

Jerzy CYKLIS, Robert CZUŁA

Politechnika Krakowska

ZWIĄZEK POMIĘDZY SIECIAMI PETRIEGO A MODELEM MACIERZOWYM ESP

Streszczenie: Celem artykułu jest wykazanie wzajemnych związków pomiędzy modelem macierzowym a sieciami Petriego. Porównanie to poprzedzone jest przyjęciem odpowiedniej definicji sieci oraz sposobu numeracji przejść i miejsc.

W drugiej części artykułu podobna analogia wykazana zostanie dla kolorowej sieci Petriego i odpowiadającej jej kolorowej metody macierzowej.

Metoda, która zostanie zaprezentowana, polega na tym, że biorąc pod uwagę możliwie prosty przykład ESP modernizuje się przyjętą dla niego sieć Petriego w sposób, który doprowadza do zgodności pomiędzy tą siecią a odpowiednim modelem macierzowym.

RELATION BETWEEN THE MATRIX MODEL OF FMS AND PETRI NETS

Summary: The purpose of this paper is to present interrelations between matrix model (MM) and Petri nets (PN). Prior to the comparison, an appropriate definition of nets and the way of place and transition numbering are accepted.

In the second part of the paper a similar analogy between coloured Petri nets (CPN) and coloured matrix model (CMM) is drawn.

The method presented here consists in modernization of Petri net modelling a simple FMS in such a way that it leads to an agreement between this net and the matrix model.

BEZIEHUNG ZWISCHEN DEN PETRIENETZEN UND DEM MATRIXMODELL VON FFS

Zusammenfassung: Das Ziel des Artikels ist die Darstellung der gegenseitigen Beziehungen zwischen dem Matrixmodell (MM) und den Petriernetzen (PN). Die

Vergleichung wird durch die Annahme der entsprechenden Definition des Netzes und der Numerierungsweise von Durchgängen und Orten vorausgegangen.

Ähnliche Analogie wird für das Farbepetrienetz und für die Farbenmatrixmethode in dem zweiten Teil des Artikels aufgeweist.

Die betrachtete Methode besteht darin, auf dem geraden Beispiel von FFS ist das angenommene Petrienetz so modernisiert, daß die Übereinstimmung zwischen dem Netz und dem Matrixmodell erreicht wird.

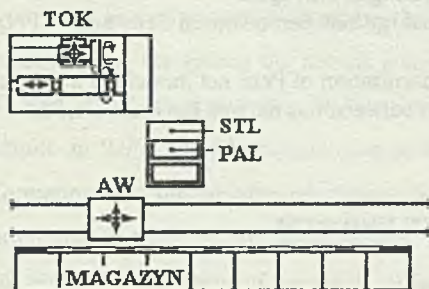
1. Wstęp

Teoria sieci Petriego (PN) historycznie związana jest z informatyką, proponowany zapis jest stosunkowo nieprzystępny dla projektantów elastycznych systemów produkcyjnych (ESP) i nie uwzględnia specyfiki pracy tych systemów (np. każdy system działa w ten sposób, aby rozpoczętą czynność zakończyć, nie oczekując na odpowiednią konfigurację całego systemu).

Mając na uwadze tę specyfikę, a także prostotę zapisu dowolnej struktury systemu, reguł jego działania oraz przejrzystość toku postępowania przy budowie modelu (polegająca na podawaniu oczywistych dla technologa danych, w naturalny sposób wynikający z wiedzy o tym, jak system ma działać) w Instytucie Technologii Maszyn i Automatykacji Produkcji Politechniki Krakowskiej opracowano model macierzowy (MM) dla modelowania i symulacji ESP.

Ponieważ sieci Petriego są jednym z najbardziej rozpowszechnionych narzędzi modelowania i analizy ESP, autorzy postanowili porównać oba modele.

Za podstawę porównania przyjęto system przedstawiony na rys. 1.



Rys. 1. Schemat prostego systemu obróbkowego

Fig. 1. Scheme of simple manufacturing system

System ten składa się z obrabiarki (TOK), stołu (STL), magazynu przedmiotowego (MAG) oraz automatycznego wózka (AW). Do transportu obrabianych przedmiotów (PO) stosuje się paletę obróbkową (PAL).

