

Władysław MIZIA
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE TRANSFORMATORA DWUUZWOJENIOWEGO Z DOWOLNIE DZIELONYMI UZWOJENIAMI CYLINDRYCZNYMI

Streszczenie. Praca dotyczy transformatora dwuuzwojeniowego z dowolnie dzielonymi uzwojeniami cylindrycznymi strony pierwotnej i wtórnej, których części składowe są nakładane na przemian na siebie na kolumnę rdzenia magnetycznego. Określono indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń dzielonych i możliwości kształtowania parametrów schematu zastępczego i indukcyjności zwarcia transformatora. Podano również porównanie parametrów schematu zastępczego i indukcyjności zwarcia transformatora z uzwojeniami dzielonymi i nie dzielonymi.

ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF A TWO-WINDING TRANSFORMER WITH DIVIDED CYLINDRICAL WINDINGS

Summary. The paper deals with a two-winding transformer with divided cylindrical windings of both primary and secondary sides. Sections of these windings are alternately placed on each other around the magnetic core column. Self-inductances and mutual inductances of the divided windings have been determined. Possibilities of changing of equivalent circuit parameters and the short-circuit inductance of a transformer have been presented. Comparison between the equivalent circuit inductance of a transformer with divided and non-divided windings has been given as well.

1. WSTĘP

Parametry elektromagnetyczne - rezystancje i indukcyjności - schematu zastępczego transformatora dwuuzwojeniowego zależą od wymiarów geometrycznych i właściwości rdzenia magnetycznego oraz od rodzaju uzwojeń i ich rozmieszczenia na kolumnie rdzenia.

Przedmiotem analizy jest transformator z dzielonymi uzwojeniami cylindrycznymi, umieszczonymi na kolumnie rdzenia magnetycznego i nałożonymi na siebie. Podziałowi podlega jedno lub obydwa uzwojenia, przy czym liczba m dowolnych części jednego z uzwojeń, np.: wtórnego, jest o jeden większa od liczby części uzwojenia pierwotnego. Przy jednakowej liczbie części uzwojenia pierwotnego i wtórnego, np.: $m = 2$, uzyskuje się indukcyjności zwarcia transformatora takie same, jakie można uzyskać przez podział tylko uzwojenia pierwotnego. Z tego powodu przypadek taki nie jest analizowany.

Zakłada się, że części składowe:

- mają jednakowe wysokości, zbliżone do wysokości kolumny rdzenia magnetycznego,
- obydwu uzwojeń są nakładane na przemian na siebie.

Taki sposób umieszczenia części składowych uzwojeń pozwala na kształtowanie indukcyjności własnych i wzajemnych uzwojeń, a tym samym parametrów schematu zastępczego transformatora. Zwykle uzyskuje się wymaganą indukcyjność zwarcia transformatora przy liczbie części $m \leq 3$ i do takich przypadków ograniczono zakres analizy szczegółowej.

Zgodnie z [3] dla uzwojenia nie dzielonego:

- rezystancja

$$R = \frac{kz l}{\gamma S} \quad (1)$$

przy czym:

- k - współczynnik powiększenia się rezystancji przy przepływie prądu przemiennego,
- z, l - liczba zwojów i średnia długość zwoju,
- γ, S - konduktywność i powierzchnia przekroju poprzecznego przewodu uzwojonego;

- indukcyjność własna

$$L = L_{Fe} + L_{\sigma}, \quad (2)$$

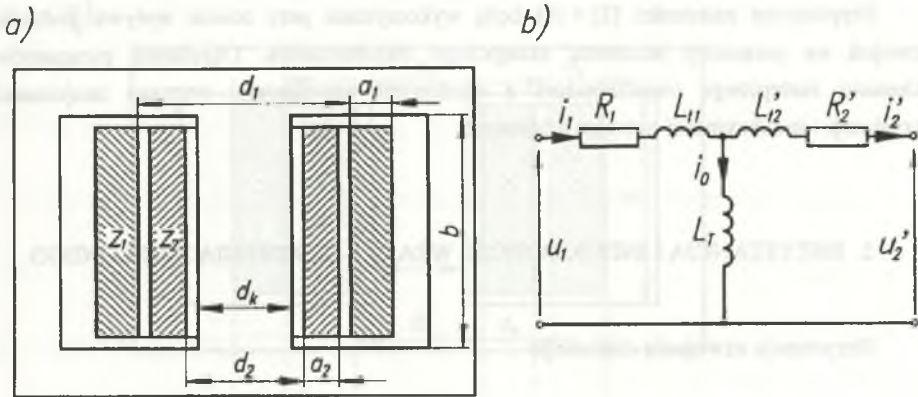
przy czym

$$L_{Fe} = z^2 \Lambda_{Fe}, \quad (3)$$

$$L_{\sigma} = z^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d^2 - d_k^2) + \frac{al}{3} - \frac{\pi a^2}{6} \right], \quad (4)$$

Λ_{Fe} - permeancja rdzenia magnetycznego,

a, d - grubość i średnica wewnętrzna uzwojenia.



Rys. 1. Transformator z uzwojeniami nie dzielonymi: a) wymiary geometryczne rdzenia magnetycznego i uzwojeń, b) schemat zastępczy

Fig.1. A transformer with non-divided windings: a) dimensions of a magnetic core and windings, b) equivalent circuit

Dla transformatora bez podziału uzwojeń [3], przy założeniu że uzwojenie wtórne jest uzwojeniem wewnętrznym (rys. 1 a):

- indukcyjności schematu zastępczego (rys. 1 b) o stronie wtórnej prowadzonej na stronę pierwotną

$$L_{l1} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{3} + \frac{a_2 l_2}{2} + \delta l_\delta - \frac{\pi}{6} (a_1^2 - a_2^2) \right], \quad (5)$$

$$L'_{l2} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left(-\frac{a_2 l_2}{6} \right), \quad (6)$$

$$L_T = z_1^2 \left\{ \Lambda_{Fe} + \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_2 l_2}{2} - \frac{\pi a_2^2}{6} + \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_k^2) \right] \right\}, \quad (7)$$

- indukcyjność zwarcia

$$L_z = L_{l1} + L'_{l2} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{3} + \frac{a_2 l_2}{3} + \delta l_\delta - \frac{\pi}{6} (a_1^2 - a_2^2) \right], \quad (8)$$

przy czym:

- z_1 - liczba zwojów uzwojenia pierwotnego,
- $a_1, a_2, b, d_1, d_2, d_k$ - określa rys. 1 a,
- l_1, l_2, l_δ - średnie długości zwojów uzwojenia pierwotnego, wtórnego i średnia długość szczeliny międzyuzwojeniowej.

