

Jacek ŁĘSKI

PROJEKTOWANIE PERIODYCZNIE ZMIENNYCH REKURSYWNYCH FILTRÓW CYFROWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono metodę projektowania rekursywnych filtrów cyfrowych, których współczynniki są potęgami liczby dwa. Filtr opiera się na systemie liniowym o współczynnikach periodycznie zmiennych w czasie. Przez zastosowanie jako macierzy tranzycyjnej macierzy stowarzyszonej z równaniem algebraicznym możliwe jest łatwe umieszczanie biegunów transmitancji filtru w dowolnych miejscach płaszczyzny zespolonej. Przedstawione jest rozwiązanie usuwające efekt modulacji sygnału wyjściowego filtru o współczynnikach periodycznie zmiennych w czasie.

DESIGN OF RECURSIVE PERIODICALLY TIME-VARYING DIGITAL FILTERS

Summary. The paper deals with a desing method of recursive periodically time-varying digital filters with power of two coefficients. The filters are based on linear periodically time-varying system. The matrix associated with algebraic equation usedas a transition matrix enables easy locations of poles of filter transmitancies in the complex plane. Elimination of modulation efect in output signal of periodically time-varying filters is presented.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ ПЕРЕМЕННЫХ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛТРОВ

Резюме. В статье представлен метод проектирования рекурсивных цифровых фильтров, которых коэффициенты есть степени числа 2. Фильтр основан на

линейной системе с периодически изменяющимися во времени коэффициентами. Благодаря применению в виде тразиционной матрицы объединенной с алгебраическим уравнением возможно простое расположение полюсов трансмиттанса фильтра в произвольные места комплексной плоскости. Представлено решение устраняющие эффект модулирования сигнала выходного фильтра с периодически изменяющимися во времени коэффициентами.

1. WSTĘP

W literaturze poświęconej cyfrowemu przetwarzaniu sygnałów pojawiają się artykuły poświęcone metodom projektowania filtrów cyfrowych, których współczynniki są potęgami liczby dwa [1, 4, 6, 7]. Filtry takie są atrakcyjne ze względów obliczeniowych. W tym przypadku mnożenie może być zastąpione przesuwaniem zawartości rejestrów.

W artykule zastosowano idee przedstawione przez Kitsona i Griffisa [5] do projektowania filtrów o współczynnikach będących potęgą liczby dwa. Zastosowano metodę konstruowania macierzy sprzężenia jako stowarzyszonej z równaniem algebraicznym. Wadą tak projektowanych filtrów jest efekt modulowania sygnału wyjściowego filtru. W artykule przedstawiono metodę usunięcia tej wady.

2. LINIOWY SYSTEM PERIODYCZNIE ZMIENNY W CZASIE

W dalszej części stosowany będzie następujący system liniowy:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{g}u(k) \\ \mathbf{z}(k) = \mathbf{h}^T\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (1a)$$

$$(1b)$$

gdzie:

\mathbf{x} - wektor stanu, $\dim(\mathbf{x}) = N$,

u - sygnał wejściowy, skalar,

\mathbf{z} - sygnał wyjściowy, skalar,

\mathbf{g}, \mathbf{h} - wektory stałe,

$\mathbf{F}(k)$ - macierz zmienna w czasie z okresem p ,

$$\mathbf{F}(k+p) = \mathbf{F}(k) \quad (2)$$

Systemy liniowe spełniające warunek (20) nazywane są systemami Floqueta [3]. W artykule [11] Wu udowodnił, że system (1) można sprowadzić do systemu o stałych współczynnikach.

Wektor stanu dla systemu (1) można przedstawić w postaci:

$$x(k) = \Phi(k, 0)x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi(k, i+1)gu(i), \quad (3)$$

gdzie Φ - macierz tranzycyjna.

Macierz tranzycyjną możemy przedstawić w postaci:

$$\Phi(i, j) = X(i)X(j)^{-1}, \quad (4)$$

gdzie X - macierz podstawowa.

Dla systemu zmiennego w czasie (1) ma ona postać:

$$X(i) = F(i-1)F(i-2)\dots F(1)F(0) \quad (5)$$

Wu udowodnił, że system (1) jest równoważny systemowi stałemu w czasie z następującym wektorem stanu:

$$\bar{x}(k) = T^{-1}(k)x(k), \quad (6)$$

gdzie $T(k) = X(k)R^{-k}$; R - stała macierz (7)

Po zastosowaniu transformacji (6) dla systemu (1) otrzymujemy:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = T^{-1}(k+1)F(k)T(k)\bar{x}(k) + T^{-1}(k+1)gu(k) & (8a) \\ z(k) = h^T T(k)\bar{x}(k) & (8b) \end{cases}$$

