

Adam PIEKARCZYK*
Politechnika Śląska

WPLYW NAPRĘŻEŃ NORMALNYCH NA ZARYSOWANIE NIEZBROJONYCH ŚCIAN Z CEGŁY PEŁNEJ PODDANYCH PIONOWEMU ŚCINANIU

Streszczenie. W artykule opisano wpływ naprężeń normalnych pionowych σ_y oraz poziomych σ_x na wartość średnich naprężeń stycznych τ_{cr} oraz kąta odkształcenia postaciowego θ_{cr} w momencie zarysowania muru niezbrojonego ścinanego pionowo. Zmodyfikowano istniejący model Manna-Müllera o wpływ naprężeń normalnych σ_x wynikających ze skrzepowania krawędzi pionowych ściany. Zaprezentowano weryfikację analiz teoretycznych poprzez zestawienie ich z wynikami badań.

INFLUENCE OF NORMAL STRESSES ON CRACKING OF UNREINFORCED BRICK MASONRY WALLS SUBJECTED TO VERTICAL SHEARING

Summary. Influence of normal vertical σ_y and horizontal σ_x stresses on level of mean shear stresses τ_{cr} and non-dilatational strain angle θ_{cr} at the moment of cracking of unreinforced masonry sheared vertically has been presented in this paper. Existing Mann-Müller model has been modified. The influence of normal stresses σ_x resulting from horizontal deformations limitation has been concerned. The experimental verification of theoretical analysis has been presented.

1. Wstęp

Pojawienie się pierwszych rys ukośnych o ograniczonej rozwarłości w ścinanych ścianach murowanych utożsamia się z wystąpieniem stanu granicznego użyteczności. Zgodnie z polskimi przepisami normowymi [1] wystąpienie tego stanu granicznego wiąże się z osiągnięciem dopuszczalnej wartości kąta odkształcenia postaciowego θ_{adm} . Wartość kąta odkształcenia postaciowego θ_{cr} oraz stowarzyszonych z nimi średnich naprężeń stycznych τ_{cr}

* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Starosolski.

w momencie zarysowania w sposób znaczący zależy od wartości pionowych naprężeń ściskających σ_y . Zależności pomiędzy naprężeniami stycznymi τ_{cr} i naprężeniami σ_y zostały szczegółowo opisane i zweryfikowane badawczo przez Manna i Müllera [2]. Model Manna-Müllera dobrze objaśnia również przyczynę różnego sposobu zarysowania muru ścinanego w zależności od wartości ściskających naprężeń normalnych σ_y . Wspomniany model był weryfikowany badawczo na modelach ścian murowych jednocześnie ściskanych i ścinanych w kierunku poziomym oraz posiadających swobodę poziomych odkształceń. W modelu Manna-Müllera pomija się znikome, ze względu na brak ograniczenia odkształceń poziomych, naprężenia normalne σ_x w kierunku poziomym.

Większość prowadzonych na świecie badań i analiz niezbrojonych murów ścinanych dotyczy ścinania w kierunku poziomym lub odnosi się do ścinanych murów stanowiących wypełnienia ram i przez to nie poddawanych pionowym naprężeniom ściskającym [3,4].

Istotny jest natomiast fakt, że w budynku o konstrukcji murowanej ścianowej trudno jest wskazać fragment ściany, której odkształcenia poprzeczne nie są częściowo ograniczone przez sąsiednie odcinki ścian oraz nośne i usztywniające ściany do niej prostopadle. Skrępowanie ścinanej pionowo ściany wiąże się z występowaniem stosunkowo dużych poziomych naprężeń ściskających σ_x .

Szersze badania skrępowanych murów niezbrojonych ścinanych pionowo przeprowadza się już od pewnego czasu w Katedrze Konstrukcji Budowlanych Politechniki Śląskiej. Podsumowanie aktualnego stanu tych badań zawarto w pracy [5]. Podkreślenia wymaga fakt skrępowania ścian murowych wzdłuż ich krawędzi pionowych, czyli ograniczenia odkształceń poziomych ścinanego pionowo muru. Nawiązuje to do sytuacji rzeczywistej.

