

Joanna STEFANEK

Politechnika Śląska, Gliwice

WSPÓLDZIAŁANIE MOSTU Z TOREM BEZSTYKOWYM POD WPLYWEM ZMIAN TEMPERATURY W UJĘCIU MODELOWYM

Streszczenie. W pracy przedstawiono matematyczno-mechaniczny model opisujący zjawisko współdziałania mostu z torem bezstykowym w warunkach zmian temperatury. W rozważaniach uwzględniono stadium sprężyste i sprężysto-plastyczne pracy podsypki. Wyniki przedstawionej analizy zilustrowano na przykładach liczbowych, określając przebiegi rozkładów poziomych oddziaływań oraz dodatkowych przemieszczeń i naprężeń osiowych toru wywołanych ruchami termicznymi przęsła mostowego.

IMPACT OF TEMPERATURE CHANGES ON THE BRIDGE INTERACTION WITH THE CONTINUOUS RAIL TRACK

Summary. The paper presents the mathematical and mechanical model describing the phenomenon of the bridge interaction with the continuous rail track under the impact of temperature changes. The considerations include the elastic stage and elastic and plastic stage of the ballast. The results of the analysis are illustrated by means of numerical examples, determining the characteristics of the distributions of horizontal impacts, as well as additional displacements and axial stresses of the track, caused by bridge span thermal movements.

1. Wstęp

Analiza wpływu wydłużeń termicznych mostu na stan ich poziomych oddziaływań na tor oraz wywołanych nimi przemieszczeniami i naprężeniami osiowymi w szynach toru bezstykowego to przedmiot rozważań niniejszej pracy.

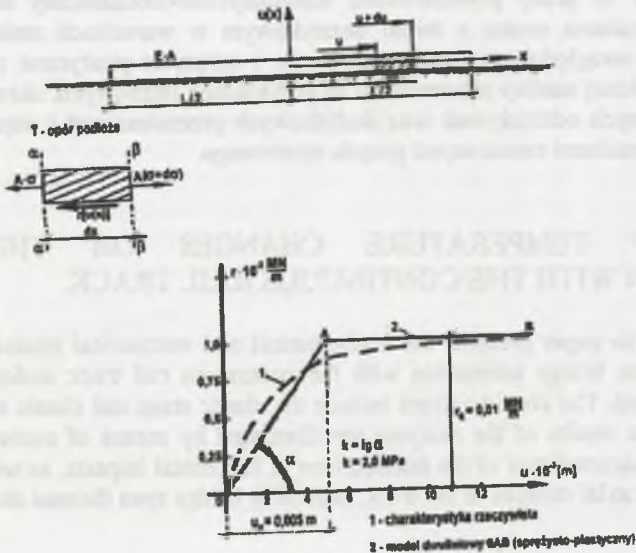
Pod wpływem zmian temperatury powstaje w układzie: „ruszt torowy – podsypka – przęsło mostowe” dość wyraźne zróżnicowanie stanu osiowych przemieszczeń termicznych przęsła mostu względem toru. Skutkiem tego stanu są odkształcenia postaciowe warstwy podsypki, pośredniczącej w pracy obu ustrojów, które prowadzą do wystąpienia dodatkowych przyrostów osiowej siły ściskającej i rozciągającej w eksploatowanym torze bezstykowym, których określenie wielkości jest zadaniem niniejszej pracy.

Stateczność toru bezstykowego położonego na obiekcie mostowym rozpatruje się uwzględniając łączny wpływ: maksymalnej osiowej siły ściskającej w torze, występującej w okresie wysokich temperatur i określonej jak dla podłoża gruntowego „nieruchomego”, oraz dodatkowy przyrost siły ściskającej, jaki wynika ze współdziałania mostu z torem bezstykowym pod wpływem zmian temperatury.

Zagadnienie stanowiące przedmiot rozważań pracy, leżące na styku dwóch dyscyplin: mosty i drogi kolejowe, w literaturze technicznej doczekało się niewiele publikacji, mimo iż dla potrzeb praktyki inżynierskiej jest bardzo istotne, zwłaszcza ze względu na konieczność stosowania przyrządów wyrównawczych w torze bezстыkowym na mostach, jak i konieczność ułożyskowania mostów na podporach [1-6].