Na podstawie (7), (8a) macierz przejścia systemu ma postać:

$$\begin{aligned} \bar{F}(k) &= T^{-1}(k+1)F(k)T(k) = R^{k+1}X^{-1}(k+1)F(k)X(k)R^{-k} = \\ &= R^{k+1}X^{-1}(k+1)X(k+1)R^{-k} = R = \bar{F} \end{aligned} \quad (9)$$

Czyli macierz przejścia jest macierzą stałą. Stąd systemowi (1) odpowiada następujący system:

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = R\bar{x}(k) + T^{-1}(k+1)gu(k) & (10a) \\ z(k) = h^T T(k)\bar{x}(k) & (10b) \end{cases}$$

Systemy (1) i (10) mają taką samą transmitancję [10].

Z równania (5) przy warunku (2) mamy:

$$X(k) = \prod_{i=1}^p F[(k-i) \bmod p] \quad (11)$$

$$\text{Stąd } X(k+p) = QX(k) \quad (12)$$

$$\text{gdzie: } Q = F(p-1)F(p-2)\dots F(1)F(0) \quad (13)$$

Dla równoważnego systemu (10) otrzymujemy:

$$Q = RP \quad (14)$$

Porównując (13) i (14) otrzymujemy

$$RP = \prod_{i=1}^p F(p-i) \quad (15)$$

3. MACIERZ STOWARZYSZONA Z RÓWNANIEM ALGEBRAICZNYM

Przyjmujemy, że macierze $F(i)$ w systemie (1) są macierzami stowarzyszonymi z następującym równaniem algebraicznym [2]:

$$r^N = a, \quad (16)$$

gdzie: N - stała, a - wartość +1 lub -1.

Równanie (16) posiada pierwiastki rozłożone na kole jednostkowym zmiennej zespolonej r dla argumentów:

$$\text{dla } a = +1 \quad \varphi_k = \frac{\pi + 2k\pi}{N}; \quad 0 \leq k < N \quad (17)$$

$$\text{dla } a = -1 \quad \varphi_k = \frac{2k\pi}{N}; \quad 0 \leq k < N \quad (18)$$

Można udowodnić, że macierz kolumnowa wektorów własnych macierzy stowarzyszonej z równaniem (16) ma postać:

$$p = \begin{pmatrix} r_1^0 & r_2^0 & \dots & r_N^0 \\ r_1^1 & r_2^1 & & r_N^1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_1^{N-1} & r_2^{N-1} & \dots & r_N^{N-1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

gdzie: r_i - pierwiastki równania (16).

Po zastosowaniu czynnika $1/\sqrt{N}$ wektory własne tworzą zbiór ortonormalny. Wtedy macierz $P_u = P/\sqrt{N}$ jest macierzą unitarną.

Stąd macierz tranzycyjną możemy przedstawić jako:

$$F(i) = P_u \Lambda(i) P_u^T, \quad (20)$$

gdzie: Λ - macierz diagonalna złożona z wartości własnych macierzy stowarzyszonej z równaniem (16).

Przykład

Równanie $r^4 = -1$ posiada pierwiastki położone na kole jednostkowym zmiennej zespolonej r dla argumentów:

$$\varphi_k = \frac{\pi + 2k\pi}{4}; \quad 0 \leq k < 4$$

Jeżeli oznaczymy:

$$\lambda_i = \alpha_0 + \alpha_1 r_i + \alpha_2 r_i^2 + \alpha_3 r_i^3,$$

to:

$$\lambda_i r_i = \alpha_0 r_i + \alpha_1 r_i^2 + \alpha_2 r_i^3 + \alpha_3 r_i^4 = -\alpha_3 + \alpha_0 r_i + \alpha_1 r_i^2 + \alpha_2 r_i^3,$$

Podobnie:

$$\lambda_i r_i^2 = -\alpha_2 - \alpha_3 r_i + \alpha_0 r_i^2 + \alpha_1 r_i^3$$

$$\lambda_i r_i^3 = -\alpha_1 - \alpha_2 r_i - \alpha_3 r_i^2 + \alpha_0 r_i^3$$

Stąd macierz stowarzyszona z równaniem ma postać:

$$F = \begin{vmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ -\alpha_3 & \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ -\alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_0 & \alpha_1 \\ -\alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & \alpha_0 \end{vmatrix}$$

Natomiast wektor własny odpowiadający wartości własnej λ_i :

$$v_i = \begin{vmatrix} 0 \\ r_i^1 \\ r_i^1 \\ r_i^2 \\ r_i^2 \\ r_i^3 \\ r_i^3 \\ r_i^3 \end{vmatrix}$$

Ogólnie wartości własne macierzy stowarzyszonej wyznaczamy z równania:

$$\lambda_i = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k r_i^k \quad (22)$$