2. Model macierzowy

Automatyczny wózek pobiera z magazynu paletę załadowaną przedmiotami przygotowanymi do obróbki i dostarcza ją na stół obrabiarki. Stąd poszczególne przedmioty transportowane są na obrabiarkę. Po obróbeniu przedmioty są ponownie ładowane na paletę. Po zakończeniu obróbki wszystkich przedmiotów znajdujących się na palecie automatyczny wózek odwozi je do magazynu. Przedmioty podzielone są na partie po 10 sztuk. Zakończenie obróbki każdej partii jest sygnalizowane i wówczas można (o ile zachodzi taka potrzeba) rozpocząć obróbkę nowej partii. Tablica I zawiera zbiory wyjść $Out(j, k)$ dla modelowanego systemu. $Out(j, k)$ jest to zbiór czynności, do których wykonania przygotowany jest element k po zakończeniu czynności j .

Tablica I. Zbiory wyjść dla modelowanego systemu (rys. 1.)

Element		MAG	AW	TOK	STL	PAL	PO
Czynność	j\k	1	2	3	4	5	6
PAL.MAG→AW	1	1,7	2			2	2
PAL.AW→STL	2		1,6		6	6	3
PO.PAL→TOK	3			4			4
PO.TOK*	4			5			5
PO.TOK→PAL1	5			3			6
PAL.STL→AW	6				2	7	7
PAL.AW→MAG	7	1,7	7			8	8
S/END	8		1,6			1	1

Informacja podana w tabelicy I może być również zawarta w tzw. macierzach wyjść $[Out_{jk}(I)]$, dla każdej czynności $I \in \{1, \dots, J\}$. Elementy tej macierzy mogą mieć wartość 1 lub 0. $[Out_{jk}(I)] = 1$ oznacza, że po zakończeniu czynności I element k jest gotowy do rozpoczęcia czynności j . $[Out_{jk}(I)] = 0$ oznacza, że po zakończeniu czynności I element k nie jest gotowy do rozpoczęcia czynności j .

Definiuje się też macierze eliminacji $[El_{jk}(I)]$, dla każdej czynności $I \in \{1, \dots, J\}$. $[El_{jk}(I)] = 1$ oznacza, że rozpoczynając czynność I użyto elementu k , który uprzednio mógł być użyty do rozpoczęcia czynności I . $[El_{jk}(I)] = 0$ oznacza, że element k nie został użyty.

Tablica II zawiera niezerowe elementy macierzy $[Out_{jk}(I)]$ dla czynności realizowanych w systemie obróbkowym (rys. 1.).

Liczbę elementów k używanych w czynności j określa macierz liczebności $[U_{jk}]$. $[U_{jk}] = LS$ oznacza, że w czynności j bierze udział LS elementów o numerze k , natomiast w przypadku, gdy element k nie uczestniczy, czynność j , $[U_{jk}] = 0$.

Tablica II. Niezerowe elementy macierzy $[Out_{jk}(I)]$

PAL,MAG→AW	$Out_{11}(1) = Out_{71}(1) = Out_{21}(1) = Out_{25}(1) = Out_{26}(1) = 1$
PAL,AW→STL	$Out_{12}(2) = Out_{62}(2) = Out_{64}(2) = Out_{65}(2) = Out_{36}(2) = 1$
PO,PAL→TOK	$Out_{43}(3) = Out_{46}(3) = 1$
PO,TOK*	$Out_{51}(4) = Out_{56}(4) = 1$
PO,TOK→PAL1	$Out_{33}(5) = Out_{66}(5) = 1$
PAL,STL→AW	$Out_{72}(6) = Out_{24}(6) = Out_{75}(6) = Out_{76}(6) = 1$
PAL,AW→MAG	$Out_{11}(7) = Out_{71}(7) = Out_{12}(7) = Out_{62}(7) = Out_{85}(7) =$ $= Out_{86}(7) = 1$
S/END	$Out_{15}(8) = Out_{16}(8) = 1$

Tablica III przedstawia macierz liczebności $[U_{jk}]$ dla czynności i elementów wg Tab.I.