2. Tor bezстыkowy na podłożu „nieruchomym” przy równomiernym wzroście temperatury

Przedmiot rozważań został dokładnie przedstawiony w pracy [1], w której podano opis analityczny osiowych przemieszczeń (u) i naprężeń (σ) w torze bezстыkowym na podłożu gruntowym „nieruchomym”. Wielkości u i σ , określone poniżej wzorami (1) i (2), zostały wyprowadzone na podstawie rys. 1.



Rys.1. Model toru bezстыkowego i charakterystyka podsypki $r(u)$

Fig.1. Model of continuous rail track and characteristic curve of ballast $r(u)$

$$u_1 = u_p \frac{\sinh(\beta \cdot x)}{\sinh(\beta \cdot x_g)}; \quad \sigma_1 = -E\alpha_1 \Delta t \left[1 - \frac{u_p \beta}{\alpha_1 \Delta t} \cdot \frac{\cos(\beta \cdot x)}{\sinh(\beta \cdot x_g)} \right], \quad \text{dla } 0 \leq x \leq x_g \quad (1)$$

$$u_2 = \frac{r_g}{2EA} (x - x_g)^2 + \left(\alpha_1 \Delta t - \frac{r_g L}{2EA} \right) \cdot (x - x_g) + u_p; \quad \sigma_2 = -\frac{r_g}{A} \left(\frac{L}{2} - x \right), \quad \text{dla } x_g \leq x \leq \frac{L}{2}, \quad (2)$$

gdzie:

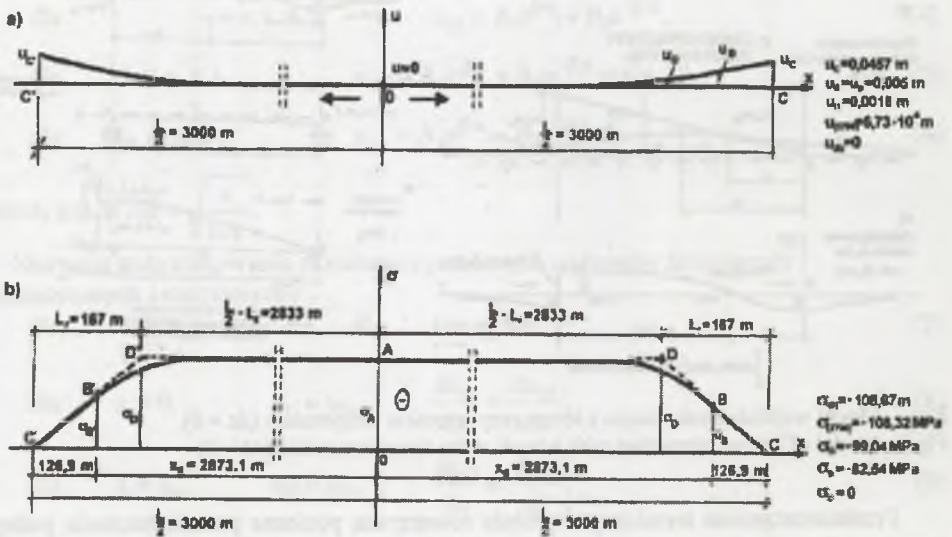
$$\beta = \sqrt{\frac{k}{EA}}$$

Wartość odciętej x_g , dla której $u_1 = u_2 = u_p$, określono z równania:

$$\frac{1}{\beta} \operatorname{ctgh}(\beta \cdot x_g) - x_g + \frac{L}{2} - \frac{\alpha_t \Delta t EA}{r_g} = 0 \quad (3)$$

Przykład obliczenia [7]

$L = 6000$ m, tor typu S60, podkłady drewniane, podsypka tłuczniowa: $k = 2,0$ MPa, $r_g = 0,01$ MN/m, $u_p = 0,005$ m, $A = 0,015372$ m² (dwie szyny), $E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $EA = 3228,12$ MN, $\alpha_t = 1,15 \cdot 10^{-5}/K$, $\Delta t = t - t_p = 45$ K, złącza szynowe luźne, czyli dla $x = \frac{L}{2} = 3000$ m, $\sigma = 0$ (co odpowiada przyjętemu powyżej warunkowi brzegowemu).

