ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1994
Seria: AUTOMATYKA z.115 Nr kol. 1251

Jerzy KOTOWSKI
Ewa SZLACHCIC
Politechnika Wrocławska

PARAMETRYCZNY PROBLEM DYSTRYBUCJI W NIELINIOWYCH SIECIACH TRANSPORTOWYCH

Streszczenie: W pracy pokazano problem parametrycznej identyfikacji nieliniowej sieci transportowej z deficytem, który wynika z faktu niemożliwości zapewnienia realizacji wszystkich potrzeb odbiorców sieci dystrybucji wody. Dla rozwiązania sformułowanego zadania parametrycznej identyfikacji zaproponowano suboptymalną metodę pozwalającą określić rozpływy w sieci z deficytem. Otrzymane zadanie pomocnicze rozwiązano wykorzystując technikę hiperpłaszczyzn tnących Kelleya.

PARAMETRIC DISTRIBUTION PROBLEM IN NONLINEAR TRANSPORT NETWORK

Summary: The parametric identification problem for nonlinear transport network with deficit state, when the water supply can not be realized according to the planned demands of .network consumers, is shown in this paper. For solving the described parametric identification problem the suboptimal method, which allow to calculate the possible flows in network with deficit, is proposed. Using the Kelley cutting plane technique the received auxiliary optimization task is solved .

UN PROBLÈME PARAMÉTRIQUE DE LA DISTRIBUTION DANS DES RÉSEAUX NON-LINÉAIRES DE TRANSPORT

Résumé: Dans l'ouvrage on a présenté le probleme paramétrique de l'identification du réseau non-linéaire de transport avec le déficit, qui vient d'impossibilité de la réalisation de toutes les besoins des preneurs des réseaux de la distribution d'eau. Pour resoudre un problème d'optimisation parametrique on a proposé une méthode suboptimale, qui permet de déterminer les répands dans le réseau avec le déficit. Un problème auxiliaire on a résolu avec la technique des hiperplans coupants de Kelley.

1. Wstęp

W nieliniowych sieciach transportowych identyfikacja rzeczywistych parametrów sieci była realizowana przy założeniu realizacji dostaw do odbiorców zgodnie z ich zapotrzebowaniami [1]-[4],[6],[7]. W niniejszej pracy rozpatrzono problem wyznaczenia efektywnych parametrów dla nieliniowej sieci dystrybucji wody w przypadku pojawienia się deficytu wody, uniemożliwiającego odbiorcom pełną realizację potrzeb. W tym celu przeprowadzono identyfikację parametrów aktualnej struktury sieci, określono funkcję oceniającą straty wynikłe z deficytu, sformułowano suboptymalną metodę pozwalającą wyznaczyć przepływy, ciśnienia w sieci oraz możliwe do uzyskania wypływy z węzłów w relacji do zapotrzebowań odbiorców, przy uwzględnieniu w procesie symulacji globalnych strat energetycznych, powstałych w nieliniowej sieci dystrybucji wody.

2. Sformułowanie problemu

W nieliniowych sieciach transportowych identyfikacja rzeczywistych przepływów w sieci oraz spadków ciśnień na łukach może być prowadzona za pomocą procedur symulacyjnych opierających się na modelu nieliniowej sieci dystrybucji wody [3],[4],[10]. Struktura omawianej sieci jest opisana acyklicznym grafem skierowanym G, który składa się z n łuków i m węzłów, jednego źródła - pompowni oraz s odbiorców usytuowanych w s węzłach sieci, bez zbiorników sieciowych, przy czym m=s+1. Każdy łuk "i" sieci jest scharakteryzowany przez wielkość przepływu y_i, $i=1,\dots,n$ oraz spadek ciśnienia x_i na łuku "i" określony zgodnie z prawem Bernouliego [4]:

$$x_i = r_i\, y_i \,sgn\, y_i + d_i\,, \quad i=1,\dots,n \tag{1}$$

z uwzględnieniem różnicy wysokości geodezyjnej d_i pomiędzy węzłami na końcach łuku "i" oraz oporu hydraulicznego r_i łuku "i".