Przytoczone zależności (1) ÷ (8) będą wykorzystane przy ocenie wpływu podziału uzwojeń na parametry schematu zastępczego transformatora. Określenie parametrów schematu zastępczego transformatora z dzielonymi uzwojeniami wymaga znajomości rezystancji i indukcyjności uzwojeń dzielonych.

2. REZYSTANCJA I INDUKCYJNOŚĆ WŁASNA UZWOJENIA DZIELONEGO

Rezystancja uzwojenia dzielonego

$$R = \frac{k}{\gamma S} \sum_{n=1}^m z_n l_n \quad (9)$$

przy czym

z_n, l_n , - liczba zwojów i średnia długość zwoju n -tej części uzwojenia,

m - liczba części uzwojenia.

Indukcyjność własną uzwojenia dzielonego określa zależność (2). Podział i rozmieszczenie części uzwojenia w różnych odległościach od kolumny rdzenia nie zmieniają składowej indukcyjności własnej uzwojenia wynikającej z pola magnetycznego głównego, którego linie zamykają się w rdzeniu magnetycznym, a więc składową L_{Fe} określa wyrażenie (3).

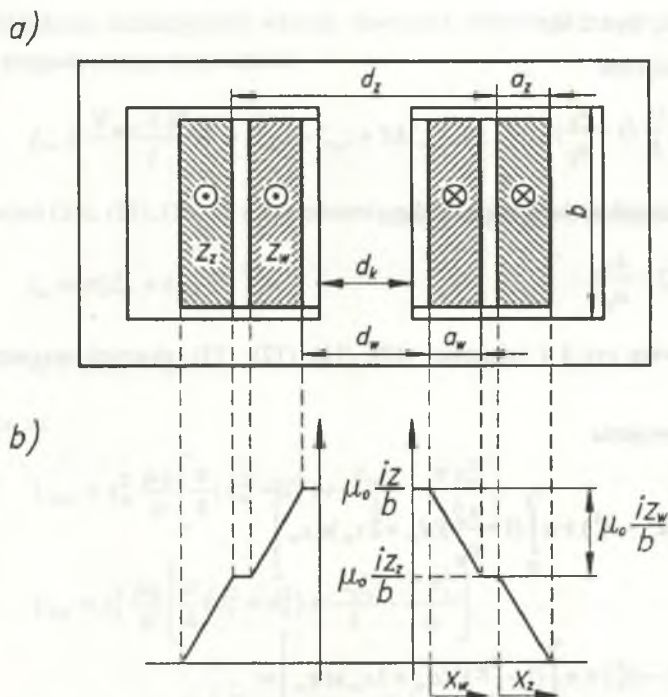
Składowa indukcyjności własnej uzwojenia L_{σ} wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia, którego linie w strefie uzwojenia zamykają się poza rdzeniem magnetycznym, zależy od rozmieszczenia części składowych uzwojenia. Jej określenie wymaga ustalenia rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytworzonego przez siłę magnetomotoryczną uzwojenia dzielonego. Uproszczony rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej określa się, przyjmując, że rdzeń magnetyczny:

- ma względną przenikalność magnetyczną $\mu = \infty$, tzn. pomijając spadek napięcia magnetycznego wzdłuż części linii pola magnetycznego rozproszenia w rdzeniu magnetycznym,
- pokrywa uzwojenie w częściach czołowych.

Rozkład taki wytworzony przez prąd i w uzwojeniu podzielonym na dwie części:

- wewnętrzną o liczbie zwojów z_w ,
- zewnętrzną o liczbie zwojów z_e ,

i wymiarach podanych na rys. 2 a przedstawiono na rys. 2 b.



Rys. 2. Uzwojenie dzielone na dwie części: a) wymiary geometryczne części uzwojenia i rdzenia magnetycznego, b) przekrój rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia

Fig. 2. A winding divided into two sections: a) dimensions of a winding section and a magnetic core, b) 2D distribution of the magnetic leakage flux density

W miejscu x_w (rys. 2 b):

- indukcja magnetyczna

$$B(x_w) = \mu_0 \frac{i}{b} \left[z_z + z_w \left(1 - \frac{x_w}{a_w} \right) \right], \quad (10)$$

- liczba zwojów części wewnętrznej uzwojenia

$$z_w(x_w) = z_w \left(1 - \frac{x_w}{a_w} \right), \quad (11)$$

natomiast w miejscu x_z (rys. 2 b):

- indukcja magnetyczna

$$B(x_z) = \mu_0 \frac{i z}{b} \left(1 - \frac{x_z}{a_z}\right), \quad (12)$$

- liczba zwojów części zewnętrznej uzwojenia

$$z_z(x_z) = z_z \left(1 - \frac{x_z}{a_z}\right). \quad (13)$$

Biorąc pod uwagę rys. 2 i zależności (10), (11), (12), (13), strumień magnetyczny sprzężony z częścią

- wewnętrzną uzwojenia

$$\begin{aligned} \Psi_{w\sigma} &= \frac{\mu_0 i}{b} z_z z_w \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_w} \left(1 - \frac{x_w}{a_w}\right) (d_w + 2x_w) dx_w \right] \\ &+ \frac{\mu_0 i}{b} z_w^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_w} \left(1 - \frac{x_w}{a_w}\right)^2 (d_w + 2x_w) dx_w \right] = \quad (14) \\ &= \frac{\mu_0 i}{b} \left\{ z_w^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{3} + \frac{\pi a_w^2}{6} \right] + z_w z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] \right\}, \end{aligned}$$

- zewnętrzną uzwojenia

$$\begin{aligned} \Psi_{z\sigma} &= \frac{\mu_0 i}{b} z_z^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_z} \left(1 - \frac{x_z}{a_z}\right)^2 (d_z + 2x_z) dx_z \right] \\ &+ \frac{\mu_0 i}{b} z_w z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_w} \left(1 - \frac{x_w}{a_w}\right) (d_w + 2x_w) dx_w \right] = \quad (15) \\ &= \frac{\mu_0 i}{b} \left\{ z_z^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_z d_z}{3} + \frac{\pi a_z^2}{6} \right] + z_w z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Składowa indukcyjności własnej uzwojenia dzielonego na dwie części wynikające z pola magnetycznego rozproszenia

$$L_{\sigma} = \frac{\Psi_{w\sigma} + \Psi_{z\sigma}}{i} = L_{w\sigma} + L_{z\sigma} + 2M_{wz\sigma}. \quad (16)$$

