rozwiązanie w kierunku prostopadłym do wybranego bazowego wymiaru arkusza w taki sposób, by nie przekroczyć drugiego wymiaru a jednocześnie dotrzymać warunku całkowitej wielokrotności występujących części.
4. Posortuj otrzymane "słupki", złożone z tych samych części, według rosnącej ich długości.
5. Podziel powstałe w wyniku sortowania niezajęte przez części pole arkusza na pokrywające się częściowo prostokąty.
6. Przejdź do 1 -go etapu algorytmu rozpatrując kolejno otrzymane na etapie 5 prostokąty oraz przyjmując jako wymiary bazowe (występujące po prawej stronie ograniczenia /2/) wymiary krawędzi prostopadłych do wybranego wstępnie wymiaru arkusza B . Niewykorzystane pole powierzchni danego prostokąta należące do części wspólnej z kolejnym prostokątem jest uwzględniane w momencie rozpatrywania następnego prostokąta.

Przedstawiony algorytm może być wykorzystany do generowania wzorów rozkroju prostokątnego arkusza na części prostokątne przy braku ograniczeń co do liczby części poszczególnych typów i sposobu prowadzenia procesu cięcia. Poprzez zmianę wybranej krawędzi arkusza oraz uwzględnienie lub nieuwzględnienie poszczególnych części w procesie obliczeniowym uzyskać można różne rozwiązania. Otrzymane w ten sposób wzory rozkroju stanowią mogą również dane dla ogólnego zadania rozkroju, tzn. doboru rodzaju i liczby arkuszy materiału dla wykonania określonej liczby poszczególnych części.

4. Uwagi końcowe

Opracowany algorytm nie pretenduje do znajdowania rozwiązań optymalnych. Zastosowane podejście zapewnia niezbędny kompromis pomiędzy dwoma głównymi wymaganiami, tj. maksymalizacją współczynnika wykorzystania materiału i minimalizacją czasu wymaganego do otrzymania rozwiązania. Otrzymywane rozwiązania w wielu przypadkach są wystarczające, aby spełnić wymagania stawiane przez przemysł. Jednocześnie stanowią mogą rozwiązanie wyjściowe, będące bazą dla korekt dokonywanych konwersacyjnie przez technologa.

Na bazie zaproponowanego powyżej algorytmu został opracowany konwersacyjny program komputerowy. Program wyposażony jest w edytor graficzny umożliwiający wprowadzanie i modyfikowanie danych dotyczących poszczególnych części oraz arkusza podlegającego rozkrojowi. Program napisany w języku C został uruchomiony i wytestowany na mikrokomputerze typu IBM PC.

Wnioski wynikające z używania programu:

- skuteczność algorytmu (maksymalizacja współczynnika wykorzystania materiału) rośnie wraz ze wzrostem liczby części, a zwłaszcza ze zwiększeniem liczby małych części.
- algorytm optymalizacyjny charakteryzuje się bardzo dużą efektywnością - czas obliczeń optymalizacyjnych jest wielokrotnie krótszy od czasu poświęconego na konwersacyjne wprowadzenie danych.

LITERATURA.

- [1] Adamowicz M. and Albano A.: A solution of the rectangular cutting-stock problem. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 6. 302-310, 1976.
- [2] Albano A. and Orsini R.: A heuristic solution of the rectangular cutting stock problem. The Computer Journal 23/4. 338-343, 1980.
- [3] Beasley J.E.: Algorithms for unconstrained two-dimensional guillotine cutting. Journal of Operational Research Society 36/4. 297-308, 1985.
- [4] Beasley J.E.: An exact two-dimensional non-guillotine cutting tree search procedure. Operations Research 33/1. 49-64, 1985.
- [5] Bengston B.E.: Packing rectangular pieces - a heuristic approach. The

Computer Journal 25/3, 353-357, 1982.