$[U_{jk}] =$	1	1	0	0	1	10
	0	1	0	1	1	10
	0	0	1	0	0	1
	0	0	1	0	0	1
	0	0	1	0	0	1
	0	1	0	1	1	10
	1	1	0	0	1	10
	0	0	0	0	1	10

1.	(Magazyn)
MAG	(Automatyczny wózek)
2. AW	(Tokarka)
3. TOK	(Stół)
4. STL	(Paleta)
5. PAL	(Przedmiot obrabiany)
6. PO	

3. Zmodyfikowana sieć Petriego

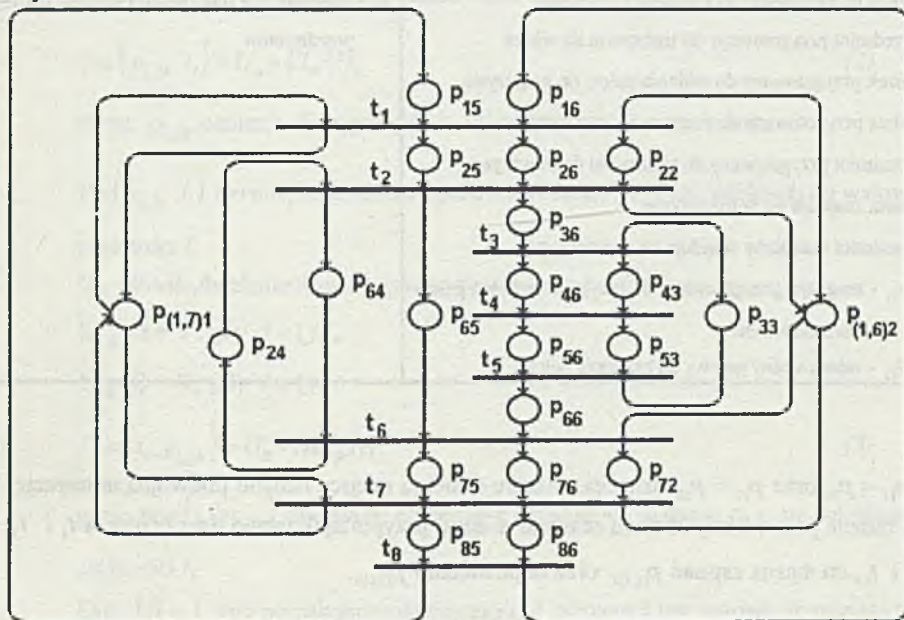
Pierwszym krokiem w modernizacji sieci jest połączenie rozpoczęcia i zakończenia tej samej czynności w jedno przejście t oraz rezygnacja z oznaczania początku i końca operacji w przypadku przejść.

Drugim przyporządkowanie każdemu obiektowi systemu kolejnego numeru (tablica IV):

Jednocześnie każdemu miejscu przypisano indeks, w którym pierwsza cyfra oznacza numer operacji, druga numer obiektu systemu.

W przypadku przejść indeks składa się z cyfry oznaczającej numer operacji.

Ostatnim krokiem modernizacji jest dołączenie informacji o pozostałych (poza przedmiotem obrabianym) elementach systemu w procesie obróbki. Tak rozbudowana sieć (rys.2.) przyporządkowuje każdemu elementowi systemu, na każdym etapie odpowiednio oznakowane miejsce.



Rys.2. Zmodernizowana sieć Petriego

Fig.2. Modernized Petri Net

Tablica V

Poszczególne przejścia oznaczają:	Poszczególne miejsca oznaczają:
P_{15} - paleta przygotowana do załadowania na wózek	t_1 - początek i koniec transportu palety z magazynu na wózek
P_{16} - przedmiot przygotowany do załadowania na wózek	t_2 - początek i koniec transportu palety z wózka na stół
P_{22} - wózek wolny	t_3 - początek i koniec transportu przedmiotu ze stołu na obrabiarkę
P_{24} - stół przygotowany do przyjęcia palety	t_4 - początek i koniec obróbki przedmiotu
P_{25} - paleta przygotowana do załadowania na stół	t_5 - początek i koniec transportu przedmiotu z obrabiarki na stół
P_{26} - przedmiot przygotowany do załadowania na stół	t_6 - początek i koniec transportu palety ze stołu na wózek
P_{33} - obrabiarka przygotowana do załadowania przedmiotu	
P_{36} - przedmiot przygotowany do załadowania na obrabiarkę	
P_{43} - obrabiarka gotowa do rozpoczęcia obróbki	
P_{46} - przedmiot na obrabiarce oczekuje na rozpoczęcie obróbki	
P_{53} - obrabiarka przygotowana do rozładowania przedmiotu	