Parametry omawianej sieci, tzn. wektor y przepływów, $y \in R^n$ oraz wektor x spadków ciśnień na łukach sieci, $x \in R^n$ spełniają równania odpowiadające I i II prawu Kirchhoff'a w postaci:

$$A\,y = \sigma, \tag{2}$$

$$B\,x = 0, \tag{3}$$

przy czym $\sigma \in R^s$ oznacza wektor wypływów z węzłów będących odbiorcami w sieci, macierz A odpowiednio macierz incydencji oraz B macierz oczkowa grafu sieci. W pompowni panuje deficyt ciśnienia $D_p = H_{p\max} - H_{po}$ spowodowany różnicą między maksymalnym ciśnieniem w pompowni w warunkach awaryjnych $H_{p\max}$ a ciśnieniem optymalnym H_{po}, przy którym są spełnione potrzeby wszystkich odbiorców. Założono, że w zadanym horyzoncie sterowania T zmianie nie ulegają zapotrzebowania na wodę w węzłach sieci oraz istnieje możliwość regulacji wypływu wody z każdego węzła sieci.

Jeżeli w sieci rozprowadzania wody deficyt nie występuje, wówczas modelem matematycznym dla odbiorcy jest węzeł obciążony chwilowymi potrzebami zgodnie z wektorem σ. W przypadku pojawienia się zjawiska deficytu, rzeczywisty pobór wody będzie pewną funkcją podaży. W rezultacie symulacja pracy sieci dystrybucji wody w warunkach deficytu będzie polegać na określeniu trzech zbiorów odbiorców, tzn. R_1- zbioru węzłów realizujących swoje zamówienia, R_2- podzbioru węzłów, dla których wektor rzeczywistych wypływów y^{out} będzie spełniał warunek minimalnego progu zaspokojenia potrzeb $p_{\min}$:

$$R_2 = \left\{ i \;\middle|\; p_{\min} * \sigma_i \le y_i^{out} < \sigma_i, \quad p_{\min} \in <0,1> \right\} \tag{4}$$

oraz zbioru R_3- węzłów nie otrzymujących wody, a następnie na wyznaczeniu rzeczywistych przepływów w łukach i spadków ciśnień na łukach sieci.

Różne strategie sterowania siecią dystrybucji wody uzależnione od przyjętej funkcji oceniającej straty wynikłe z powodu deficytu przedstawiono w [9] . Do takich strategii może należeć działanie oparte na ekstremalizacji globalnego wskaźnika jakości pod warunkiem spełnienia określonego, hierachicznego, celu,na przykład maksymalizacji zaspokojenia popytu na wodę w wybranych węzłach lub też maksymalizacji liczby odbiorców, u których możliwy wypływ jest na poziomie minimalnego progu zaspokojenia potrzeb. W rezultacie można sformułować zadanie parametrycznej identyfikacji struktury rozpływów w nieliniowej sieci transportowej jako:

$$F\left(y^{*out}, \sigma, p\right) = \min_{y^{out}} F\left(y^{out}, \sigma, p\right) \tag{5}$$

z wektorem parametrów **p** określonym w (4), przy uwzględnieniu ograniczeń wynikających z topologii sieci. Jako miarę oceniającą straty w sieci przyjęto funkcję opisującą względny niedobór wody w deficytowych węzłach sieci, w postaci:

$$F(y^{out}, \sigma, p) = l^* - \sum_{i \in L^*} \frac{y_i^{out}}{\sigma_i} \tag{6}$$

gdzie l* oznacza liczbę odbiorców wody w sieci, o wielkości wypływu równej lub wyższej od progu minimalnego zaspokojenia potrzeb, tzn.:

$$L^* = \left\{ i : y_i^{out} \ge p_{\min} * \sigma_i, \quad i \in \overline{1,s}, \quad p_{\min} \in <0,1> \right\} \quad oraz \quad l^* = \overline{\overline{L^*}} \tag{7}$$

Jeśli $l^* < s$, to zmianie ulega struktura rozprowadzania wody w sieci, a tym samym macierze **A**, **B** mogą być przekształcone do postaci **A'**, **B'**, z wyłączeniem węzłów, które nie pobierają wody.