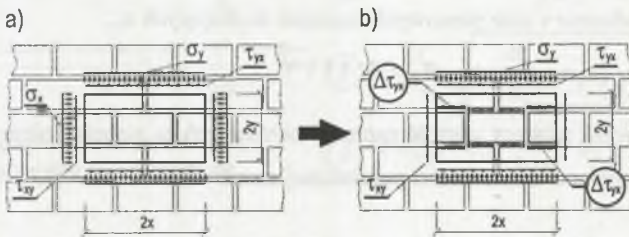
W niniejszym artykule przedstawiona została próba modyfikacji istniejącego modelu Manna-Müllera o wpływ naprężeń normalnych σ_x i weryfikacja analizy teoretycznej poprzez zestawienie ich z wynikami badań ścian skrępowanych, czyli o częściowo ograniczonych odkształceniach poziomych, niezbrojonych ścian murowych z cegły ścinanych pionowo.

2. Opis teoretyczny zagadnienia

W modelu Manna-Müllera [2] analizuje się, w zależności od wartości naprężeń ściskających, równowagę naprężeń na styku zaprawy z elementem murowym oraz w samym elemencie murowym ściany poddanej jednoczesnemu ścinaniu i ściskaniu (rys. 1). Wydziela się myślowo fragment muru o szerokości $2x$ i wysokości $2y$. Na tak wyodrębniony fragment

murów oddziałują naprężenia styczne τ_{xy} i τ_{yx} oraz pionowe naprężenia normalne σ_y . W klasycznym modelu Manna-Müllera pomija się niewielkie, ze względu na swobodę poziomych odkształceń muru, poziome normalne naprężenia σ_x (rys. 1a). W przypadku muru skrępowanego, ścinanego w kierunku pionowym, naprężenia σ_x mają niebagatelny wpływ na wartość naprężeń stycznych w momencie zarysowania τ_{cr} .

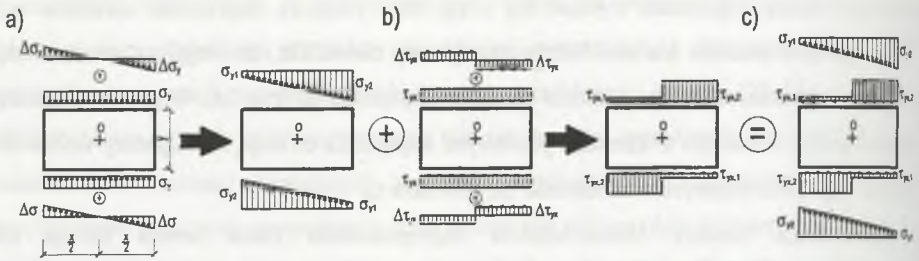
Modyfikacja modelu Manna-Müllera zaproponowana przez autora polega na uwzględnieniu naprężeń poziomych σ_x w analizie równowagi naprężeń w rozpatrywanym fragmencie muru. Autor przyjął, że naprężenia normalne σ_x przekazywane są na styku zaprawy z elementem murowym jedynie poprzez spoiny wsporne w postaci naprężeń stycznych $\Delta\tau_{yx}$ (rys. 1b). W przypadku modelu Manna-Müllera przyjmuje się bowiem istotne założenie upraszczające. Zakłada się wyłączenie spoin czołowych muru ze współpracy przy przenoszeniu naprężeń stycznych i normalnych. Przyjmuje się, że warunek ten ujmuje skurcz zaprawy, małą chropowatość powierzchni czołowych elementów murowych (szczególnie cegły pełnej) bądź nienależyte wypełnienie spoin czołowych.



Rys. 1. Naprężenia oddziałujące na wydzielony fragment muru: a) sytuacja wyjściowa, b) sytuacja po wyłączeniu z pracy spoin czołowych

Fig. 1. Stresses acting on part of masonry: a) initial situation, b) head joints excluded from interaction

Rozważa się równowagę pojedynczego elementu murowego o szerokości x i wysokości y . O równowadze wydzielonego elementu murowego, po uwzględnieniu wspomnianego wcześniej założenia o nieprzekazywaniu się żadnych naprężeń przez spoiny czołowe, decydować będą równoważące się dodatkowe pionowe naprężenia normalne $\Delta\sigma_y$. Naprężenia te sumują się z naprężeniami σ_y wynikającymi z obciążeń zewnętrznych. Naprężenia $\Delta\sigma_y$ wyznacza się z warunku równowagi momentów względem środka elementu murowego (rys. 2a) i obliczyć je można z zależności (1).