Z wyrażeń (14), (15), (16) po uwzględnieniu zależności na średnie długości zwojów

$$l_w = \pi(d_w + a_w), \quad (17)$$

$$l_z = \pi(d_z + a_z)$$

wynika, że

$$L_{w\sigma} = z_w^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{a_w l_w}{3} - \frac{\pi a_w^2}{6} \right], \quad (18)$$

$$L_{z\sigma} = z_z^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_k^2) + \frac{a_z l_z}{3} - \frac{\pi a_z^2}{6} \right], \quad (19)$$

$$M_{wz\sigma} = z_w z_z \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{a_w l_w}{2} - \frac{\pi a_w^2}{6} \right]. \quad (20)$$

Indukcyjności $L_{w\sigma}$, $L_{z\sigma}$, $M_{wz\sigma}$ można uważać za składowe indukcyjności własnych i indukcyjności wzajemnej niezależnych uzwojeń - wewnętrznego i zewnętrznego, wynikające z pola rozproszenia magnetycznego. Indukcyjność $M_{wz\sigma}$ zależy od iloczynu liczby zwojów obydwu części uzwojenia, wymiarów geometrycznych rdzenia magnetycznego i części wewnętrznej uzwojenia.

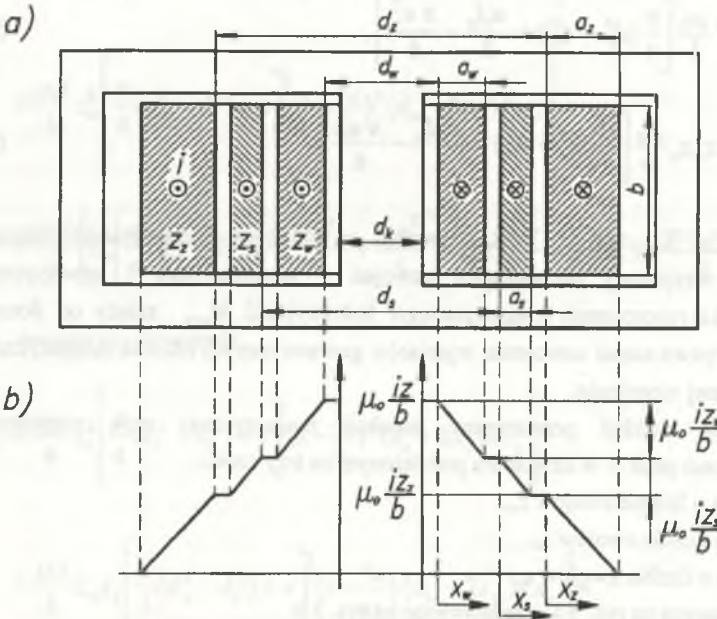
Uproszczone rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytworzonego przez prąd i w uzwojeniu podzielonym na trzy części:

- wewnętrzną o liczbie zwojów z_w ,
- środkową o liczbie zwojów z_r ,
- zewnętrzną o liczbie zwojów z_z ,

i wymiarach podanych na rys. 3 a przedstawiono na rys. 3 b.

Biorąc pod uwagę rys. 3 strumień sprzężony np. z częścią zewnętrzną uzwojenia

$$\begin{aligned}
 \Psi_{z\sigma} &= \frac{\mu_0 i_z z_z^2}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_z} \left(1 - \frac{x_z}{a_z}\right)^2 (d_z + 2x_z) dx_z \right] \\
 &+ \frac{\mu_0 i_z z_z z_s}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_s} \left(1 - \frac{x_s}{a_s}\right) (d_s + 2x_s) dx_s \right] \\
 &+ \frac{\mu_0 i_z z_z z_w}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_w} \left(1 - \frac{x_w}{a_w}\right) (d_w + 2x_w) dx_w \right] \\
 &= \frac{\mu_0 i_z}{b} \left\{ z_z^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_z^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_z d_z}{3} + \frac{\pi a_z^2}{6} \right] + \right. \\
 &\left. + z_z z_s \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_s d_s}{2} + \frac{\pi a_s^2}{3} \right] + z_w z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] \right\}.
 \end{aligned} \quad (21)$$



Rys. 3. Uzwojenie dzielone na trzy części; a) wymiary geometryczne części uzwojenia i rdzenia magnetycznego, b) przekrój rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia

Fig. 3. A winding divided into three sections: a) dimensions of a winding section and a magnetic core, b) 2D distribution of the magnetic leakage flux density

Postępując analogicznie otrzymuje się zależność na strumień sprzężony z częścią
- środkową uzwojenia

$$\Psi_{s\sigma} = \frac{\mu_0 i}{b} \left\{ z_s^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_s d_s}{3} + \frac{\pi a_s^2}{6} \right] + \right. \\ \left. + z_s z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_s d_z}{2} + \frac{\pi a_s^2}{3} \right] + z_s z_w \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] \right\}, \quad (22)$$

- wewnętrzną uzwojenia

$$\Psi_{w\sigma} = \frac{\mu_0 i}{b} \left\{ z_w^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_w}{3} + \frac{\pi a_w^2}{6} \right] + \right. \\ \left. + z_w z_s \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_s}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] + z_w z_z \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_w d_z}{2} + \frac{\pi a_w^2}{3} \right] \right\}. \quad (23)$$

Składowa indukcyjności własnej uzwojenia dzielonego na trzy części wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia

$$L_{\sigma} = \frac{\Psi_{w\sigma} + \Psi_{s\sigma} + \Psi_{z\sigma}}{i} = L_{w\sigma} + L_{s\sigma} + L_{z\sigma} + 2M_{ws\sigma} + 2M_{wz\sigma} + 2M_{sz\sigma}. \quad (24)$$