3. Parametryczny problem identyfikacji

Biorąc pod uwagę powyżej określone założenia, parametryczne zadanie identyfikacji rozpływów wody w nieliniowych sieciach transportowych w warunkach deficytu można sformułować w następującej postaci:

$$F(\mathbf{y}^{\text{out}}) = \sum_{i \in L^*} \frac{y_i^{out}}{\sigma_i} \Rightarrow \max \tag{8}$$

$$H_{p\max} \leq H_{po} = \varphi\left(\mathbf{y}^{\text{out}}, \mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{x}' = \psi(\mathbf{y}')\right) \tag{9}$$

$$p_{\min} * \sigma_i \leq y_i^{out} \leq \sigma_i \;, \quad i = 1, \ldots, s \tag{10}$$

$$\mathbf{x}' = \psi(\mathbf{y}') \; tzn. \; x_i' = r_i (y'_i)^2 sgn(y'_i) + d_i \,, \quad i = 1, \ldots, n' \tag{11}$$

przy czym n' oznacza ilość łuków w zredukowanej sieci.

Zadanie (8) - (11) należy do klasy parametrycznych zadań optymalizacji nieliniowej z liniową funkcją celu. Jednym ze sposobów rozwiązania tego problemu byłoby zbudowanie dwupoziomowej metody optymalizacji, opierającej się o algorytmy symulacji przepływów wody w nieliniowych sieciach transportowych [3],[4],[8], wykorzystujące własności omawianej sieci. W tym celu na poziomie dolnym dla określonego wektora zapotrzebowań $\mathbf{y}^{\text{out}}$, przy uwzględnieniu parametru $p_{\min}$ progu minimalnego zaspokojenia potrzeb, byłyby wyliczane przepływy w łukach, ciśnienia w węzłach sieci, w tym także optymalne ciśnienie w pompowni. Na poziomie górnym byłby realizowany algorytm wyboru wektora $\mathbf{y}^{\text{out}}$, maksymalizującego funkcję (8) przy uwzględnieniu warunków (9)-(11). Brak znajomości jawnej postaci funkcji φ, a tym samym gradientu, uniemożliwia zastosowanie w procedurze nadrzędnej efektywnych, gradientowych metod optymalizacji. Zastosowanie natomiast iteracyjnych metod bezgradientowych lub randomizowanych dla zadania o dużym wymiarze powoduje duże nakłady obliczeniowe, które eliminują z praktycznego zastosowania opisany powyżej sposób symulacji przepływów wody w warunkach deficytu.

W niniejszej pracy do rozwiązania zadania (8)-(11) proponuje się zastosowanie suboptymalnej metody, składającej się z trzech głównych faz. W fazie pierwszej proponuje się dokonać identyfikacji struktury nieliniowej sieci dystrybucji wody przy spełnionym warunku (7). Faza druga polegałaby na budowie uproszczonego modelu sieci wraz z określeniem zależności ciśnienia pompowni od zredukowanej struktury sieci oraz od rzeczywistych wypływów wody z węzłów. W fazie trzeciej następuje rozwiązanie zastępczego zadania optymalizacji z wykorzystaniem metody hiperpłaszczyzn tnących Kelleya.

3.1.Identyfikacja parametrów nieliniowej sieci dystrybucji wody

Strukturę przepływów w sieci dystrybucji wody determinują straty energii związane z przepływem medium w sieci przy spełnionym ograniczeniu na dostępne ciśnienie w pompowni $H_{p\max}$ (9) oraz wektor σ (10). Identyfikacja parametrów nieliniowej sieci dystrybucji wody może być zrealizowana w oparciu o metodę symulacji [4], która wykorzystując zagregowany model sieci, transformuje zależności (1)-(3) do postaci statycznego problemu minimalizacji strat energetycznych związanych z transportem wody w sieci [3],[4]:

$$f(\mathbf{y})=\sum_{j=1}^{n} f_j(y_j) \Rightarrow \min \tag{13}$$

przy ograniczeniach:

$$\mathbf{A}\ \mathbf{y}=\sigma \tag{14}$$

$$\mathbf{B}\ R(\mathbf{r},\mathbf{y})\,\mathbf{y}=0 \tag{15}$$

gdzie:

$$R(\mathbf{r},\mathbf{y}) = diag\left\{ r_i\, y_i\, sgn\, y_i\,,\ i=1,\dots,n \right\} \tag{16}$$

$$f_i(y_i)=x_i\, y_i=r_i\, y_i^3\, sgn\, y_i\,,\ i=1,\dots,n \tag{17}$$

Funkcje $f_i(y_i)$ określają straty energetyczne w łuku "i".