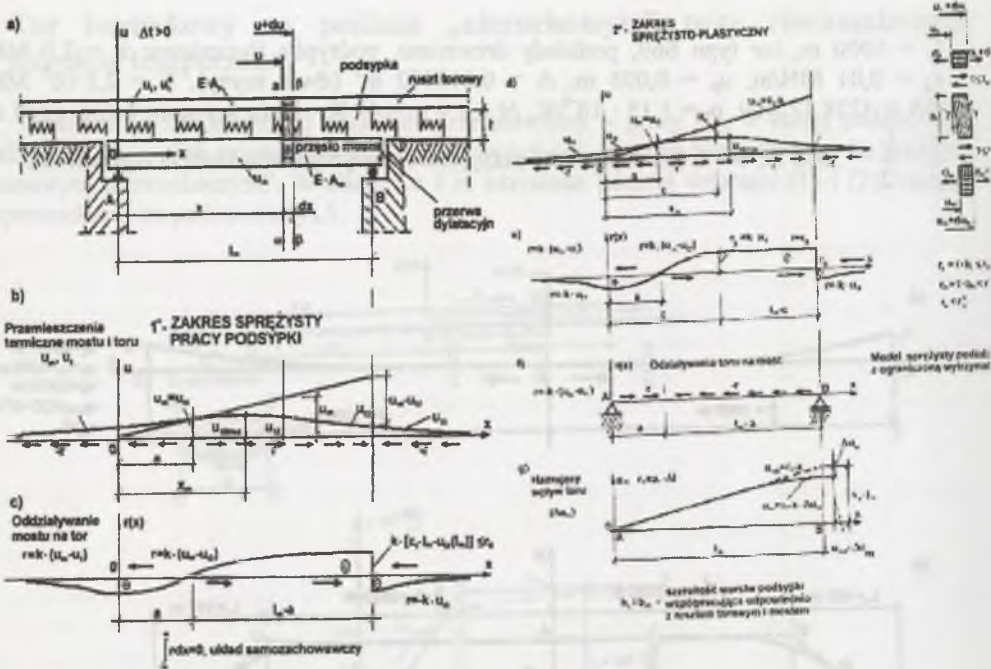


Rys.2. Wykres funkcji $u(t)$ i $\sigma(t)$
Fig.2. Graph of function $u(t)$ and $\sigma(t)$

Z analizy przebiegów funkcji u i σ pokazanych na rys.2 dla części środkowej toru bezстыkowego o długości 5400 m można praktycznie przyjąć: $u \approx 0$ i $\sigma \approx -109$ MPa, co jest podstawą do tego, aby pominąć osiowe przemieszczenia termiczne szyn u_1^0 (por. rys.2a) w zagadnieniu współdziałania toru bezстыkowego z przęsłem mostowym w kierunku podłużnym pod wpływem zmian temperatury.

3. Model współdziałania mostu z torem bezстыkowym [6-9]

Na podstawie prac [10-12] na rysunku 3 zaprezentowano schematy obliczeniowe do analizy współdziałania mostu z torem bezстыkowym pod wpływem zmian temperatury, $\Delta t > 0$.



Rys.3. Model współdziałania mostu z torem przy wzroście temperatury ($\Delta t > 0$)
Fig.3. Model of bridge interaction with a track at the temperature rise ($\Delta t > 0$)

Przemieszczeniom termicznym pręśla towarzyszą poziome przemieszczenia podsypki („ruchome” podłoże toru t_g), które przyczyniają się do powstawania sił reakcji w torze bezстыkowym.

Ograniczenie swobody przemieszczeń warstwy podsypki przez ruszt torowy doprowadza do jej odkształceń postaciowych, których miarą jest kąt γ (rys. 3). W wyniku odkształceń postaciowych pojawiają się, wzdłuż linii styku toru z podsypką i podsypki z przęsłem mostowym, poziome oddziaływania styczne: $r_t = \tau \cdot b_t$ i $r_m = \tau \cdot b_m$ [MN/m], gdzie b_t , b_m – szerokość warstwy podsypki współpracująca odpowiednio: z rusztem torowym i z przęsłem. Jednostkowe siły kontaktowe r , stanowiąc obciążenie zewnętrzne zarówno w stosunku do toru jak i pręśla, wywołują w nich dodatkowe naprężenia normalne σ_t i σ_m , oraz dodatkowe sprężyste przemieszczenia osiowe u_t (tor) i $-\Delta u_m$ (przęsło), por. rys.3, gdzie wymuszone przemieszczenia u_t są zgodne co do kierunku i zwrotu z przemieszczeniami termicznymi pręśla, natomiast zwrot przemieszczeń $-\Delta u_m$ jest do nich przeciwny. Wielkości poziomych oddziaływań $r(u)$ zależą wprost od różnicy przemieszczeń pręśla i toru, czyli $(u_m - u_t)$, oraz od własności fizykomechanicznych i stopnia zagęszczenia podsypki (współczynnik sztywności k) i nie mogą przekroczyć wartości granicznej r_g , (por. rys. 3).