Indukcyjności $L_{w\sigma}$, $L_{z\sigma}$, $M_{wz\sigma}$ określają wyrażenia (18), (19), (20), natomiast

$$L_{s\sigma} = z_s^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \frac{a_s l_s}{3} - \frac{\pi a_s^2}{6} \right], \quad (25)$$

$$M_{ws\sigma} = z_w z_s \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_w^2 - d_k^2) + \frac{a_w l_w}{2} - \frac{\pi a_w^2}{6} \right], \quad (26)$$

$$M_{sz\sigma} = z_s z_z \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_s^2 - d_k^2) + \frac{a_s l_s}{2} - \frac{\pi a_s^2}{6} \right], \quad (27)$$

przy czym średnia długość zwoju części środkowej uzwojenia

$$l_s = \pi(d_s + a_s). \quad (28)$$

Indukcyjności $L_{w\sigma}$, $L_{z\sigma}$, $L_{z\sigma}$, $M_{wz\sigma}$, $M_{wz\sigma}$, $M_{zw\sigma}$ można uważać za składowe indukcyjności własnych i wzajemnych niezależnych uzwojeń - wewnętrznego, środkowego i zewnętrznego - wynikające z pola rozproszenia magnetycznego.

Postępując analogicznie jak w rozpatrywanych przypadkach można określić składową L_{σ} indukcyjności własnej uzwojenia dzielonego na dowolną liczbę części. Zwykle jednak wystarcza podział na co najwyżej trzy części i z tego powodu nie jest prowadzona dalsza analiza. Określenie indukcyjności własnej uzwojenia cylindrycznego dzielonego jest niezbędne dla wyznaczania parametrów schematu zastępczego transformatora z uzwojeniami dzielonymi.

3. INDUKCYJNOŚĆ WZAJEMNA UZWOJEŃ DZIELONYCH

Indukcyjność wzajemna uzwojeń

$$M = M_{Fe} + M_{\sigma} \quad (29)$$

Podział i rozmieszczenie części składowych uzwojenia dzielonego w różnych odległościach od kolumny rdzenia nie zmieniają składowej indukcyjności wzajemnej wynikającej z pola magnetycznego głównego, którego linie zamykają się w rdzeniu magnetycznym, a więc

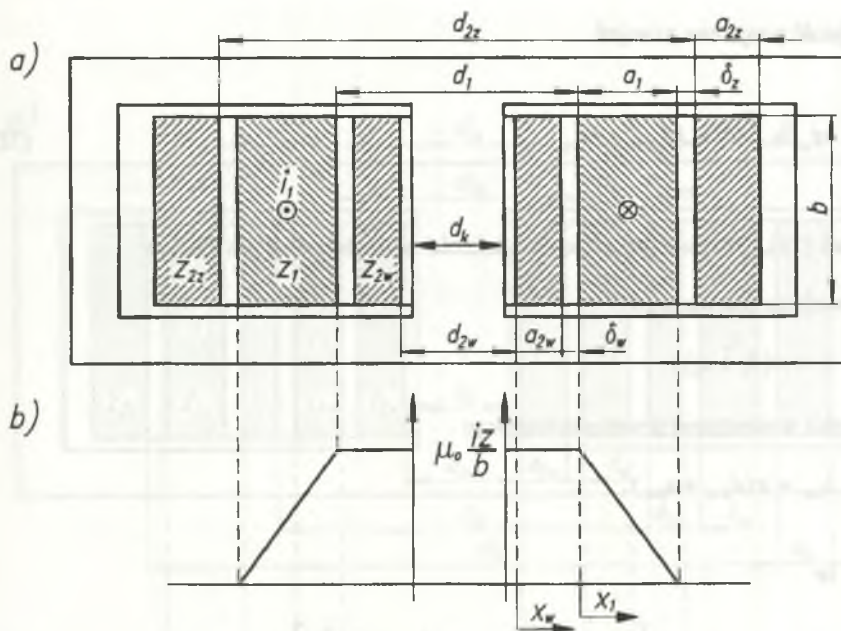
$$M_{Fe} = z_1 z_2 \Lambda_{Fe} \quad (30)$$

przy czym:

- z_1, z_2 - liczby zwojów uzwojeń,
- Λ_{Fe} - permeancja rdzenia magnetycznego.

Składowa indukcyjności wzajemnej uzwojeń M_{σ} wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia, którego linie w strefie uzwojeń zamykają się poza rdzeniem magnetycznym, zależy od podziału i rozmieszczenia części składowych uzwojeń. Określenie tej składowej wymaga ustalenia rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytworzonego przez prąd w jednym z uzwojeń.

Rozkład taki, przy tych samych założeniach, jakie przyjęto w p. 2 przy określaniu składowej L_{σ} indukcyjności własnej uzwojenia i przy prądzie i_1 w uzwojeniu pierwotnym, dla przypadku gdy uzwojenie wtórne o liczbie uzwojeń z_2 jest dzielone, przedstawiono na rys. 4 b.



Rys. 4. Transformator z dzielonym uzwojeniem wtórnym: a) wymiary geometryczne, uzwojeń i rdzenia magnetycznego, b) przekrój rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej przy przepływie prądu w uzwojeniu pierwotnym

Fig. 4. A transformer with divided secondary winding: a) dimensions of windings and a magnetic core, b) 2D distribution of the magnetic leakage flux density during the passage of current in the primary winding

Na podstawie rys. 4. strumień sprzężony z uzwojeniem wtórnym

$$\begin{aligned}
 \Psi_{2\sigma} &= \frac{\mu_0 i_1}{b} \left\{ z_1 z_{2z} \left[\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_1} \left(1 - \frac{x_1}{a_1}\right) (d_1 + 2x_1) dx_1 \right] \right. \\
 &\quad \left. + z_1 z_{2w} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2w}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{2w}} \left(1 - \frac{x_w}{a_{2w}}\right) (d_{2w} + 2x_w) dx_w \right] \right\} \\
 &= \frac{\mu_0 i_1}{b} \left\{ z_1 z_{2w} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2w}^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_{2w} d_{2w}}{2} + \frac{\pi a_{2w}^2}{3} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + z_1 z_{2z} \left[\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_k^2) + \frac{\pi a_1 d_1}{2} + \frac{\pi a_1^2}{3} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Indukcyjność wzajemna uzwojeń

$$M_{\sigma} = \frac{\Psi'_{2\sigma}}{i_1} = M_{1w\sigma} + M_{1z\sigma} \quad (32)$$