Jeżeli teraz kolejne macierze tranzycyjne $F(0), F(1), \dots$ będą stowarzyszone z tym samym równaniem algebraicznym (16), to na podstawie (15) mamy:

$$R^P = \prod_{i=1}^P F(p-i) \prod_{i=1}^P P_u \Lambda(p-i) P_u^T = P_u \left[\prod_{i=1}^P \Lambda(p-i) \right] P_u^T = P_u \bar{\Lambda} P_u^T \quad (23)$$

Jeżeli elementy diagonalne macierzy $\bar{\Lambda}$ oznaczmy $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_N$, to macierz diagonalna odpowiadająca macierzy R ma postać [2]:

$$\bar{\Lambda} = \text{Diag}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \dots, \bar{\lambda}_p), \quad (24)$$

gdzie:

$$\bar{\lambda}_i = (\bar{\lambda}_i)^{\frac{1}{p}}$$

4. TRANSMITANCJA FILTRU PERIODYCZNIE ZMIENNEGO W CZASIE

Po zastosowaniu transformacji Z do systemu (10) otrzymujemy [10]:

$$K(z) = h^T(Iz - R)^{-1}g \quad (25)$$

Na podstawie (23, 24) otrzymujemy:

$$K(z) = h^T(Iz - P_u \bar{\Lambda} P_u^T)^{-1}g =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} P_u \begin{vmatrix} \frac{1}{z - \bar{\lambda}_1} & & & \\ & \frac{1}{z - \bar{\lambda}_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \frac{1}{z - \bar{\lambda}_N} \end{vmatrix} P_u^T \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^N \frac{(r_i^0)^2}{z - \bar{\lambda}_i} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{z - \bar{\lambda}_i} \quad (26)$$

gdzie:

$$\bar{\lambda}_i = \left[\prod_{j=1}^p \lambda_{ij} \right]^{\frac{1}{p}} \quad (27)$$

gdzie: λ_{ij} - i-ta wartość własna j-tej macierzy tranzycyjnej dana równaniem:

$$\lambda_{ij} = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_k^j r_i^k, \quad (28)$$

gdzie α_k^j - współczynniki j-tej macierzy stowarzyszonej będące potęgami liczby dwa.

Projektowanie filtrów opiera się na doborze takiego równania (16), aby liniowa kombinacja jego pierwiastków umożliwiała uzyskanie wymaganych biegunów transmitancji filtru.

5. PRZYKŁAD PROJEKTOWANIA

Zaprojektować filtr o transmitancji posiadającej bieguny sprzężone $b_{1,2} = 0,9e^{\mp j24.55^\circ}$. Najpierw dobieramy postać równania (16). Oczywiście dla biegunów zespolonych rząd tego równania powinien być większy od jedności. Dla $N=1$ z równania (28) otrzymujemy następujące argumenty wartości własnych: $0^\circ, 180^\circ$ (niezależnie od znaku współczynnika a w równaniu (16)). Dla argumentów tych nie możemy uzyskać wymaganych biegunów transmitancji. Dla $N = 3$ mamy argumenty: dla $a = 1$: $0.0^\circ, \mp 6.58^\circ, \mp 13.89^\circ, \mp 30.0^\circ, \mp 46.10^\circ, \mp 53.41^\circ, \mp 60.0^\circ, \mp 66.58^\circ, \mp 73.89^\circ, \mp 90.0^\circ$.

dla $a = -1$: $0.0^\circ, \mp 5.81^\circ, \mp 10.89^\circ, \mp 19.1^\circ, \mp 30.0^\circ, \mp 49.10^\circ, \mp 54.18^\circ, \mp 65.81^\circ, \mp 79.10^\circ, \mp 90.0^\circ$.

Przez sumę wartości własnych o argumentach $\mp 19.1^\circ$ i $\mp 30^\circ$ uzyskujemy argument $2 * 24.55$. Czyli dla tego przykładu postać równania (16) jest:

$$r^3 = -1$$

Pierwiastki tego równania mają postać:

$$\varphi_k = \frac{\pi + 2k\pi}{3}; \quad 0 \leq k < 3$$

$$\{\varphi_k\} = 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$$

Stąd dla $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0$ z równania (22) otrzymujemy następujące wartości własne macierzy stowarzyszonej z wybranym równaniem algebraicznym $1.32e^{j19.1^\circ}$, 0.5 , $1.32e^{j19.1^\circ}$. Natomiast dla $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$ mamy wartości własne: $1.73e^{j30^\circ}$, 0 , $1.73e^{-j30^\circ}$. Na podstawie (27) dla $p = 2$ otrzymujemy wartości własne macierzy R: $1.51e^{j24.55^\circ}$, 0 , $1.51e^{-j24.55^\circ}$. Widzimy, że moduł wartości własnych nie jest równy wymaganemu, tj. 0.9. Stosujemy czynnik skalujący $1.51/0.9 = 0.596$. Stąd iloczyn czynników skalujących macierze F wynosi $0.596^2 = 0.355$. Ale nie ma dwóch takich liczb będących potęgami liczby dwa, których iloczyn wynosi 0.355. Dlatego przyjmujemy $p = 4$ stosując:

$$F(0) = \beta_0 F(0)$$

$$F(1) = \beta_1 F(0)$$

$$F(2) = \beta_2 F(1)$$

$$F(3) = \beta_3 F(1)$$

Czyli: $\beta_0 \beta_1 \beta_2 \beta_3 = 0.596^4 = 0.126 \approx 0.125$.

Stąd: $\beta_0 = 1.0$ $\beta_1 = 0.5$ $\beta_2 = 0.5$ $\beta_3 = 0.5$

Ostatecznie macierze F mają postać:

$$F_1 = \begin{vmatrix} 1.0 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 0.5 \\ -0.5 & 0.0 & 1.0 \end{vmatrix}$$

$$F_2 = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.25 \\ -0.25 & 0.0 & 0.5 \end{vmatrix}$$

$$F_3 = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.0 & 0.5 \end{vmatrix}$$

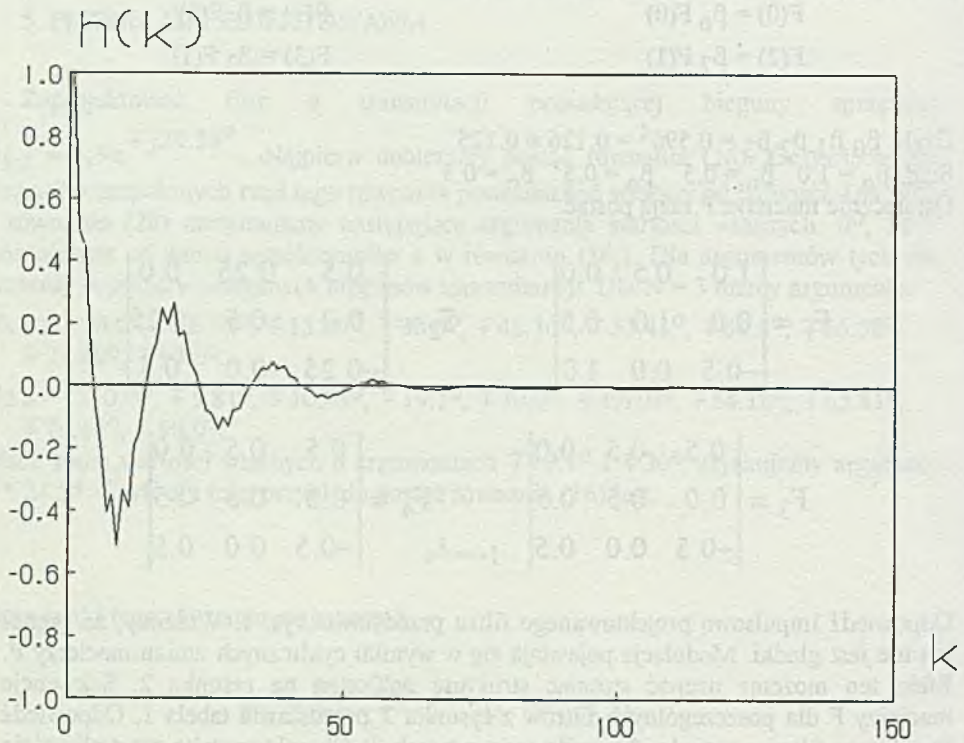
$$F_4 = \begin{vmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.0 \\ 0.0 & 0.5 & 0.5 \\ -0.5 & 0.0 & 0.5 \end{vmatrix}$$

Odpowiedź impulsową projektowanego filtra przedstawia rys. 1. Widzimy, że sygnał ten nie jest gładki. Modulacje pojawiają się w wyniku cyklicznych zmian macierzy F. Efekt ten możemy usunąć stosując strukturę pokazaną na rysunku 2. Sekwencje macierzy F dla poszczególnych filtrów z rysunku 2 przedstawia tabela 1. Odpowiedź impulsowa filtra z rysunku 2 przedstawia rysunek 3. Charakterystykę częstotliwościową (przeształcenie Fouriera odpowiedzi impulsowej) tego filtra przedstawia rysunek 4. Jest to filtr pasmowo-przepustowy o częstotliwości środkowej 16.65Hz i dobroti 3.91 dla częstotliwości próbkowania 250Hz. Zgodnie z pracą [8] jest to filtr dopasowany do zespołów QRS sygnału EKG. Sygnał wyjściowy filtra dla zakłóconego sygnału EKG z rysunku 5 przedstawia rysunek 6. Przykład ten wskazuje, że filtr z przykładu może służyć do budowy detektora zespołów QRS.