p_{56} - przedmiot na obrabiarce oczekuje na rozładowanie p_{64} - stół gotowy do rozładowania p_{65} - paleta przygotowana do transportu na wózek p_{66} - przedmiot przygotowany do transportu na wózek p_{72} - wózek przygotowany do oddania palety do magazynu p_{75} - paleta przygotowana do transportu do magazynu p_{76} - przedmiot przygotowany do transportu do magazynu p_{85} - paleta znajduje się w magazynie p_{86} - przedmiot obrabiany znajduje się w magazynie $p_{11} = p_{71}$ - magazyn przygotowany do przyjęcia/wydania palety z przedmiotami $p_{12} = p_{62}$ - wózek wolny gotowy do przyjęcia palety	t_7 - początek i koniec transportu palety z wózka na magazyn t_8 - informacja o zakończeniu obróbki partii przedmiotów
--	---

Zapis $p_{11} = p_{71}$ oraz $p_{12} = p_{62}$ oznacza, że temu samemu miejscu nadano podwójną numerację. Inaczej można powiedzieć, że temu samemu miejscu przyporządkowano dwa przejścia t_1 i t_7 albo t_2 i t_6 , co można zapisać $p_{(1,7)1}$ oraz odpowiednio $p_{(1,6)2}$.

Przyjmuje się następujący sposób numeracji przejść i stanów:

- Obiektom będącym elementami systemu nadaje się kolejne numery $k=1,2,\dots,K$.
- Czynnościom przyporządkowuje się kolejne numery $j=1,2,\dots,J$.
- Przejścia t_j odpowiadają czynnościom.
- Miejsca $p_{(j)k}$ odpowiadają stanom obiektu k oraz zbiorom przejść $\{t_j\}$, dla których

$$Pre(p_{(j)k}, t_j) \geq 0.$$

Elementy macierzy Pre i Post dla zmodernizowanej sieci przyjmują wartości przedstawione w tablicy VI.

Co warto zauważyć, niezerowe elementy macierzy Post odpowiadają bezpośrednio zbiorom wyjść zdefiniowanym dla modelu macierzowego (tablica I).

Można zauważyć następujące związki pomiędzy wielkościami występującymi w sieci Petriego i w modelu macierzowym:

- $$N_k(i) = M_{\{j\}k}(i), \text{ jeżeli } l \in \{j\}, \quad (1)$$

gdzie $N_k(i)$ oznacza liczbę elementów k gotowych do udziału w czynności j na etapie i , natomiast $M_{\{j\}k}(i)$ oznacza oznakowanie na etapie i .

- $$Pre(p_{\{j\}k}, t_l) = U_k * El_{jk}(l), \quad (2)$$

gdzie $p_{\{j\}k}$ oznacza zbiór przejść, do których zdolny jest element k ,

$Pre(p_{\{j\}k}, t_l)$ określa, ile obiektów będących w stanie $p_{\{j\}k}$ jest zdolnych do wykonania czynności l ,

U_k określa, ile elementów k używanych jest w czynności l ,

$El_{jk}(l) = 1$, gdy $l \in \{j\}$,

$El_{jk}(l) = 0$, gdy $l \notin \{j\}$.

- $$Post(t_l, p_{\{j\}k}) = U_k * Out_{jk}(l), \quad (3)$$

gdzie $Post(t_l, p_{\{j\}k})$ określa, ile obiektów k znajduje się w stanie $p_{\{j\}k}$ po zakończeniu czynności l ,

$Out_{jk}(l) = 1$, gdy po zakończeniu czynności l element k jest gotowy do udziału w czynności j lub $Out_{jk}(l) = 0$ w przeciwnym przypadku.