Do analizy zagadnienia współdziałania mostu z torem wykorzystano charakterystykę oporu podłużnego podsypki przedstawionej na rys. 1c. Na jej podstawie wyróżnia się dla toru

bezстыkowego, w zależności od przyrostu temperatury $\Delta t = t - t_p$, dwa różne zakresy pracy podłoża podsypkowego (por. rys. 3):

1⁰ – zakres sprężysty, gdzie na całej długości przęsta obowiązuje niezmiennosc relacji styku tor-podsypka: $r = k \cdot (u_m - u_t) < r_g$ dla $x < l_m$ i $r = r_g$ dla $x = l_m$, co doprowadza do warunku granicznego: $u_m(l) - u_t(l_m) \leq u_p$,

2⁰ – zakres sprężysto-plastyczny: $r = k \cdot (u_m - u_t) \leq r_g$, gdzie obok przedziałów oddziaływań sprężystych mogą wystąpić jedna strefa bądź trzy strefy oddziaływań granicznych $r = r_g$.

W niniejszym artykule zaproponowano dla opisu zjawiska współdziałania mostu z torem bezстыkowym następujące rozwiązanie modelowe:

1⁰ – Zakres sprężysty, (rys. 3 b, c), gdzie przedziałowe funkcje nieznanych przemieszczeń osiowych toru określone zostały na podstawie równania $\frac{d^2 u_t}{dx^2} = -\frac{r(u)}{EA}$ i mają następującą postać:

$$\text{dla } -\infty < x \leq 0 \quad u_{t1} = A_1 e^{\beta \cdot x} + B_1 e^{-\beta \cdot x}, \quad (4)$$

$$\text{dla } 0 \leq x \leq l_m \quad u_{t2} = A_2 e^{\beta \cdot x} + B_2 e^{-\beta \cdot x} + \varepsilon_t x, \quad (5)$$

$$\text{dla } l_m \leq x < \infty \quad u_{t3} = A_3 e^{\beta \cdot x} + B_3 e^{-\beta \cdot x}, \quad (6)$$

gdzie: $\varepsilon_t = \alpha_t \Delta t$, $\beta = \sqrt{\frac{k}{EA}}$.

Nieznanne stałe całkowania określono z poniższych warunków brzegowych (kinematycznych i statycznych):

$$\text{dla } \lim_{x \rightarrow -\infty} u_{t1} = 0, \quad \text{dla } \lim_{x \rightarrow \infty} u_{t3} = 0, \quad (7)$$

$$\text{dla } x = 0, \quad u_{t1} = u_{t2}, \quad \frac{du_{t1}}{dx} = \frac{du_{t2}}{dx}; \quad (8)$$

$$\text{dla } x = l_m, \quad u_{t2} = u_{t3}, \quad \frac{du_{t2}}{dx} = \frac{du_{t3}}{dx}, \quad (9)$$

z których otrzymano wyrażenia:

$$A_1 = \frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2} \left[\frac{1}{\beta l_m} - e^{-\beta l_m} \left(1 + \frac{1}{\beta l_m} \right) \right], \quad B_1 = 0, \quad (10)$$

$$A_2 = -\frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2} e^{-\beta l_m} \left(1 + \frac{1}{\beta l_m} \right), \quad B_2 = \frac{\varepsilon_t}{2\beta} \quad (11)$$

$$A_3 = 0, \quad B_3 = \frac{\varepsilon_t \cdot l_m}{2\beta} \left[\frac{1}{\beta l_m} - \left(\frac{1}{\beta l_m} - 1 \right) e^{\beta l_m} \right] \quad (12)$$

Nieznaną odciętą przekroju $x = a$ wyznaczono z warunku $u_{t2} = u_m = \varepsilon_t \cdot x$. Zakres sprężysty pracy podłoża podsypkowego obowiązuje dla: $0 \leq \Delta t \leq \Delta t_s$,

gdzie:

$$\Delta t_s = \frac{u_p}{\alpha_t} \cdot \frac{2}{l_m \left(1 + \frac{1}{\beta \cdot l_m} \right) - \frac{e^{-\beta \cdot l_m}}{\beta}}, \quad (13)$$

a Δt_s określa się z warunku $u_m(l_m) - u_2(l_m) = u_p$.