Rys. 2. Układ naprężeń oddziałujących na pojedynczy element murowy: a) uwzględnienie dodatkowych naprężeń $\Delta\sigma_y$, b) wpływ naprężeń $\Delta\tau_{yx}$, c) naprężenia wypadkowe
 Fig. 2. Stresses acting on single masonry unit: a) additional $\Delta\sigma_y$ stresses consideration, b) influence of $\Delta\tau_{yx}$ stresses, c) resultant stresses

$$\Delta\sigma_y = \pm 3 \cdot \tau_{yx} \cdot \frac{y}{x} \Rightarrow \Delta\sigma_{y1,y2} = \pm 3 \cdot \tau_{yx} \cdot \frac{y}{x} \quad (1)$$

Naprężenia normalne σ_x wynikają, jak już wcześniej wspomniano, z ograniczenia odkształceń poprzecznych muru (skrępowania) i są funkcją średniej wartości naprężeń wywołujących ścinanie τ oraz pionowych naprężeń ściskających σ_y .

$$\sigma_x = \omega \cdot \tau + v \cdot \sigma_y, \quad (2)$$

gdzie:

- ω - współczynnik wiążący wartość naprężeń normalnych σ_x z obciążeniem stycznym,
- v - współczynnik odkształcalności poprzecznej muru.

Na pojedynczy element murowy oddziałują ponadto poziome naprężenia styczne τ_{yx} oraz, zgodnie z propozycją autora, dodatkowe naprężenia $\Delta\tau_{yx}$. Naprężenia styczne $\Delta\tau_{yx}$ powiązane są z naprężeniami σ_x i ich wartość można obliczyć z zależności (3).

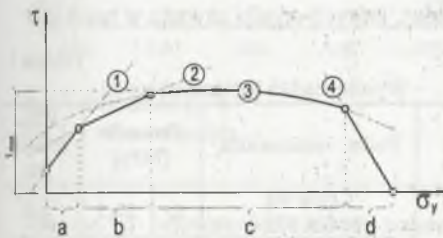
$$\Delta\tau_{yx} = \sigma_x \cdot \frac{2 \cdot y}{x} \quad (3)$$

Założono, że naprężenia $\Delta\tau_{yx}$ równoważą na odcinku równym połowie długości elementu murowego ($0,5x$) naprężenia σ_x przekazywane z wysokości elementu y . Naprężenia te lokalnie powiększają ($\tau_{yx,2}$) lub redukują ($\tau_{yx,1}$) naprężenia styczne τ_{yx} wywołane obciążeniem zewnętrznym (rys. 2b).

Na podstawie przedstawionego układu naprężeń określić można krzywe graniczne zależności $\tau - \sigma_y$ (rys. 3). Prosta „1” (4) uwzględni, przy bardzo niskich wartościach naprężeń σ_y , możliwość wystąpienia rozciągającej wypadkowej naprężeń normalnych σ_y i zarysowania na skutek przekroczenia przyczepności zaprawy do cegły ze względu na

rozciąganie. Prosta „2” opisuje zależność, gdzie do zarysowania dochodzi w obszarze minimalnych naprężeń ściskających σ_y i stycznych τ_{yx} , przez zerwanie przyczepności zaprawy do cegły przy ścinaniu. Przy wyższych wartościach naprężeń σ_y mamy do czynienia z krzywą „3”, która wiąże się z przekroczeniem wytrzymałości na rozciąganie elementów murowych przez naprężenia główne. Gdy dominujące stają się naprężenia ściskające, dochodzi do zniszczenia elementów murowych ze względu na przekroczenie ich wytrzymałości na ściskanie – prosta „4”.

Modyfikacje wprowadzone przez autora polegają na uwzględnieniu dodatkowych naprężeń $\Delta\tau_{yx}$ (3) w równaniach opisujących proste „1”, „2” i „4”. Wpływ naprężeń σ_x na wartość głównych naprężeń rozciągających w elemencie murowym ujęto również przy opisie krzywej „3”.