Biorąc pod uwagę (1), (2) oraz (3), warunek wzbudzenia przejścia na etapie i można zapisać:

$$D_k(i) = M_{\{j\}k}(i) - Pre(p_{\{j\}k}, t_l) = N_k(i) - U_k = S_k(i), \text{ dla } k=1,2,\dots,K. \quad (4)$$

Biorąc pod uwagę ogólny wzór, po wzbudzeniu przejścia t_l można wyznaczyć oznakowanie:

$$M_{\{j\}k}(i+1) = M_{\{j\}k}(i) - Pre(p_{\{j\}k}, t_l) + Post(t_l, p_{\{j\}k}), \quad (5)$$

Tablica VI

$$Pre(p_{(j)k}, t_i) =$$

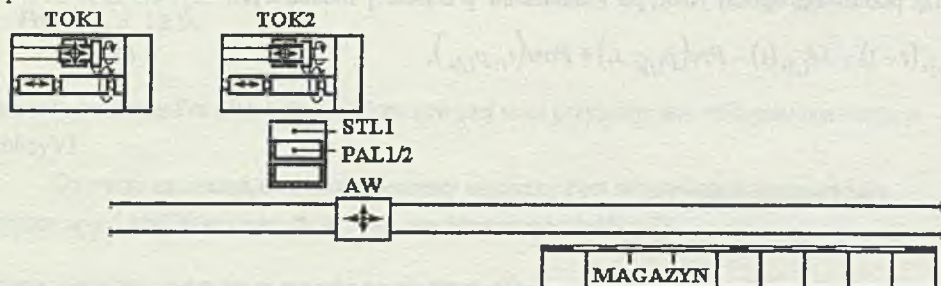
	1	2	3	4	5	6	7	8
(1,7)1	1	0	0	0	0	0	1	0
(1,6)2	1	0	0	0	0	1	0	0
15	1	0	0	0	0	0	0	0
16	10	0	0	0	0	0	0	0
22	0	1	0	0	0	0	0	0
24	0	1	0	0	0	0	0	0
25	0	1	0	0	0	0	0	0
26	0	10	0	0	0	0	0	0
33	0	0	1	0	0	0	0	0
36	0	0	10	0	0	0	0	0
43	0	0	0	1	0	0	0	0
46	0	0	0	1	0	0	0	0
53	0	0	0	0	1	0	0	0
56	0	0	0	0	1	0	0	0
64	0	0	0	0	0	1	0	0
65	0	0	0	0	0	1	0	0
66	0	0	0	0	0	1	0	0
72	0	0	0	0	0	0	1	0
75	0	0	0	0	0	0	1	0
76	0	0	0	0	0	0	10	0
85	0	0	0	0	0	0	0	1
86	0	0	0	0	0	0	0	1

$$Post(t_i, p_{(j)k}) =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8
(1,7)1	1	0	0	0	0	0	1	0
(1,6)2	0	1	0	0	0	0	1	0
15	0	0	0	0	0	0	0	1
16	0	0	0	0	0	0	0	10
22	1	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	1	0	0
25	1	0	0	0	0	0	0	0
26	10	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	1	0	0	0
36	0	10	0	0	0	0	0	0
43	0	0	1	0	0	0	0	0
46	0	0	1	0	0	0	0	0
53	0	0	0	1	0	0	0	0
56	0	0	0	1	0	0	0	0
64	0	1	0	0	0	0	0	0
65	0	1	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	1	0	0	0
72	0	0	0	0	0	1	0	0
75	0	0	0	0	0	1	0	0
76	0	0	0	0	0	10	0	0
85	0	0	0	0	0	0	1	0
86	0	0	0	0	0	0	1	0

4. Kolorowy model macierzowy

Przedstawiony na wstępie system wzbogacono o dodatkową (alternatywną) obrabiarkę. Jednocześnie przyjęto, że w systemie (rys.3.) mogą być równocześnie obrabiane dwa rodzaje przedmiotów obrabianych (PO1, PO2). Przedmioty transportowane są odpowiednio na paletach PAL1 i PAL2.



Rys.3. Schemat rozbudowanego systemu obróbkowego

Fig.3. Scheme of extended system

Ta stosunkowo niewielka modyfikacja systemu dość znacznie rozbudowała Model Macierzowy systemu (liczba rozpatrywanych w MM elementów i czynności wzrosła odpowiednio z 7 do 10 i 9 do 22).