2^0 – Zakres sprężysto-plastyczny, (rys. 3 d, e) $\Delta t_s < \Delta t$, gdzie Δt_s określa wyrażenie (13).

Z równania $\frac{d^2 u_t}{dx^2} = -\frac{r(u)}{EA}$, podobnie jak dla zakresu sprężystego, określono funkcje nieznanych przemieszczeń osiowych toru:

$$\text{dla } - : < x [0 \quad u_{t1} = A_1 e^{\beta \cdot x} + B_1 e^{-\beta \cdot x} \quad (14)$$

$$\text{dla } 0 [x [c \quad u_{t2} = A_2 e^{\beta \cdot x} + B_2 e^{-\beta \cdot x} + \varepsilon_t x \quad (15)$$

$$\text{dla } c [x [l_m \quad u_{t3} = -\frac{r_g}{2EA} x^2 + D_3 x + E_3 \quad (16)$$

$$\text{dla } l_m [x < : \quad u_{t4} = A_4 e^{\beta \cdot x} + B_4 e^{-\beta \cdot x} \quad (17)$$

Niewiadome stałe całkowania obliczono z następujących warunków brzegowych (kinematycznych i statycznych):

$$\text{dla } \lim_{x \rightarrow -\infty} u_{t1} = 0, \quad \text{dla } \lim_{x \rightarrow \infty} u_{t4} = 0 \quad (18)$$

$$\text{dla } x = c, \quad u_{t2} = u_{t3}, \quad \frac{du_{t2}}{dx} = \frac{du_{t3}}{dx} \quad (19)$$

$$\text{dla } x = l_m, \quad u_{t3} = u_{t4}, \quad \frac{du_{t3}}{dx} = \frac{du_{t4}}{dx} \quad (20)$$

Wyznaczone stałe całkowania określają wyrażenia:

$$A_1 = A_2 + \frac{\varepsilon_t}{2\beta}; \quad B_1 = 0; \quad B_2 = \frac{\varepsilon_t}{2\beta}; \quad A_4 = 0; \quad B_4 = \frac{E_3 + \frac{r_g l_m^2}{2EA}}{e^{\beta \cdot l_m} (1 + \beta \cdot l_m)} \quad (21)$$

$$A_2 = \frac{\frac{r_g l_m}{2EA} (\beta \cdot l_m + 2) - \left[\frac{\varepsilon_t}{2\beta} e^{-\beta \cdot c} (1 + \beta \cdot c) - \frac{r_g c^2}{2EA} \right] \beta - \left[\varepsilon_t \left(1 - \frac{e^{-\beta \cdot c}}{2} \right) + \frac{r_g c}{EA} \right] (1 + \beta \cdot l_m)}{\beta \cdot e^{\beta \cdot c} (2 + \beta \cdot l_m - \beta \cdot c)}, \quad (22)$$

$$D_3 = A_2 \beta e^{\beta \cdot c} + \varepsilon_t \left(1 - \frac{e^{-\beta \cdot c}}{2} \right) + \frac{r_g c}{EA}, \quad (23)$$

$$E_3 = A_2 e^{\beta \cdot c} (1 - \beta \cdot c) + \frac{\varepsilon_t}{2\beta} e^{-\beta \cdot c} (1 + \beta \cdot c) - \frac{r_g c^2}{2EA} \quad (24)$$

Ponadto wartości nieznaných odciętych przekrojów $x = a$ i $x = c$ określa się z warunków $u_{12} = u_m = \varepsilon \cdot x$, skąd

$$a = \frac{1}{2\beta} \ln\left(-\frac{B_2}{A_2}\right), \quad \text{oraz} \quad k \cdot (\varepsilon_t \cdot x - u_{12}) = r_g, \quad (25)$$

co prowadzi do równania na obliczenie c :

$$A_2 e^{\beta x} + B_2 e^{-\beta x} + u_p = 0 \quad (26)$$

Zakres sprężysto-plastyczny występuje dla $\Delta t_s < \Delta t$, gdzie Δt_s określono w wyrażeniu (13).