Rys. 3. Krzywe graniczne zależności $\tau - \sigma_y$
Fig. 3. $\tau - \sigma_y$ relationship failure envelope

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \tau &= (f_t + \sigma_y) \cdot \frac{x}{3 \cdot y} + \sigma_x \cdot \frac{2 \cdot y}{x} \\ \textcircled{2} \quad \tau &= (f_v + \mu \cdot \sigma_y) \cdot \frac{1}{1 + \mu \cdot \frac{3 \cdot y}{x}} + \sigma_x \cdot \frac{2 \cdot y}{x} \\ \textcircled{3} \quad \tau &= \frac{f_{tc}}{\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_y}{f_{tc}} + \sigma_x \cdot \left(\frac{1}{f_{tc}} + \frac{\sigma_y}{f_{tc}^2} \right)} \\ \textcircled{4} \quad \tau &= (f_B - \sigma_y) \cdot \frac{x}{3 \cdot y} + \sigma_x \cdot \frac{2 \cdot y}{x} \end{aligned} \quad (4)$$

gdzie:

- f_t – przyczepność zaprawy do cegły ze względu na rozciąganie,
- f_v – przyczepność zaprawy do cegły ze względu na ścinanie,
- f_{tc} – wytrzymałość cegły na rozciąganie,
- f_B – wytrzymałość cegły na ściskanie,
- μ – współczynnik tarcia wewnętrznego w zaprawie,
- α – współczynnik uwzględniający wpływ kształtu elementu murowego na poziom maksymalnych naprężeń stycznych wg [6] (dla cegły i proporcji $y:x = \sim 1:2$ $\alpha = 2,15$).

3. Modele badawcze i opis badań

Modele badawcze wykonano z cegły pełnej (klasy 20) na zaprawie cementowo-wapiennej 1:1:6. W ramach badań zasadniczych zbadano 10 (2 serie po 5 modeli) fragmentów ścian o grubości 250 mm i wymiarach przedstawionych na rys. 4. Badania prowadzono w specjalnie do tego celu zaprojektowanym stanowisku, pozwalającym na jednoczesną realizację obciążeń pionowych stycznych τ i normalnych σ_y . Badania prowadzono doraźnie, w jednym cyklu aż

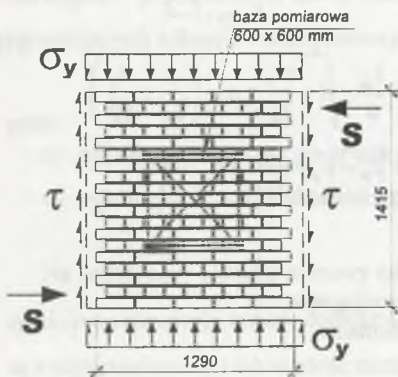
do zniszczenia, stopniując siłę pionową co 10 kN w 5-minutowych przedziałach czasowych. W trakcie badań dokonywano pomiaru przemieszczeń czujnikami indukcyjnymi umieszczonymi w specjalnym układzie ramkowym o bazie pomiarowej 600 mm (por. rys. 4). W programie badań założono ścinanie muru przy różnych wartościach naprężeń ściskających σ_y wynoszących 0,0; 0,3; 0,6; 0,9 i 1,5 MPa.

Badania towarzyszące, których wyniki podano zbiorczo w tabelicy 1, dotyczyły wyznaczenia wytrzymałości na ściskanie i rozciąganie cegły pełnej i zaprawy, a także początkowej wytrzymałości na ścianie i współczynnika tarcia wewnętrznego zgodnie z zaleceniami odpowiednich norm. Przyczepność zaprawy do cegły f_{tz} oszacowano natomiast na podstawie prac badawczych Rotsa [7]. Na modelach zalecanych przez właściwą normę do wyznaczenia f_i E określono również współczynnik odkształcalności poprzecznej muru ν . Zbliżone wartości współczynnika ν uzyskano z badań, których wyniki zawarto w pracy [8].