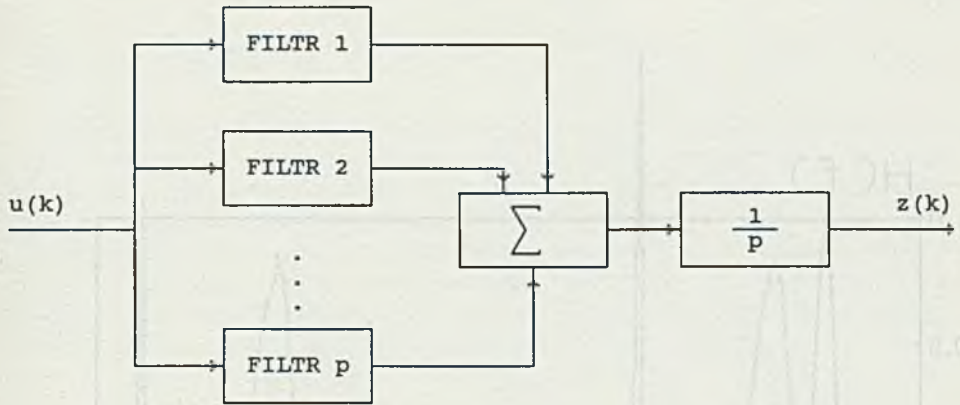
Tabela 1

Sekwencja macierzy F dla struktury z rys. 2.

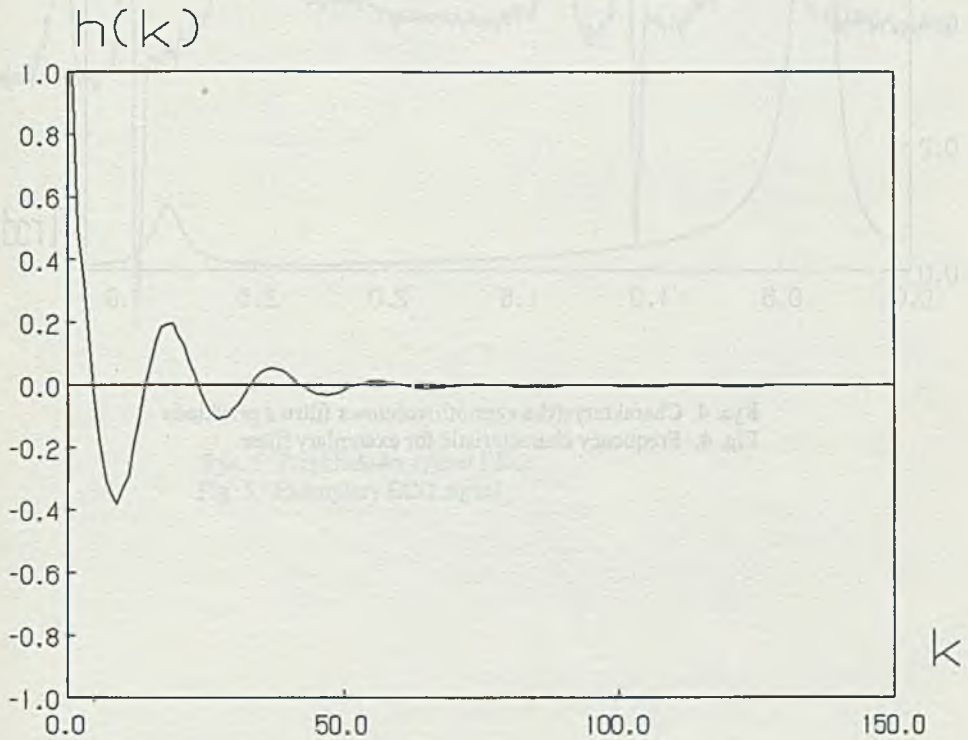
| $F(\cdot)$ | Filtr 1 | Filtr 2 | Filtr 3 | Filtr 4 |
|------------|----------|----------|----------|----------|
| $F(0)$ | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 |
| $F(1)$ | F_2 | F_3 | F_4 | F_1 |
| $F(2)$ | F_3 | F_4 | F_1 | F_2 |
| $F(3)$ | F_4 | F_1 | F_2 | F_3 |
| $F(4)$ | F_1 | F_2 | F_3 | F_4 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |



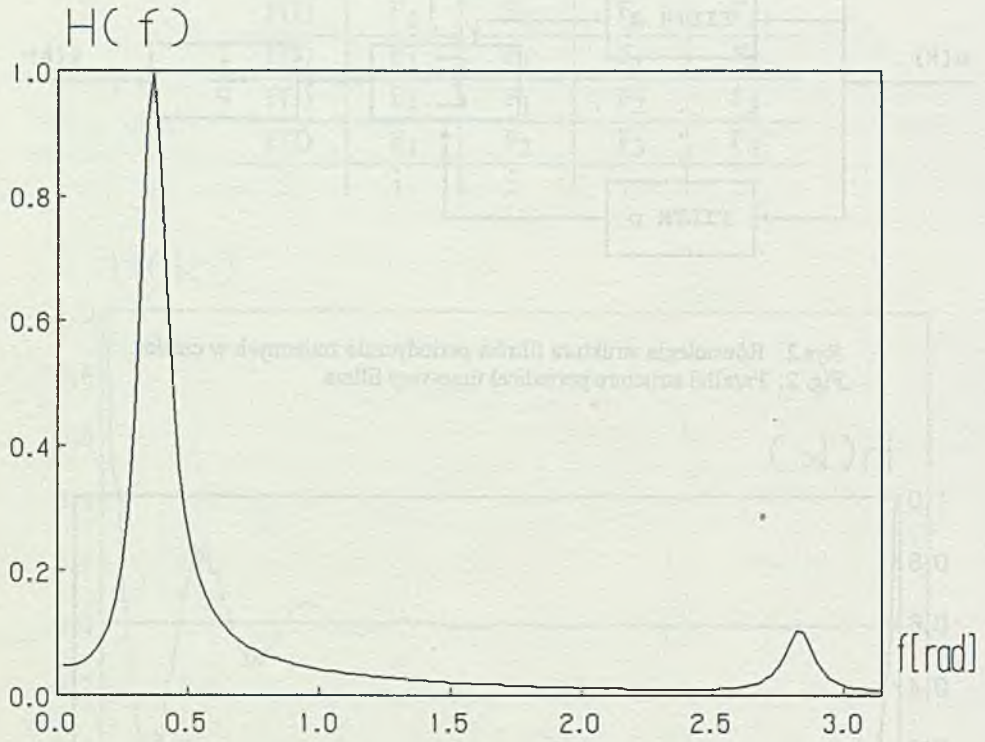
Rys. 1. Odpowiedź impulsowa filtra z przykładu
 Fig. 1. Impulse response for exemplary filter



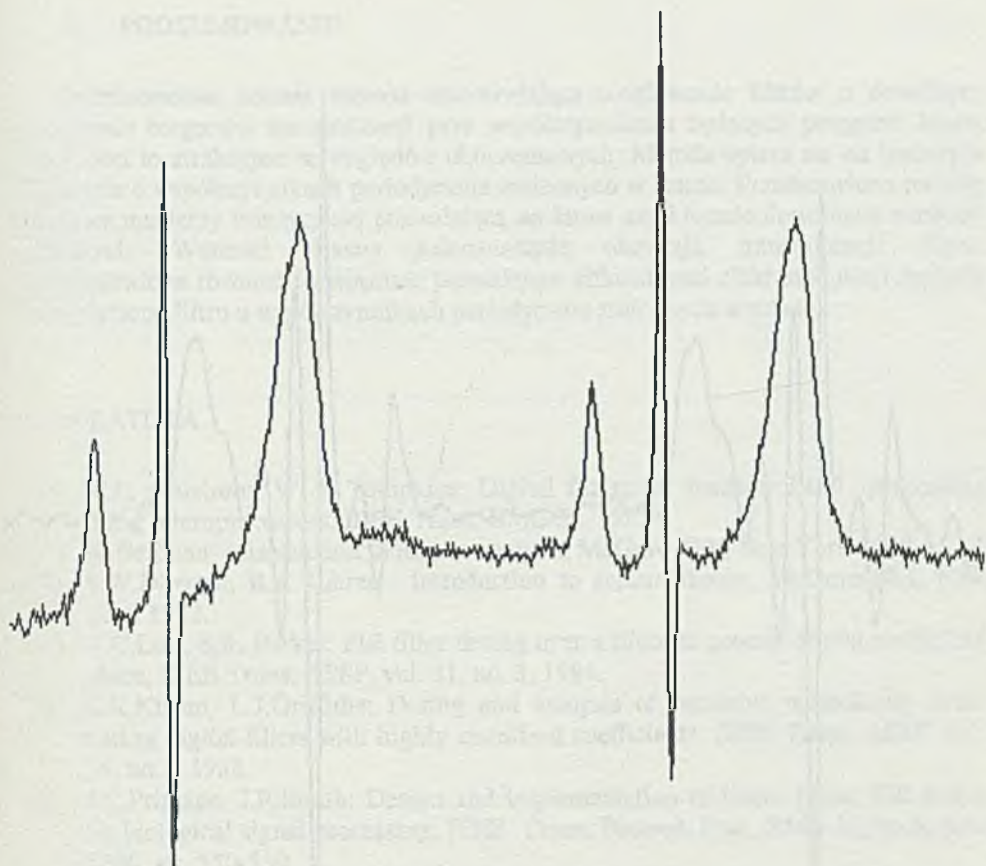
Rys.2. Równoległa struktura filtrów periodycznie zmiennych w czasie
Fig. 2. Parallel structure periodical time-vary filters