Przykłady obliczeniowe[5-9]:

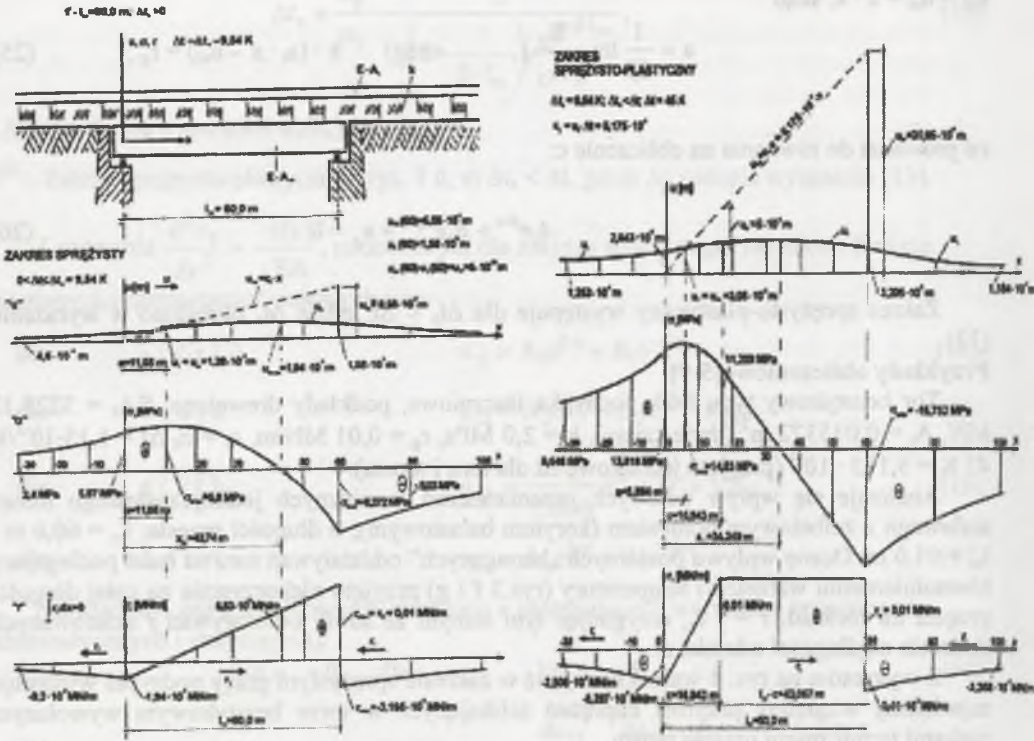
Tor bezстыkowy typu S60, podsypka tłuczniowa, podkłady drewniane, $EA_t = 3228,12$ MN, $A_t = 0,015372$ m² (dwie szyny), $k = 2,0$ MPa, $r_g = 0,01$ MN/m, $\varepsilon_t = \alpha_t \Delta t = 1,15 \cdot 10^{-3}/K$ 45 K = $5,175 \cdot 10^{-4}$ (przyjęto jednakowe Δt dla toru i mostu).

Analizuje się wpływ osiowych przemieszczeń termicznych jednoprzęsłowego mostu stalowego z żelbetowym pomostem (korytem balastowym), o długości przęsła: $l_m = 60,0$ m i $l_m = 91,0$ m. Ocenę wpływu poziomych „hamujących” oddziaływań toru na most podlegający równomiernemu wzrostowi temperatury (rys.3 f i g) przyjęto niekorzystnie na całej długości przęsła l_m rozkład: $r = -r_g$, rezygnując tym samym ze strefy oddziaływań r skierowanych dodatnio na długości odcinka a .

Z wykresów na rys. 4 wnioskujemy, iż w zakresie sprężystym pracy podsypki występuje największy względny przyrost naprężeń ściskających w torze bezстыkowym wywołanym ruchami termicznymi przęsła mostu.