Tabela 1

Wyniki badań towarzyszących

Model	Podst. opracowania	Parametr [MPa]	Wsp. zmienn. [%]
Cegła	Cegła wg PN-EN 772-1	f_B 27,5	8,2
	Zaprawa wg PN-EN 1015-11	f_{cz} 6,42	14,7
Zaprawa	Cegła	f_{ic} 2,23	25,4
	Zaprawa wg PN-EN 1015-11	f_{tz} 1,50	20,3
Mur	wg [7]	f_i 0,28	-
	wg PN-EN 1052-3	f_v 0,62	-
		μ 0,68	
		f 8,99	
	wg PN-EN 1052-1	E 3128	9,4
	ν 0,23	8,5	



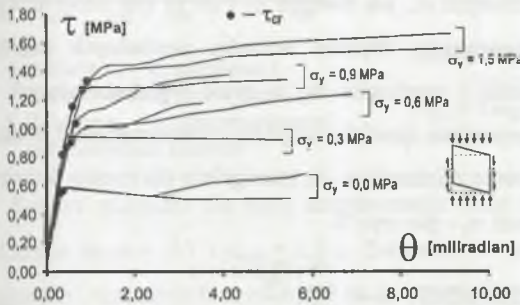
Rys. 4. Model badawczy

Fig. 4. Test specimen

4. Rezultaty badań i ich porównanie z wynikami rozważań teoretycznych

Częściowe rezultaty badań podstawowych przedstawiono w tabelicy 2. Zawarto w niej uzyskane wartości średnich kątów odkształcenia postaciowego $\theta_{cr,i}$ i towarzyszących im naprężeń stycznych $\tau_{cr,i}$ w chwili zarysowania muru dla poszczególnych wartości naprężeń ściskających σ_y . Na rys. 5 zaprezentowana została relacja pomiędzy kątem odkształcenia postaciowego θ i średnimi naprężeniami stycznymi τ w zależności od wartości naprężeń

ściskających σ_y . Na wykresie tym można zauważyć korzystny i znaczący wpływ wartości naprężeń ściskających na wartość naprężeń stycznych przy zarysowaniu τ_{cr} oraz maksymalnych naprężeń stycznych τ_u . Zwrócić uwagę należy również na sprężysto – quasiplastyczny charakter zależności $\tau - \theta$.



Rys. 5. Zależność $\tau - \theta$
Fig. 5. $\tau - \theta$ relationship

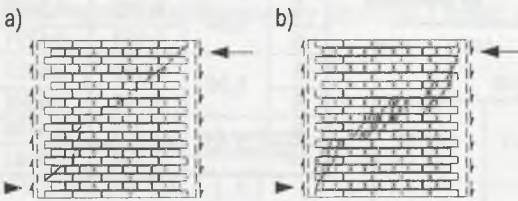
Tablica 2
Rezultaty badań podstawowych

Lp.	σ_y [MPa]	$\tau_{cr,i}$ [MPa]	$\theta_{cr,i}$ [mrad]
1	0,00	0,568	0,3783
2		0,596	0,3441
3		0,868	0,4520
4	0,30	0,822	0,3618
5		0,905	0,5445
6	0,60	0,933	0,5757
7		1,159	0,6017
8	0,90	1,048	0,6565
9		1,274	0,8180
10	1,50	1,334	0,9341

Na rys. 6 przedstawiono obraz zarysowania muru ścinanego bez udziału naprężeń ściskających $\sigma_y = 0$ oraz ścinanego pionowo i ściskanego – $\sigma_y = 1,50$ MPa. Dobrze widoczne są różnice w charakterze zarysowania obydwu modeli. Mur wyłącznie ścinany rysuje się głównie wzdłuż spoin wspornych i czołowych. Natomiast w murze ścinanym przy udziale znacznych naprężeń ściskających mamy do czynienia z rysami przebiegającymi w większości przez elementy murowe, szczególnie w centralnej części modelu. Obraz zarysowań zgodny jest z teoretycznym jego uzasadnieniem zawartym w modelu Manna-Müllera (pkt 2).