Dla uniknięcia czasochłonnego rozpisywania identycznych elementów modelowanego systemu, powtarzających się sekwencji analogicznych czynności oraz odpowiadających im zbiorów wyjść opracowano kolorowy model macierzowy (CMM). Elementy systemu pogrupowane zostały wg podobieństwa zachowania się w systemie (np. alternatywne obrabiarki), a każdej grupie przypisany został odpowiedni kolor (przez analogię do kolorowych sieci Petriego).

Obecnie każdy element może zostać opisany za pomocą uporządkowanej pary liczb (k, c) , gdzie k jest numerem porządkowym elementu, a c przypisanym mu kolorem. Natomiast każda czynność opisywana jest za pomocą pary (j, \bar{c}) , gdzie j jest numerem porządkowym czynności, a $\bar{c} = (c_1, \dots, c_m, \dots, c_M)$ wektorem kolorów odpowiadających zadanej czynności. Współrzędna c_m wektora \bar{c} może być kolorem elementu uczestniczącego w rozpatrywanej czynności lub zerem, jeżeli element w danej czynności j nie uczestniczy.

Ograniczenia funkcjonowania systemu, wynikające ze struktury systemu lub będące zamierzonym celem projektanta, uwzględnia się wypisując wektory, których realizacja nie jest możliwa.

Przyjęty sposób zapisu informacji pozwala na opisanie zasad funkcjonowania rozbudowanego systemu (jak na rys.3) za pomocą macierzy wyjść zdefiniowanej w tabelicy I oraz wektorów kolorów związanych z poszczególnymi czynnościami.

5. Zmodyfikowana kolorowa sieć Petriego

W przypadku opisu systemu przy użyciu sieci znaczne uproszczenie modelu otrzymuje się stosując kolorowe sieci Petriego. Dla przykładu z rys.3 należałoby wyróżnić następujący zbiór kolorów: $c_1 = (\text{TOK1, PAL1, PO1})$, $c_2 = (\text{TOK1, PAL2, PO})$, $c_3 = (\text{TOK2, PAL1, PO1})$, $c_4 = (\text{TOK2, PAL2, PO2})$

Gdyby nie nałożone ograniczenia (transport przedmiotów na paletach odpowiedniego typu), zbiór kolorów odpowiadałby formalnej kombinacji wszystkich możliwości. Poszukując analogii pomiędzy CPN i CMM, dochodzimy do wniosku, że konieczna jest jeszcze jedna modyfikacja w zapisie klasycznej kolorowej sieci Petriego. Należy poszczególne kolory

zastąpić równoważnymi im wektorami kolorów: $\bar{c}(c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_K)$ (oznaczenie to jest zgodne z oznaczeniem przyjętym dla CMM).

W nowo zdefiniowanych wektorach kolorów odpowiednie współrzędne odpowiadają poszczególnym rodzajom obiektów (obiekty pojedynczo występujące w systemie w powyższych rozważaniach zostały pominięte jako nieistotne dla przedstawianego problemu).

Natomiast odpowiednie wartości współrzędnych odpowiadają numerom kolejnych obiektów wybranego koloru (tablica VII).

Przyjęcie powyższych założeń dotyczących opisu CPN pozwala na zachowanie grafu zdefiniowanego na rysunku 3. Modyfikacji podlegają jedynie oznaczenia miejsc i przejść.

Tablica VII

Kolorowa sieć Petriego	Kolorowy model macierzowy		
	c_1 (TOK)	c_2 (PAL)	c_3 (PO)
$c_1=(TOK1, PAL1, PO1)$	1	1	1
$c_2=(TOK1, PAL2, PO2)$	1	2	2
$c_3=(TOK2, PAL1, PO1)$	2	1	1
$c_4=(TOK2, PAL2, PO2)$	2	2	2

Dla tak zdefiniowanej kolorowej sieci można zauważyć następujące związki z wielkościami występującymi w modelu macierzowym:

- $Pre(p_{\{j\}k}, c_k, t_i) = Pr e(p_{\{j\}k}, t_i) * c_{kr} = U_{ik} * c_{kr}$, jeżeli $c_{kr} = c_k$ lub zero w przeciwnym przypadku, (6)

- $Post(t_i, p_{\{j\}k}, c_k) = Post(t_i, p_{\{j\}k}) * c_{kr} = U_{ik} * c_{kr}$, jeżeli $c_{kr} = c_k$ lub zero w przeciwnym przypadku, (7)

c_k - oznacza zbiór kolorów elementu k ,

c_{kr} - oznacza konkretny kolor;

pozostałe oznaczenia jak dla relacji $\{I-3\}$.