Określenie struktury rozprowadzania wody w warunkach deficytu, przy tak sformułowanych założeniach, sprowadza się do wyznaczenia wektora przepływów w sieci oraz spadków ciśnień w węzłach sieci, dla której jest spełnione ograniczenie na dostępne ciśnienie w pompowni $H_{p\max}$- (9) oraz na wypływy z węzłów $\mathbf{y}^{\mathbf{out}}$ - (10). Identyfikacja parametrów struktury sieci dystrybucji wody polega na symulacji przepływów w sieci, a następnie na umownym wyłączeniu ze struktury sieci tych węzłów, które ze względu na swoje potrzeby lub na umiejscowienie w sieci dystrybucji oraz dostępne ciśnienie w pompowni nie otrzymają minimalnej ilości wody, tzn.: $y_i^{out}=p_{\min} * \sigma_i$. Do wyznaczenia przepływów wody w łukach oraz ciśnień w węzłach sieci, w tym także ciśnienia w pompowni,zastosowano opracowaną metodę symulacji dla sieci dystrybucji wody w warunkach całkowitego zaspokojenia potrzeb [10]. Po sprowadzeniu problemu do postaci zredukowanej, uwzględniającej tylko wektor przepływów w łukach nie należących do drzewa D, zadanie (13) - (17) rozwiązano za pomocą algorytmu Fletchera-Reevesa modyfikowanego algorytmem Rosena [4].

Proces identyfikacji struktury rozprowadzania wody został opisany w przedstawionym poniżej algorytmie:

Algorytm 1

Krok 1: Przyjmij $l^* = k$, weź $H_{p\max}$.

Krok 2: Przeprowadź symulację rozpływu wody w sieci na potrzeby w węzłach sieci równych: $y_i^{out} = p_{\min} * \sigma_i$, $i = 1,\dots,l^*$. Określ ciśnienie w pompowni $H_{po}\left(y_i = \sum p_{\min} * \sigma_i\right)$, oraz zapasy ciśnień Δh_i w każdym węźle sieci.

Krok 3: Jeżeli $H_{p\max} \geq H_{pol}$ zapamiętaj strukturę i parametry sieci - STOP. W każdym węźle otrzymanej sieci jest możliwy wypływ $y_i^{out} = p_{\min} * \sigma_i$, $i = 1,\dots,l^*$. W przeciwnym wypadku idź do Kroku 4.

Krok 4: Wyznacz nr węzła N^r, w którym zapas ciśnienia jest minimalny, wprowadź dla $N^r = \min_i \Delta h_i$ do R_3 oraz usuń incydentne z tym węzłem łuki, $l^* = l^* - 1$. Przejdź do Kroku 2.

Uzyskana w metodzie symulacji struktura rzeczywistych przepływów w łukach sieci oraz odpowiedni wektor ciśnień pozwalają na konstrukcję uproszczonego modelu sieci, którego rozwiązanie będzie stanowić rozwiązanie dopuszczalne problemu (8)-(11). Strukturą, która spełnia te wymagania, jest dowolne drzewo D grafu G. Spośród wszystkich dopuszczalnych drzew należy wybrać drzewo D*, które minimalizuje straty energii spowodowane zmianą struktury rozprowadzania medium. Drzewo D* można określić w wyniku rozwiązania problemu optymalnych punktów rozcięć w nieliniowych sieciach wykorzystując odpowiednio zmodyfikowany algorytm rozpływowy [5]. Struktura D* minimalizuje straty energetyczne F_D określone poniższą zależnością:

$$F_D = \sum_{i=1}^{n'} f_i(y_i) * \delta_i = \sum_{i=1}^{n'} \left(r_i\, y_i^3\, sgn\, y_i + d_i\, y_i\right) * \delta_i \Rightarrow \min \tag{18}$$

gdzie $\delta_i = 0$, jeśli łuk $i \notin D$ oraz $\delta_i = 1$, jeśli łuk $i \in D$ dla $i = 1,\dots,n'$ przy spełnionych ograniczeniach (9),(11),(14),(15).