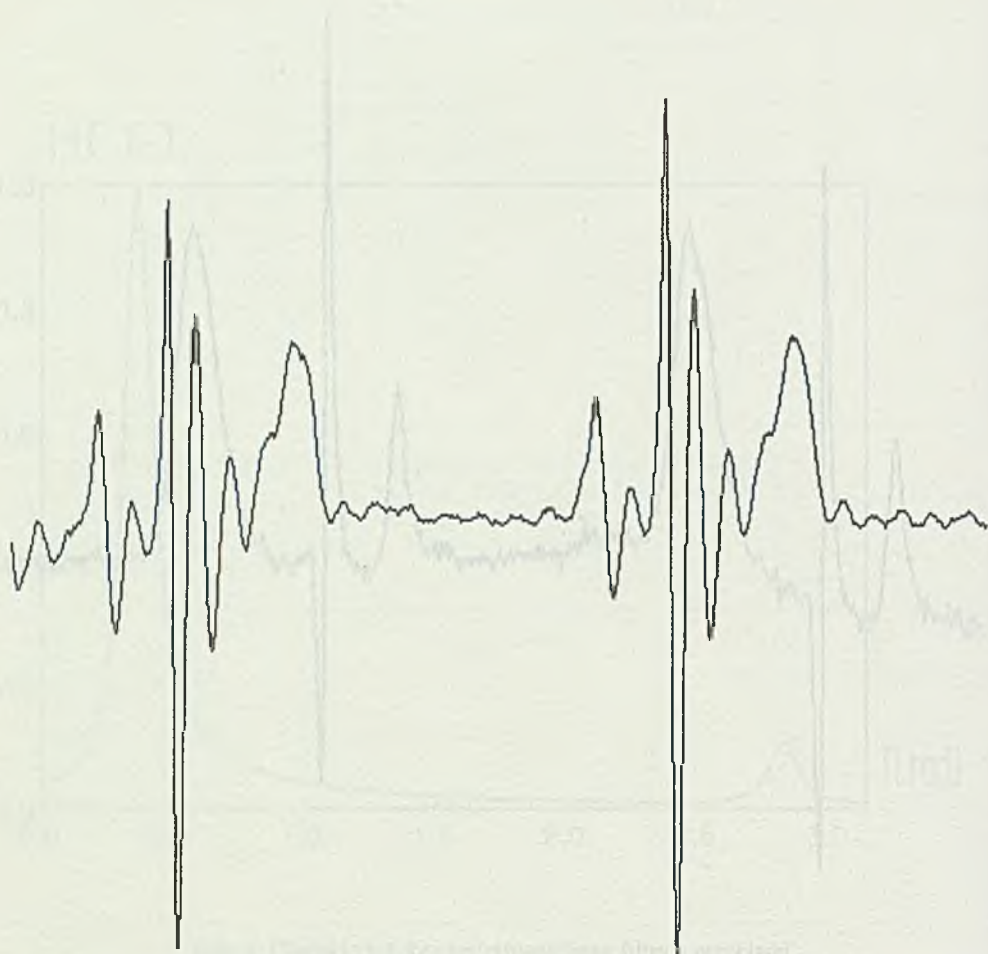
Rys. 3. Odpowiedź impulsowa filtru z rys. 2.
Fig. 3. Impulse response for Fig. 2 filter



Rys. 4. Charakterystyka częstotliwościowa filtru z przykładu
Fig. 4. Frequency characteristic for exemplary filter



Rys. 5. Przykładowy sygnał EKG
Fig. 5. Exemplary ECG signal



Rys. 6. Sygnał wyjściowy filtra z przykładu dla sygnału z rys. 4
Fig. 6. Output signal of exemplary filter for Fig. 4 signal

6. PODSUMOWANIE

Przedstawiona została metoda umożliwiająca uzyskiwanie filtrów o dowolnym położeniu biegunów transmitancji przy współczynnikach będących potęgami liczby dwa. Jest to atrakcyjne ze względów obliczeniowych. Metoda opiera się na liniowym systemie o współczynnikach periodycznie zmiennych w czasie. Przedstawiono metodę budowy macierzy tranzycyjnej pozwalającą na łatwe uzyskiwanie dowolnych wartości własnych. Wartości własne jednoznacznie określają transmitancje filtru. Przedstawiono również rozwiązanie pozwalające zlikwidować efekt modulacji sygnału wyjściowego filtru o współczynnikach periodycznie zmiennych w czasie.