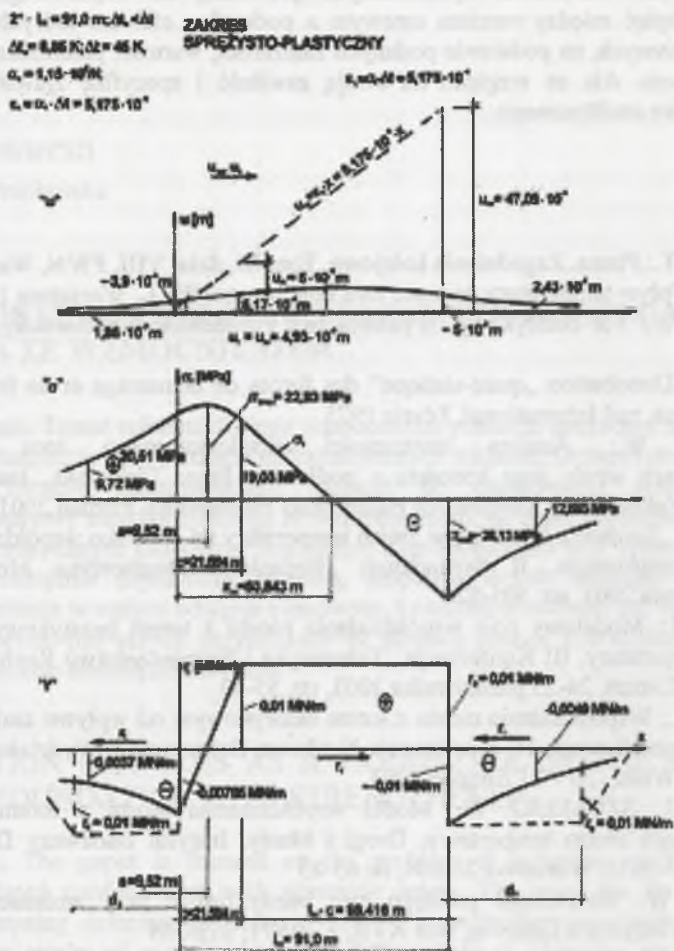
Dla $\Delta t_s = 9,54$ K bowiem przyrost ten osiąga już wartość $\sigma_{\min} = -8,272$ MPa, co odpowiada 49,4 % wartości przyrostu tych naprężeń obliczonych dla $\Delta t = 45$ K w zakresie sprężysto-plastycznym ($\sigma_{\min} = -16,752$ MPa).

Jak można zauważyć, wystąpienie stanu granicznego pracy podsypki w drugim zakresie jest „samoobroną” toru przed nadmiernym wzrostem dodatkowych naprężeń osiowych w szynach. Ponadto, jak zobaczyć można na rys.4, w przypadku przęsła $l_m = 60$ m pojawia się tylko jedna strefa oddziaływań granicznych r_g , która występuje na samym przęsle. Natomiast w strefach tzw. „kotwienia” toru, poza przęsłem, oddziaływania r nie osiągają wartości $r_g = 0,01$ MN/m i występuje tam stan sprężysty nawet przy bardzo dużych różnicach Δt , np. dla odciętej $x = 60+m$ (strona prawa przekroju) mamy: $\Delta t = 45$ K, $r = -6,41 \cdot 10^{-3}$ MN/m, (por. rys.4); $\Delta t = 60$ K, $r = -6,673 \cdot 10^{-3}$ MN/m; $\Delta t = 80$ K, $r = -6,872 \cdot 10^{-3}$ MN/m.



Rys.4. Wykresy funkcji $ut(t)$, $pt(t)$, $rt(t)$ dla przęsła o długości 60 m
 Fig.4. Graphs of function: $ut(t)$, $pt(t)$, $rt(t)$ for the span of length 60 m

Gdy rozpatrujemy przęsła o długości $l_m = 91,0 \text{ m}$ i $\Delta t = 45 \text{ K}$, stan graniczny pracy podsyпки początkowo pojawia się jednocześnie na długości przęsła i w przekroju $x = 91 \text{ m}$ (por. rys.5), by następnie, dla $\Delta t > 45 \text{ K}$, rozwinąć się w dodatkowe dwie strefy skrajne $r = r_g$ poza przęsłem - pierwsza o długości d_1 od strony łożyska ruchomego i druga o długości d_2 od strony łożyska stałego, przy czym $d_2 < d_1$. Obie strefy na rys.5 pokazano liniami przerywanymi. Podobnie dla $l_m > 91,0 \text{ m}$ i $\Delta t = 45 \text{ K}$ mogą pojawiać się również trzy strefy oddziaływań granicznych $r = r_g$.