Z wyrażeń (31), (32) po uwzględnieniu zależności na średnie długości zwojów

- uzwojenia pierwotnego

$$l_1 = \pi(d_1 + a_1),$$

- części wewnętrznej uzwojenia wtórnego

$$l_{2w} = \pi(d_{2w} + a_{2w}),$$

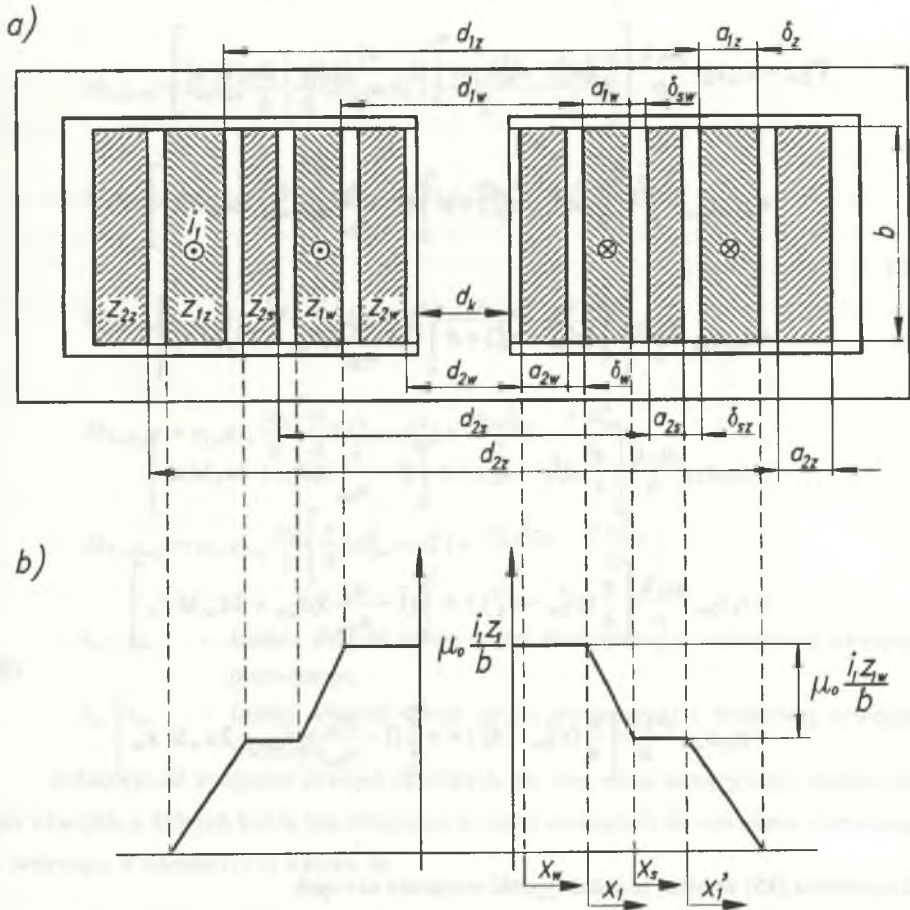
wynika, że

$$M_{1w\sigma} = z_1 z_{2w} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2w}^2 - d_k^2) + \frac{a_{2w} l_{2w}}{2} - \frac{\pi a_{2w}^2}{6} \right], \quad (33)$$

$$M_{1z\sigma} = z_1 z_{2z} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_k^2) + \frac{a_1 l_1}{2} - \frac{\pi a_1^2}{6} \right]. \quad (34)$$

W rozpatrywanym przypadku podziału tylko uzwojenia wtórnego składowa indukcyjności wzajemnej uzwojeń M_{σ} jest sumą składowych indukcyjności wzajemnych wynikających z pola rozproszenia par uzwojeń utworzonych z uzwojenia pierwotnego i części wewnętrznej uzwojenia wtórnego oraz uzwojenia pierwotnego i części zewnętrznej uzwojenia wtórnego.

Na rys. 5 przedstawiono transformator, w którym uzwojenie pierwotne jest dzielone na dwie, a uzwojenie wtórne na trzy części, oraz uproszczony rozkład indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytworzonego przez prąd i_1 w uzwojeniu pierwotnym.



Rys. 5. Transformator z dwuczęściowym podziałem uzwojenia pierwotnego i trójczęściowym uzwojenia wtórnego: a) wymiary geometryczne części uzwojeń i rdzenia magnetycznego, b) przekrój rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia przy prądzie i_1 w uzwojeniu pierwotnym

Fig. 5. A transformer with two-section primary winding and three-section secondary winding: a) dimensions of winding sections and a magnetic core, b) 2D distribution of the magnetic leakage flux density during the passage of current i_1 in the primary winding

Na podstawie rys. 5 strumień sprzężony z uzwojeniem wtórnym

$$\begin{aligned}
 \Psi_{2\sigma} = & z_{1z}z_{2z} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{1z}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{1z}} \left(1 - \frac{x'_1}{a_{1z}}\right) (d_{1z} + 2x'_1) d x'_1 \right] \\
 & + z_{1w}z_{2z} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{1w}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{1w}} \left(1 - \frac{x_1}{a_{1w}}\right) (d_{1w} + 2x_1) d x_1 \right] \\
 & + z_{1z}z_{2s} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2s}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{2s}} \left(1 - \frac{x_s}{a_{2s}}\right) (d_{2s} + 2x_s) d x_s \right] \\
 & + z_{1w}z_{2s} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{1w}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{1w}} \left(1 - \frac{x_1}{a_{1w}}\right) (d_{1w} + 2x_1) d x_1 \right] \\
 & + z_{1z}z_{2w} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2w}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{2w}} \left(1 - \frac{x_w}{a_{2w}}\right) (d_{2w} + 2x_w) d x_w \right] \\
 & + z_{1w}z_{2w} \frac{\mu_0 i_1}{b} \left[\frac{\pi}{4} (d_{2w}^2 - d_k^2) + \pi \int_0^{a_{2w}} \left(1 - \frac{x_w}{a_{2w}}\right) (d_{2w} + 2x_w) d x_w \right]
 \end{aligned} \tag{35}$$