6. Podsumowanie

Na podstawie powyższych rozważań można wysnuć wniosek, że wielkości występujące w modelu macierzowym odpowiadają wielkościom występującym w sieci Petriego, ale o

specyficznym zdefiniowanych miejscach i przejściach, kolorach oraz ich numeracji. Ponadto przyjęta numeracja znacznie poprawia czytelność i zwięzłość zapisu. Miejsca $p_{(j)k}$ odpowiadają bezpośrednio stanom obiektu k oraz zbiorom przejść, do których element k jest zdolny. Wprowadzony dla kolorowych sieci Petriego wektor kolorów $\bar{c}(c_1, c_2, \dots, c_k, \dots, c_K)$ odpowiadający danemu przejściu ma niezerowe współrzędne w miejscach odpowiadających obiektom biorącym udział w tym przejściu.

LITERATURA

- [1] Cyklis J.: Algorytm symulacji ESP, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z.96, Gliwice 1988.
- [2] Cyklis J.: Towards Simple Simulation of FMS Processes, Monograph of Cracow Technological University, no 58, 1987
- [3] Cyklis J., Czuba R.: Przygotowanie danych do symulacji dużych ESP przy użyciu modelu macierzowego, Zeszyty Politechniki Śląskiej, s. Automatyka, z.110, Gliwice 1992.
- [4] Cyklis J, Czuba R., Pierzchała W.: Matrix Model of Flexible Manufacturing System, 1st International Conference: East-West Research and Technology Transfer Conference", Rydzyna 1994
- [5] Cyklis J, Krupa K., Modernizacja sieci Petriego w celu transformacji na model macierzowy ESP, Praca dyplomowa, Politechnika Krakowska 1993.
- [6] Narahari Y., Visvanadham N., A Petri Net Approach to the Modeling and Analysis of FMS, Annals of Operations Research, 1985, vol.3, pp.449-472

Recenzent: Prof. dr inż. Henryk Kowalowski

Wpłynęło do Redakcji do 30.04.1994 r.

Abstract

In order to show the relation between (C)MM and (C)PN specific definitions of (C)PN has been proposed. These definitions would be difficult to guess without the knowledge of ideas developed in MM. In MM the state is described by the number N of the entities k ready to start the activity j . In PN the state is described by twice as many variables, namely: the number $N(p(j,k))$ of the entities k ready to start the activity j and the number $N(p(j,k))$ of the entities ready, to end the activity j . As a matter of fact the number $N(p(j,k))$ does not contain much information, and is either equal null if the activity j has not started or U if the activity j has started but not ended. The same information is given in MM considering

that U_j is the number of the entities involved in performing the activity j . As far as the start of the activities is concerned it can be stated:

- $N_{ik}(i) = M_{\{j\}k}(i), j$
- $\text{Pre}(p_{\{j\}k}, t_j) = U_{jk} * \text{El}_{jk}(i),$
- $\text{Post}(t_j, p_{\{j\}k}) = U_{jk} * \text{Out}_{jk}(i).$

If many objects of the same type are involved in the system, so called objects (entities) colors are introduced $\{c, \dots, c, \dots, c\}$. As a matter of fact they are simply additional numbers of the objects having the same character. Now each entity of the system can be described by the pair (k, c) , where c is the color of the object, and the activity can be described by the pair (j, c) where $c(c, \dots, c, \dots, c)$ is the vector of colors. The coordinate c can be the color of object taking part in the activity j or zero if the object does not take part in the activity j . Replacing Petri colours with vectors of colours we can find the following interrelations between CPN and CMM

- $\text{Pre}(p_{\{j\}k}, c_k, t_j) = \text{Pr} e(p_{\{j\}k}, t_j) * c_{kr} = U_{jk} * c_{kr}$
- $\text{Post}(t_j, p_{\{j\}k}, c_k) = \text{Post}(t_j, p_{\{j\}k}) * c_{kr} = U_{jk} * c_{kr}$

The (C)MM seems to be more compact than (C)PN.