Rys.5. Wykres funkcji $u(t)$, $p(t)$, $r(t)$ dla przęsła o długości 60 m
 Fig.5. Graphs of function: $u(t)$, $p(t)$, $r(t)$ for the span of length 60 m

4. Wnioski [6-9]

Otrzymane wzory na obliczenie przyrostów naprężeń i przemieszczeń wzdłużnych w torze bezстыkowym jako funkcji poziomych przemieszczeń termicznych przęsła mostowego uzyskano na podstawie opracowanego modelu współdziałania toru bezстыkowego z mostem w warunkach równomiernego oddziaływania temperatury.

Przedstawiony model nie odwzorowuje wprawdzie w pełni rzeczywistych warunków współpracy toru z mostem, to mimo wszystko stosowanie jego w praktyce może już dać wyniki, których wartości liczbowe będą tego samego rzędu, co odpowiednie wartości przyrostów doraźnych przemieszczeń i naprężeń osiowych pojawiających się w torze bezстыkowym od przemieszczeń termicznych przęsła.

Przeprowadzona analiza ograniczona została do statycznych warunków współdziałania toru bezстыkowego z mostem. Dynamiczne wstrząsy toru wywołane ruchem pociągów

w rzeczywistych warunkach dynamicznych prowadzą do częściowego rozładowania powstałych napięć między rusztem torowym a podsypką, efektem których będzie pewna redukcja obliczonych, na podstawie podanych zależności, wartości przemieszczeń i naprężeń normalnych toru. Ale ze względu na swoją zawołość i specyfikę zjawisko to wymaga odrębnego opisu analitycznego.

Literatura

1. Huber M. T.: Pisma. Zagadnienia kolejowe. Tom III, dział VIII, PWN, Warszawa 1957
2. Łoś M.: Wpływ temperatury na pracę toru kolejowego. WKŁ, Warszawa 1974
3. Czyczuła W.: Tor bezстыkowy. Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2002, 134-149
4. Fryba L.: Distribution „quasi-statique” des forces de démarrage et de freinage dans les rails et ponts, rail International, Février 1975
5. Bednarek W.: Analiza stateczności eksploatowanego toru bezстыkowego w warunkach utraty jego kontaktu z podłożem. Praca Doktorska, Instytut Inżynierii Lądowej, Zakład Dróg Kolejowych Politechniki Poznańskiej, Poznań 2001
6. Stefanek J., Szumierz W.: Wpływ zmian temperatury na zjawisko współdziałania mostu z torem bezстыkowym. II Sympozjum „Badania i Diagnostyka Mostów”, Opole, 9-11 kwietnia 2003, str. 505-520
7. Stefanek J.: Modelowy opis współdziałania mostu z torem bezстыkowym od wpływu zmian temperatury, III Konferencja „Telematyka i Bezpieczeństwo Ruchu Drogowego”, Katowice-Ustroń, 24-25 października 2003, str. 55-63
8. Stefanek J.: Współdziałanie mostu z torem bezстыkowym od wpływu zmian temperatury w ujęciu modelowym, IV Konferencja Naukowa Doktorantów Wydziału Budownictwa, Gliwice – Wisła, 20 – 21 listopada 2003
9. Stefanek J., SZUMIERZ W.: Model współdziałania mostu z torem bezстыkowym w warunkach zmian temperatury, Drogi i Mosty, Instytut Badawczy Dróg i Mostów, ISDN 1643-1618, Warszawa 2/2004, str.65-85
10. Szumierz W.: Stateczność prostego toru bezстыkowego przy zmianach temperatury, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XVII, z.2/1971, 373-389
11. Szumierz W.: Analiza utraty kontaktu prostego toru bezстыkowego z podłożem, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XIX, z.2/1973, 345-369
12. Szumierz W.: Wpływ poziomych deformacji górniczych podłoża na pracę budowli liniowych, Archiwum Inżynierii Lądowej, tom XXII, z.4/1976