LITERATURA

- [1] M.L. Ahlstrom, W. J. Tompkins: Digital filters for realtime ECG processing using microprocessors. IEEE Trans. BME-32, 1985.
- [2] R. Bellman: Introduction to matrix analysis, McGraw-Hill, New York 1960.
- [3] S.W. Director, R.A. Rohrer: Introduction to system theory, McGraw-Hill, New York 1972.
- [4] Y.C. Lim, S.R. Parker: FIR filter design over a discrete powers of two coefficient space, IEEE Trans. ASSP, vol. 31, no. 3, 1983.
- [5] L.K. Kitson, L.J. Griffiths: Design and analysis of recursive periodically time-varying digital filters with highly quantized coefficients. IEEE Trans. ASSP, vol. 36, no. 5, 1988.
- [6] J.C. Principe, J.R. Smith: Design and implementation of linear phase FIR filters for biological signal processing, IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-33, no. 6, June 1986, str. 550-559.
- [7] N.V. Thakor, D. Moreau: Design and analysis of quantised coefficient digital filters; application to biomedical signals processing with microprocessors, Med. & Biol. Eng. & Comput., 1987, 25, str. 18-25, 158-165.
- [8] L. Sörnmo, O. Pahlm: Software QRS detection in ambulatory monitoring - a review, Med. & Biol. Eng. & Comput., 1984, 22.
- [9] C.S. Williams: Designing digital filters, Prentice - Hall, New Jersey, 1986.
- [10] A. Wojtkiewicz: Elementy syntezy filtrów cyfrowych, WNT Warszawa 1984.
- [11] M.Y. Wu: Transformation of a linear time-varying system into a linear time-invariant system, Int. J. Control, 1978, vol. 27, no. 4, pp. 589-602.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Tadeusz Palko

Wpłynęło do Redakcji 11. 12. 1991 r.

Abstract

The paper deals with a desing method for recursive periodically time-varying digital filters with coefficients being of two. The filters is based on linear periodically time-varying system. It is shown that linear time-varying system can be transformed into a time-invariant one by the use of a periodically varying algebraic transformation. By applying as a transition matrix associated with algebraic equation it is easy to locate poles of filter transmitancies in the complex plane. Elimination of modulation effect in the output signal of periodically time-varying filters is presented. This result will be especially useful in filter application where high speed multipliers are not available. The desing procedure is also useful for producing very narrow passband using few filter coefficients.

LITERATURA

- [1] M.L. Johnson, W.J. Tompkins, Digital filters for variable-rate processing, *IEEE Trans. ASSP-28*, no. 2, 1980.
- [2] R. Bellman, Introduction to matrix analysis, McGraw-Hill, New York, 1960.
- [3] S.W. Director, R.A. Rohrer, Introduction to system theory, McGraw-Hill, New York, 1977.
- [4] Y. Cline, S.L. Fisher, FIR filter banks over a discrete power of two coefficient space, *IEEE Trans. ASSP*, vol. 31, no. 2, 1983.
- [5] L. K. Kluhan, J. L. Gustafson, Design and analysis of recursive periodically time-varying digital filters with highly dependent coefficients, *IEEE Trans. ASSP*, vol. 36, no. 5, 1988.
- [6] J.C. Pinnage, J.R. Smith, Design and implementation of linear phase FIR filters for biological signal processing, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, BME-37, no. 6, June 1990, pp. 550-557.
- [7] M.V. Vetterli, D. Mersman, Design and analysis of quantized coefficient digital filters: application to sinusoidal signal processing with a nonperiodic lattice, *Biol. Eng. Comput.*, 1987, 26, pp. 123-167.
- [8] L. Soderstrom, O.J. Soderstrom, LRS algorithm in stochastic modeling - a review, *Met. & Biol. Eng. & Comput.*, 1984, 23.
- [9] E.S. Williamson, Designing digital filters, Prentice - Hall, New Jersey, 1986.
- [10] A. Wolfson, Digital signal processing, McGraw-Hill, New York, 1984.
- [11] B.Y. Wu, Time-varying filter banks: decomposition of a linear time-invariant system into a cascade, *IEEE Trans. ASSP*, vol. 35, no. 4, pp. 504-512.

Received: Feb. 27, 1991; Accepted: Feb. 27, 1991.

Wzrostki do Katedry 11. 12. 1991 r.