Z wyrażenia (35) wynika, że indukcyjność wzajemna uzwojeń

$$M_{\sigma} = \frac{\Psi_{2\sigma}}{i_1} = M_{1z2\sigma} + M_{1z2s\sigma} + M_{1z2w\sigma} + M_{1w2z\sigma} + M_{1w2s\sigma} + M_{1w2w\sigma} \tag{36}$$

przy czym

$$\begin{aligned}
 M_{1z2z\sigma} &= z_{1z}z_{2z} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{1z}^2 - d_k^2) + \frac{a_{1z}l_{1z}}{2} - \frac{\pi a_{1z}^2}{6} \right] \\
 M_{1z2s\sigma} &= z_{1z}z_{2s} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{2s}^2 - d_k^2) + \frac{a_{2s}l_{2s}}{2} - \frac{\pi a_{2s}^2}{6} \right] \\
 M_{1z2w\sigma} &= z_{1z}z_{2w} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{2w}^2 - d_k^2) + \frac{a_{2w}l_{2w}}{2} - \frac{\pi a_{2w}^2}{6} \right] \\
 M_{1w2z\sigma} &= z_{1w}z_{2z} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{1w}^2 - d_k^2) + \frac{a_{1w}l_{1w}}{2} - \frac{\pi a_{1w}^2}{6} \right] \\
 M_{1w2s\sigma} &= z_{1w}z_{2s} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{1w}^2 - d_k^2) + \frac{a_{1w}l_{1w}}{2} - \frac{\pi a_{1w}^2}{6} \right] \\
 M_{1w2w\sigma} &= z_{1w}z_{2w} \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{\pi}{4}(d_{2w}^2 - d_k^2) + \frac{a_{2w}l_{2w}}{2} - \frac{\pi a_{2w}^2}{6} \right]
 \end{aligned} \tag{37}$$

l_{1w}, l_{1z} - średnia długość zwoju części wewnętrznej i zewnętrznej uzwojenia pierwotnego,

l_{2w}, l_{2s} - średnia długość zwoju części wewnętrznej i środkowej uzwojenia wtórnego.

Indukcyjność wzajemna uzwojeń dzielonych jest więc sumą indukcyjności wzajemnych par uzwojeń, z których każda jest utworzona z części należących do uzwojenia pierwotnego i wtórnego. Z wyrażień (37) wynika, że

$$M_{1w2z\sigma} = M_{1w2s\sigma} \frac{z_{2z}}{z_{2s}}; \quad M_{1z2w\sigma} = M_{1w2w\sigma} \frac{z_{1z}}{z_{1w}} \tag{38}$$

ponieważ indukcyjność wzajemna pary uzwojeń cylindrycznych zależy od iloczynu liczby zwojów oraz wymiarów geometrycznych rdzenia magnetycznego i uzwojenia wewnętrznego. Postępując analogicznie jak w rozpatrywanych przypadkach, można określić składową M_{σ} indukcyjności wzajemnej uzwojeń dzielonych na dowolną liczbę części. Określenie składowej M_{σ} indukcyjności wzajemnej dzielonych uzwojeń strony pierwotnej i wtórnej, których części są na przemian nałożone na siebie na kolumnie rdzenia magnetycznego, jest niezbędne dla wyznaczenia indukcyjności schematu zastępczego transformatora z takimi uzwojeniami.

4. PARAMETRY SCHEMATÓW ZASTĘPCZYCH TRANSFORMATORÓW Z DZIELONYMI UZWOJENIAMI CYLINDRYCZNYMI

Podany w p. 2 i 3 sposób analizy pozwala na określenie rezystancji, indukcyjności własnych i wzajemnych dowolnie podzielonych uzwojeń strony pierwotnej i wtórnej transformatora.

Zgodnie z [3] na rys. 1 przedstawiono schemat zastępczy transformatora dwuuzwojeniowego przy stronie wtórnej sprowadzonej na stronę pierwotną. W schemacie tym, w przypadku uzwojeń dzielonych:

– rezystancja

$$R_1 = \frac{k_1}{\gamma S_1} \sum_{n=1}^{m_1} z_{1n} l_{1n} \quad (39)$$

$$R'_2 = \frac{k_2}{\gamma S_2} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \sum_{n=1}^{m_2} z_{2n} l_{2n} \quad (40)$$

przy czym:

m_1 - liczba części uzwojenia pierwotnego,

m_2 - liczba części uzwojenia wtórnego,

– indukcyjność

$$L_{11} = L_{1\sigma} - \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma}, \quad (41)$$

$$L'_{12} = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 L_{2\sigma} - \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma}, \quad (42)$$

$$L_T = L_{1Fe} + \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma}, \quad (43)$$

przy czym:

$$L_{1Fe} = z_1^2 A_{Fe}, \quad (44)$$

$L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$ - składowe indukcyjności własnych uzwojeń dzielonych wynikające z pola magnetycznego rozproszenia,

M_{σ} - składowa indukcyjności wzajemnej uzwojeń dzielonych wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia.

W p. 3 określono wpływ podziału uzwojeń na indukcyjność M_{σ} , lecz

$$z_1^2 A_{Fe} \gg \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma}$$

i z tego powodu indukcyjność L_T schematu zastępczego praktycznie nie zależy od podziału uzwojeń.

4.1. Transformator z dzielonym uzwojeniem wtórnym

Dla transformatora z dzielonym uzwojeniem wtórnym (rys. 4 a) rezystancje schematu zastępczego zgodnie z wyrażeniami (39), (40) wynoszą

$$R_1 = \frac{k_1 z_1 l_1}{\gamma S_1}, \quad (45)$$

$$R_2' = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \frac{k_2}{\gamma S_2} (z_{2w} l_{2w} + z_{2z} l_{2z}), \quad (46)$$

natomiast zgodnie z wyrażeniami (4), (16), (32)

– indukcyjność rozproszenia uzwojenia pierwotnego

$$L_{1\sigma} = z_1^2 \left[\frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_k^2) + \frac{a_1 l_1}{3} - \frac{\pi a_1^2}{6} \right] \quad (47)$$

– indukcyjność rozproszenia uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma} = L_{2w\sigma} + L_{2z\sigma} + 2M_{2w2z\sigma}, \quad (48)$$

– składowa indukcyjności wzajemnej, wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia

$$M_{\sigma} = M_{12w\sigma} + M_{12z\sigma}. \quad (49)$$

Liczby zwojów części składowych uzwojenia wtórnego wynoszą

$$z_{2w} = c_2 z_2, \quad z_{2z} = (1 - c_2) z_2, \quad (50)$$

natomiast z rys. 4 a wynika, że

$$\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_{2w}^2) = a_{2w}l_{2w} + \delta_w l_{\delta w} \quad (51)$$