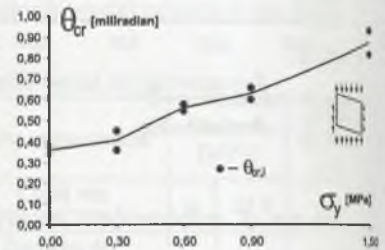
Rysunek 7 obrazuje wpływ naprężeń σ_y na wartość kąta odkształcenia postaciowego w momencie zarysowania. Przyjmuje się, że wystąpienie stanu granicznego użyteczności ścinanych konstrukcji murowych ze względu na zarysowanie związane jest z pojawieniem się rysy ukośnej o określonej rozwarości, któremu towarzyszy kąt odkształcenia postaciowego θ_{cr} . Wartość θ_{cr} określona została poprzez rozwarość rysy ukośnej w granicach 0,1÷0,3 mm dla wartości naprężeń ściskających z przedziału $0,60 \leq \sigma_y \leq 1,50$ MPa oraz 0,3÷0,5 mm dla $0,00 \leq \sigma_y < 0,60$ MPa. Pomiarów szerokości rozwarcia rys dokonywano w czasie badań zasadniczych. Rozwój zarysowań również uzależniony jest od wartości naprężeń normalnych. W przypadku muru ścinanego przy udziale niewielkich naprężeń ściskających $\sigma_y < 0,60$ MPa pojawia się najczęściej pojedyncza rysa ukośna (rys. 6a), której rozwarość

rośnie szybko, zamieniając się w pęknięcie o szerokości do 15 mm. Zniszczenie w tym przypadku następuje stosunkowo szybko i gwałtownie. Gdy wartość naprężeń $\sigma_y \geq 0,60$ MPa, rozwija się najczęściej kilka rys (rys. 6b) osiągających w chwili zniszczenia rozwartość 2÷5 mm. Natomiast przebieg zniszczenia muru nie jest już tak gwałtowny. Różnice w charakterze rozwoju zarysowań w murach ścinanych i silnie ściskanych spowodowane są znacznie większymi wartościami naprężeń normalnych σ_y , jak również σ_x i co za tym idzie mniejszą swobodą odkształceń muru po zarysowaniu. Wyższe wartości normalnych naprężeń ściskających sprzyjają zjawiskom tarcia i zazębienia się w rysie wyodrębniających się fragmentów zarysowanego muru. Wspomniane zjawiska znajdują odzwierciedlenie w quasiplastycznym ze wzmocnieniem charakterze zależności $\tau - \theta$, szczególnie dla murów ścinanych przy udziale wyższych wartości naprężeń σ_y – por. rys. 5.



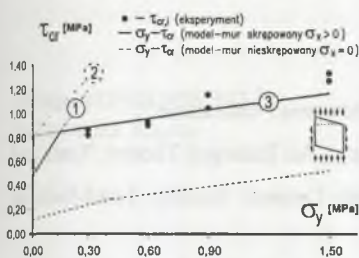
Rys. 6. Zarysowanie muru ścinanego pionowo: a) $\sigma_y = 0$,
b) $\sigma_y = 1,50$ MPa

Fig. 6. Vertically sheared masonry cracking pattern: a) $\sigma_y = 0$,
b) $\sigma_y = 1,50$ MPa

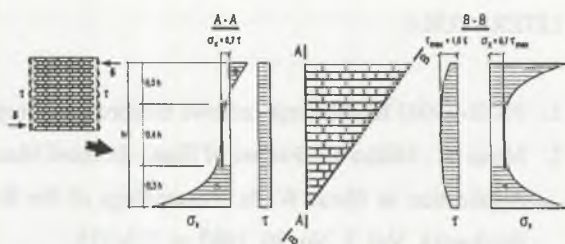


Rys. 7. Zależność $\theta_{cr} - \sigma_y$
Fig. 7. $\theta_{cr} - \sigma_y$ relationship

Na rys. 8 przedstawiono porównanie wyników badań eksperymentalnych oraz analizy teoretycznej. Dla porównania przedstawiono również krzywe graniczne dla hipotetycznego przypadku muru nieskrępowanego, czyli bez udziału poziomych naprężeń normalnych σ_x (linia przerywana). Z porównania wynika, że uwzględnianie poziomych naprężeń normalnych przy wyznaczaniu naprężeń stycznych w momencie zarysowania pionowo ścinanego muru jest konieczne. Dla wyznaczonych parametrów mechanicznych cegły i zaprawy przypadek zarysowania muru skrępowanego przy ścinaniu pionowym opisują ze stosunkowo dużą dokładnością prosta „1” oraz krzywa „3”. Nie znajduje natomiast zastosowania (dla prezentowanych wyników badań) zmodyfikowana zależność opisana prostą „2”.