- [6] Christofides N. and Whitlock C.: An algorithm for two-dimensional cutting problem. *Operations Research* 25/1, 33-40, 1977.
- [7] Daniels J.J. and Ghandforoush P.: An improved algorithm for the non-guillotine constrained cutting-stock problem. *Journal of the Operational Research Society* 41/2, 141-149, 1990.
- [8] Dowsland W.B.: Two and three dimensional packing problems and solution methods. *New Zealand Journal of Operational Research* 13, 1-18, 1985.
- [9] Dyckhoff H., Kruse H.-J., Abel D. and Gal T.: Trim loss and related problems. *Omega* 13/1, 59-72, 1985.
- [10] Dyckhoff H.: A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research* 44, Number 2, 145-159, 1990.
- [11] Farley A.A.: Practical adaptations of the Gilmore-Gomory approach to cutting stock problem. *OR-Spektrum* 10, 113-123, 1988.
- [12] Gilmore P.C. and Gomory R.E.: A linear programming approach to the cutting stock problem. *Operations Research* 9, 849-859, 1961.
- [13] Gilmore P.C. and Gomory R.E.: A linear programming approach to the cutting stock problem, Part II. *Operations Research* 11, 883-888, 1963.
- [14] Gilmore P.C. and Gomory R.E.: Multistage cutting stock problems of two and more dimensions. *Operations Research* 13, 94-120, 1965.
- [15] Gilmore P.C. and Gomory R.E.: The theory and computation of knapsack function. *Operations Research* 14, 1045-1074, 1966.
- [16] Herz J.: Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. *IBM Journal of Research and Development* 16, 462-469, 1972.
- [17] Hinxman A.I.: The trim loss and assortment problems: A survey. *European Journal of Operational Research* 5, 8-18, 1980.
- [18] Israni S. and Sanders J.L.: Two-dimensional cutting stock problem research: A review and a new rectangular layout algorithm. *Journal of Manufacturing Systems* 1/2, 169-182, 1982.
- [19] Oliveira J.F. and Ferreira J.S.: An improved version of Wang's algorithm for two-dimensional cutting problems. *European Journal of Operational Research* 44/2, 256-266, 1990.
- [20] Rode M. and Rosenberg O.: An analysis of heuristic trim loss algorithms. *Engineering Cost and Production Economics* 12, 71-76, 1987.
- [21] Vaske F.J.: Computational improvement to Wang's two-dimensional cutting stock algorithm. *Computers Ind. Eng.* 16/1, 109-115, 1989.
- [22] Wang P.Y.: Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems. *Operations Research* 31, 573-586, 1983.
- [23] Wäscher G.: An LP-based approach to cutting stock problems with multiple objectives. *European Journal of Operational Research* 44/2, 175-184, 1990.

Recenzent: Prof.dr h.inż. Franciszek Marecki

Wojnęto do Redakcji do 30.04.1992 r.

Abstract:

The problem of allocating plane figures is an interesting challenge for researchers working not only in the field of technology. Many possible applications and great potential benefits which result from properly planned cutting operation, increase the interest in this subject. The major goal for a good nesting arrangement is to reduce the quantity of scrap (ie to maximize the stock sheet utilization). A new method for automatic nesting of rectangular parts on the rectangular stock sheet is presented. There are no constraints for the number of parts to be cut and no restrictions on the cutting pattern. The method is a combination of heuristic and exact techniques. The main objective function is formulated as a waste-minimization function. Further primary goal is that the solution should be efficient in terms of computational time.

The proposed heuristic is based on the observation that maximal material utilization obtained on the selected dimension of the stock sheet should be extended as far as possible in order to achieve the main goal for a good nesting arrangement. To maximize the material utilization a integer programming optimization model has been built. Solving the model, a set of parts which gives a lowest trim loss on the selected dimension of the stock sheet is obtained. To extend this situation, rectangles are repeated perpendicularly to the selected dimension of the stock sheet, until they exceed the second dimension of the stock sheet. The generated pattern is then sorted according to the sum of length of equal rectangles. The remaining un-nested sheet area is divided into a set of overlapping rectangles. These rectangles are nested using algorithm described above. A recursive algorithm is implemented to give high computational speed and compact program code. On the basis of the method described above a computer program for Computer Aided Nesting has been developed.

The algorithm is not intended to give the optimal solution of the general cutting stock problem. The obtained trim loss is an acceptable compromise between the two main requirements, that is maximization of utilization ratio and minimization of computer time required. The general trend shows that increasing performance may be expected if smaller elements are considered.