Po wprowadzeniu wyrażeń (33), (34), (47), (49), (50), (51) do zależności (41) indukcyjność rozproszenia schematu zastępczego

$$L_{11} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left\{ -\frac{a_1 l_1}{6} + c_2 \left[\frac{a_1 l_1}{2} + \frac{a_{2w} l_{2w}}{2} + \delta_w l_{\delta w} - \frac{\pi}{6}(a_1^2 - a_{2w}^2) \right] \right\} \quad (52)$$

Na podstawie rys. 4a

$$\frac{\pi}{4}(d_{2z}^2 - d_1^2) = a_1 l_1 + \delta_z l_{\delta z} \quad (53)$$

$$\frac{\pi}{4}(d_{2z}^2 - d_{2w}^2) = a_1 l_1 + a_{2w} l_{2w} + \delta_w l_{\delta w} + \delta_z l_{\delta z}$$

Po wprowadzeniu wyrażeń (18), (19), (20), (33), (34), (48), (49), (50), (51), (53) do zależności (42) indukcyjność rozproszenia schematu zastępczego

$$\begin{aligned} L'_{12} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left\{ c_2^2 \left[\frac{a_{2w} l_{2w}}{3} + \frac{a_{2z} l_{2z}}{3} + a_1 l_1 + \delta_w l_{\delta w} + \delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_{2w}^2) \right] \right. \\ \left. - c_2 \left[\frac{a_{2w} l_{2w}}{2} + \frac{2a_{2z} l_{2z}}{3} + \frac{3a_1 l_1}{2} + \delta_w l_{\delta w} + 2\delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_{2w}^2) - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_1^2) \right] \right. \\ \left. + \frac{a_{2z} l_{2z}}{3} + \frac{a_1 l_1}{2} + \delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_1^2) \right\} \quad (54) \end{aligned}$$

Z wyrażeń (52), (54) wynika, że indukcyjność zwarcia

$$\begin{aligned} L_{12} = L_{r1} + L'_{12} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left\{ c_2^2 \left[\frac{a_{2w} l_{2w}}{3} + \frac{a_{2z} l_{2z}}{3} + a_1 l_1 + \delta_w l_{\delta w} + \delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_{2w}^2) \right] \right. \\ \left. - c_2 \left[\frac{2a_{2z} l_{2z}}{3} + a_1 l_1 + 2\delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{3}(a_{2z}^2 - a_1^2) \right] + \frac{a_{2z} l_{2z}}{3} + \frac{a_1 l_1}{3} + \delta_z l_{\delta z} - \frac{\pi}{6}(a_{2z}^2 - a_1^2) \right\} \quad (55) \end{aligned}$$

Przy jednakowych wysokościach grubości części składowych uzwojenia wtórnego

$$a_{2w} = c_2 a_2, \quad a_{2z} = (1 - c_2) a_2 \quad (56)$$

i przyjmując $\delta_w = \delta$, $l_{2w} = l_2$ przy $c_2 = 1$, a więc przy nie podzielonym wewnętrznym uzwojeniu wtórnym na podstawie wyrażeń (52), (54), (55) otrzymuje się

$$L_{r1} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{3} + \frac{a_2 l_2}{2} + \delta l_\delta - \frac{\pi}{6} (a_1^2 - a_2^2) \right]$$

$$L'_{r2} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left(-\frac{a_2 l_2}{6} \right) \quad (57)$$

$$L_z = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{3} + \frac{a_2 l_2}{3} + \delta l_\delta - \frac{\pi}{6} (a_1^2 - a_2^2) \right]$$

Zależności (57) są takie same, jak przytoczone we wstępie zależności (5), (6), (8), odpowiadające składowi uzwojeń przedstawionemu na rys. 1 a. Z zależności (52), (54), (55), (56) wynika, że dla $c_2 = 0,5$, a więc przy symetrycznym podziale uzwojenia wtórnego na część wewnętrzną i zewnętrzną

$$L_{r1} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{12} + \frac{a_2 l_{2w}}{8} + \frac{\delta_w l_{\delta w}}{2} - \frac{\pi}{12} \left(a_1^2 - \frac{a_2^2}{4} \right) \right]$$

$$L'_{r2} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[-\frac{a_2 l_{2w}}{12} + \frac{a_2 l_{2z}}{24} + \frac{\delta_z l_{\delta z} - \delta_w l_{\delta w}}{4} - \frac{\pi}{12} \left(\frac{a_2^2}{4} - a_1^2 \right) \right] \quad (58)$$

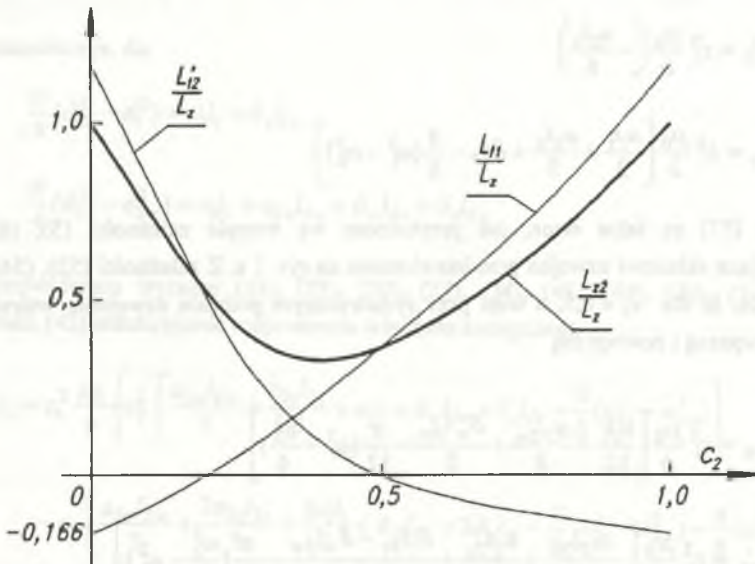
$$L_{z2} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_1}{12} + \frac{a_2 (l_{2w} + l_{2z})}{24} + \frac{\delta_z l_{\delta z} + \delta_w l_{\delta w}}{4} \right]$$

Przybliżoną ocenę wpływu podziału uzwojenia wtórnego na parametry schematu zastępczego i indukcyjność zwarcia transformatora można przeprowadzić na podstawie zależności

$$\frac{L_{r1}}{L_z} = f(c_2); \quad \frac{L'_{r2}}{L_z} = f(c_2); \quad \frac{L_{z2}}{L_z} = f(c_2)$$

przy czym

- L_z - indukcyjność zwarcia transformatora bez podziału uzwojeń określona zależnością (8),
- L_{11}, L'_{12}, L_{22} - określają zależności (52), (54), (55), które przedstawiono na rys. 6, przyjmując $a_1 = a_2 = a$, $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, $l_1 = l_{2w} = l_{5w} = l_{6z} = l$, $\delta/a = 1/3$, $a/l = 1/10\pi$.