Rys. 8. Relacja $\tau_{cr} - \sigma_y$ uzyskana z badań i analizy teoretycznej
 Fig. 8. Relation $\tau_{cr} - \sigma_y$ for experimental and theoretical analysis



Rys. 9. Naprężenia styczne τ i normalne σ_x ($\sigma_y = 0$)
 Fig. 9. Tangential τ and normal stresses σ_x ($\sigma_y = 0$)

Krzywe graniczne dla muru skrępowanego (linia ciągła) uzyskano z zależności (4), przy założeniu że $\omega = 0,7$ i $\tau_{max} = 1,5 \tau$. Założenia te wynikają z rozkładu wartości naprężeń stycznych i normalnych uzyskanego na drodze analizy MES muru ścinanego dla przyjętego w badaniach i rozważaniach teoretycznych schematu statycznego – rys. 9. Założono liniową zależność pomiędzy naprężeniami i odkształceniami w zakresie naprężeń stycznych $0 \div \tau_{cr}$. W środkowej części modelu na długości $0,4 h$ uśredniono wartość naprężeń $\sigma_x = 0,7 \tau$.

5. Podsumowanie

W wyniku przeprowadzonych badań modelowych i analizy teoretycznej stwierdzić można, że model Manna-Müllera w swej pierwotnej postaci nie opisuje dobrze przypadku zarysowania skrępowanego pionowo ścinanego muru niezbrojonego. Możliwe jest to dopiero po dokonanej przez autora modyfikacji, polegającej na uwzględnieniu stosunkowo dużych poziomych naprężeń normalnych σ_x . Zauważyć również należy, że często stosowana do opisu zachowania muru ścinanego poziomo zależność Coulomba – Mohra (tutaj w zmodyfikowanej postaci równanie – prosta „2”) nie sprawdza się w przypadku prezentowanych badań ścinania pionowego fragmentów ścian murowych.

LITERATURA

1. PN-B-03002 Konstrukcje murowe niezbrojone. Projektowanie i obliczanie.
2. Mann W., Müller H.: Failure of Shear-Stressed Masonry - An Enlarged Theory. Tests and Application to Shear Walls. Proceedings of the British Ceramic Society. Load-Bearing Brickwork, Vol. 7, No. 30, 1982, p. 223-235.
3. Guiqiu L., Chuxian S., Jinlin B.: The Shear Strength of Unreinforced Masonry Wall. 11th IBBMC, Tongji University, Shanghai 1997, p. 135-140.
4. Madan A., Reinhorn A. M., Mander J. B., Valles R. E.: Modeling of Masonry Infill Panels for Structural Analysis. Journal of Structural Engineering, October 1997, p. 1295-1302.
5. Kubica J.: Niezbrojone ściany murowe poddane odkształceniom postaciowym wywołanym nierównomiernymi pionowymi przemieszczeniami podłoża. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria: Budownictwo z. 96. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.
6. Graubner C.A., Simon E.: II Forschungsbericht: Zur Schubtragfähigkeit von Mauerwerk aus großformatigen Steinen. Mauerwerk – Kalender 2001, p.737-752.
7. Rots J.G.: Structural Masonry. An experimental / Numerical Basis for Practical Design Rules. A.A.Balkema / Rotterdam / Brookfield / 1997.
8. Kubica J., Drobiec Ł., Piekarczyk A.: Some Remarks On Poisson's Ratio Of Unreinforced Clay Brick Masonry. 11th International Scientific Conference In Brno, (Vol. 7.2 - Concrete and Masonry Structures). Brno 1999, p. 113 – 116.

Recenzent: Prof. dr inż. Bohdan Lewicki, dr h.c.

Abstract

In the paper has been presented theoretical analysis and experimental tests of unreinforced masonry walls sheared vertically. Modification of existing Mann-Müller model permitted to consideration of influence of normal stresses σ_x depending on horizontal deformations limitation. Results of experimental tests turned out to be very close to theoretical calculations.