Struktura D* stanowi uproszczony model sieci, dla którego można określić spadki ciśnienia na kolejnych ścieżkach k drzewa w postaci:

$$\Delta H_{s_k} = \sum_{l \in s_k} r_l \left(\sum_{j=1}^{n'-1} f_{lj} \, y_j^{out} \right)^2 + c_k \tag{19}$$

przy $c_k = \max\limits_{l \in s_k}(0, d_{l_i} - d_{pp})$, gdzie:

s_k - zbiór węzłów l_i wchodzących do ścieżki k,

c_k - maksymalna różnica wysokości geodezyjnej między pompownią d_{pp} a kolejnymi węzłami l_i k-tej ścieżki d_{l_i},

f_{lj} - element macierzy $F = (f_{lj})_{n' x n'}$ przy czym:

$$f_{lj} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli w } D^* \text{węzeł j należy do poddrzewa o korzeniu w l} \\ 0 & \text{w przeciwnym wypadku.} \end{cases}$$

Korzystając z (8)-(11) można sformułować zastępcze zadanie parametrycznej identyfikacji wypływów wody w nieliniowej sieci transportowej w warunkach deficytu:

$$F(y^{out}) = \sum_{i \in L^*} \frac{y_i^{out}}{\sigma_i} \Rightarrow \max \tag{20}$$

przy ograniczeniach:

$$Hc_k = H_{p\max} - \sum_{l \in s_k} r_l * \left(\sum_{j=l}^{PD(j)} y_j^{out} \right)^2 + c_k \geq 0, \; k \in \overline{1, l_s} \tag{21}$$

$$p_{\min} * \sigma_i \leq y_i^{out} \leq \sigma_i \, , \; i = 1, \ldots, l^* \tag{22}$$

$Hc_k(y^{out})$ określa zapas ciśnienia w pompowni dla k-tej ścieżki drzewa D*, natomiast PD (j) stanowi jednowymiarową tablicę PD (j) = jmax (i), i = 1 ,..., n' odpowiadającą za macierz $\mathbf{F} = (f_{ij})$ przy zastosowaniu algorytmu DFS do przenumerowania węzłów sieci.

Zadanie (20)-(22) posiada liniową funkcję $F(y^{out})$ oraz wklęsłe ograniczenia (21), które mają ciągłą pierwszą pochodną. Zbiór rozwiązań dopuszczalnych $Y^{out} = \{ y^{out} : Hc_k(y^{out}) \geq 0 \}$ jest zawarty w wielościanie wypukłym Z określonym następująco:

$$Z = \left\{ y_i^{out} : p_{\min} * \sigma_i \leq y_i^{out} < \sigma_i, \; i = 1, \ldots, l^*, \; p_{\min} \in \langle 0, 1 \rangle \right\} \tag{23}$$

co pozwala zastosować metodę hiperpłaszczyzn tnących Kelleya.

W celu zmniejszenia liczby ograniczeń wielościanu $\dot{ZJ}$ dokonano transformacji zmiennych y_i^{out} na $y_i^t = y_i^{out} - p_{min} * \sigma_i \;\; i = 1,...,I^*$ oraz wyeliminowano aproksymację liniową funkcji $Hc_{k*}(\mathbf{y}^{out})$ w bieżącym kroku algorytmu Kelleya .

4. Testy numeryczne

Program numeryczny realizujący zadanie parametrycznej identyfikacji dla nieliniowych sieci dystrybucji wody został napisany w języku FORTRAN na komputer IBM PC. Wybór takiego języka programowania został podyktowany koniecznością wykorzystania procedur symulacji przepływów dla nieliniowych sieci bez deficytu.

Wstępne badania testowe przeprowadzono dla kilkunastu wybranych sieci, odwzorowujących rzeczywisty system dystrybucji wody o zróżnicowanych strukturach przestrzennych sieci, różnej liczbie węzłów i łuków. Parametry przykładowych sieci były dobierane na podstawie typowych, rzeczywistych sieci rozprowadzania wody [10]. Jest oczywiste, że czas obliczeń programu zależy od struktury sieci dystrybucji wody oraz od liczby węzłów i łuków. Błąd względny niewykorzystania ciśnienia w pompowni, powstały w wyniku przyjęcia uproszczonego modelu sieci,jest rzędu kilku procent. Zależy on w istotny sposób od struktury sieci oraz od przestrzennego rozłożenia zapotrzebowania na wodę.

5. Uwagi końcowe

W pracy rozwiązano zadanie parametrycznej identyfikacji przepływów i ciśnień w nieliniowej sieci dystrybucji wody w przypadku występującego deficytu. Przedstawiono zredukowany model zadania, który rozwiązano w trzech etapach: poprzez identyfikację struktury rozprowadzania wody dla parametrycznego wektora zapotrzebowań odbiorców sieci, opracowanie uproszczonego modelu sieci z określoną zależnością ciśnienia w pompowni od uproszczonej struktury oraz od wypływów z węzłów. Uzyskane zastępcze zadanie optymalizacji rozwiązano korzystając z metody hiperpłaszczyzn tnących Kelleya. Badania numeryczne przeprowadzone dla wybranych sieci dystrybucji wody potwierdziły możliwość identyfikacji parametrów sieci dystrybucji wody w warunkach awaryjnych, gdy pompownia nie dysponuje wystarczającą ilością wody.

LITERATURA

[1] Cohen G.: Optimal control of water sypply system.Tzafestas Ed. Optimisation and Control of Dynamic Operational Model. North-Holland. Amsterdam 1982.

[2] Coulbeck B., Sterling M.:Optimized control of water distribution systems. Proc. IEE 125, 10,1978.

[3] Klempous R., Kotowski J.: Nonlinear transport network design. J. of Comp. and Applied Math. 35,1991, pp. 269-275.

[4] Kotowski.J., Olesiak M.:The optimization of the energy wastes in the complex water supply systems. Proceedings of 6th IFAC/IFIP International Conference on Digital Computer Application to Process Control, Dusseldorf, October, 1980.

[5] Kujszczyk S.: Nowoczesne metody obliczeń elektroenergetycznych sieci rozdzielczych. WNT, Warszawa 1984 .

[6] Minoux M.: Network synthesis and optimum network design problems: Models, solution methods and applications. Network vol.19,1989,pp. 313-360.

[7] Miyaka S., Funabashi M.: Optimal control of water distribution systems by network flow theory. IEEE Trans. on AC, AC-29, 1984.

[8] Szlachcic E.: Bicriterial optimization of structure of complex network. Mathematical Research, Berlin, band 46, 1988, pp. 88 - 97.

[9] Szlachcic E., Kotowski J.: Suboptimal distribution problem in nonlinear transport network. Raport serii PRE ICT Politechniki, Wrocław, 42, 1992.

[10] Szlachcic E., Kotowski J., Klempous R.:Symulacja i analityczne testy algorytmów optymalnego sterowania dla przykładowych sieci dystrybucji wody. Raport serii Spr. ICT Politechniki ,Wrocław,10, 1983 .

Recenzent: Prof.dr hab.inż. Jan Węglarz

Wpłynęło do Redakcji do 30.04.1994 r.

Abstract

The parametric identification problem for nonlinear transport network with deficit state, when the water supply can not be realised according to the planned demands of network consumers, is shown in this paper. The social costs of water deficit is described. The parametric optimization problem, depending on the number of network consumers, where the water consumption level is greater then minimal threshold, is formulated.The objective function is not given explicite so the suboptimal method, which allow to calculate the possible flows in network, is proposed. The identification of nonlinear water distribution network is realised. The auxiliary optimization model with linear objection function and convex constraints is constructed and is solved using the Kelley cutting plane technique.