Rys. 6. Przybliżony wpływ podziału uzwojenia wtórnego na indukcyjności L_{11} , L'_{12} schematu zastępczego i indukcyjność zwarcia transformatora

Fig. 6. Approximate influence of dividing of the secondary winding on the equivalent circuit inductances L_{11} , L'_{12} and the short-circuit inductance of a transformer

Zależności przedstawione na rys. 6 określają możliwości kształtowania indukcyjności rozproszenia schematu zastępczego i indukcyjności zwarcia transformatora przez podział uzwojenia wtórnego. Indukcyjność zwarcia można zmniejszyć maksymalnie około dwukrotnie w porównaniu z indukcyjnością zwarcia transformatora bez podziału uzwojenia wtórnego. Zmianom indukcyjności zwarcia wynikającym z podziału uzwojenia wtórnego towarzyszą zmiany indukcyjności rozproszenia L_{11} , L'_{12} schematu zastępczego.

4.2. Transformator z dwuczęściowym podziałem uzwojenia pierwotnego i trójczęściowym uzwojenia wtórnego

Dla takiego transformatora (rys. 5 a) rezystancje schematu zastępczego zgodnie z wyrażeniami (39), (40) wynoszą

$$R_1 = \frac{k_1}{\gamma S_1} (z_{1w} l_{1w} + z_{1z} l_{1z}), \quad (59)$$

$$R_2^z = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \frac{k_2}{\gamma S_2} (z_{2w} l_{2w} + z_{2s} l_{2s} + z_{2z} l_{2z}), \quad (60)$$

natomiast

- indukcyjności rozproszenia uzwojeń $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ określają zależności (16), (24),
- składową indukcyjności wzajemnej uzwojeń wynikającą z pola magnetycznego rozproszenia określa zależność (36).

Liczby zwojów części składowych uzwojenia

- pierwotnego

$$z_{1w} = c_1 z_1, \quad z_{1z} = (1 - c_1) z_1, \quad (61)$$

- wtórnego

$$z_{2w} = c_{2w} z_2, \quad z_{2s} = c_{2s} z_2, \quad z_{2z} = c_{2z} z_2. \quad (62)$$

Po wprowadzeniu wyrażeń (16), (18), (19), (20), (36), (37), (61), (62) do zależności (41) po dodatkowym uwzględnieniu wyrażeń

$$\frac{\pi}{4} (d_{1w}^2 - d_{2w}^2) = a_{2w} l_{2w} + \delta_w l_{\delta w}, \quad (63)$$

$$\frac{\pi}{4} (d_{2s}^2 - d_{1w}^2) = a_{1w} l_{1w} + \delta_{sw} l_{\delta sw}, \quad (64)$$

$$\frac{\pi}{4} (d_{1z}^2 - d_{2s}^2) = a_{2s} l_{2s} + \delta_{sz} l_{\delta sz}, \quad (65)$$

wynikających z rys. 5a, indukcyjność rozproszenia schematu zastępczego

$$\begin{aligned}
 L_{z1} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} & \left[c_1(1-c_1+c_{2w}) \left(\frac{a_{1w}l_{1w}}{2} - \frac{\pi}{6} a_{1w}^2 \right) - c_1^2 \frac{a_{1w}l_{1w}}{6} + (1-c_1)(1-c_1+c_{2z}) \left(\frac{a_{1z}l_{1z}}{2} - \frac{\pi}{6} a_{1z}^2 \right) \right. \\
 & - (1-c_1)^2 \frac{a_{1z}l_{1z}}{6} + c_{2w} \left(\frac{a_{2w}l_{2w}}{2} + \frac{\pi}{6} a_{2w}^2 \right) - (1-c_1)c_{2z} \left(\frac{a_{2z}l_{2z}}{2} - \frac{\pi}{6} a_{2z}^2 \right) \\
 & \left. - (c_1-c_{2w})(1-c_1)(a_{1w}l_{1w} + \delta_{sw}l_{\delta sw}) + c_{2w}\delta_w l_{\delta w} + (1-c_1)(1-c_1-c_{2z})(a_{2s}l_{2s} + \delta_{sz}l_{\delta sz}) \right]
 \end{aligned} \quad (66)$$

Po wprowadzeniu wyrażeń (18), (19), (20), (24), (25), (26), (27), (36), (37), (61), (62) do zależności (42) po dodatkowym uwzględnieniu wyrażeń (63), (64), (65) oraz wyrażenia

$$\frac{\pi}{4} (d_{2z}^2 - d_{1z}^2) + a_{1z}l_{1z} + \delta_z l_{\delta z} \quad (67)$$

indukcyjność rozproszenia schematu zastępczego

$$\begin{aligned}
 L'_{12} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} & \left\{ c_{2w}(c_{2s}+c_{2z}) \left(\frac{a_{2w}l_{2w}}{2} - \frac{\pi a_{2w}^2}{6} \right) - c_{2w}^2 \frac{a_{2w}l_{2w}}{6} + c_{2s}(2c_{2z}+c_{2s}+c_1-1) \left(\frac{a_{2s}l_{2s}}{2} - \frac{\pi a_{2s}^2}{6} \right) \right. \\
 & - c_{2s}^2 \frac{a_{2s}l_{2s}}{6} + c_{2z}^2 \left(\frac{a_{2z}l_{2z}}{2} - \frac{\pi a_{2z}^2}{6} \right) - c_{2z}^2 \frac{a_{2z}l_{2z}}{6} - c_1(c_{2s}+c_{2z}) \left(\frac{a_{1w}l_{1w}}{2} - \frac{\pi a_{1w}^2}{6} \right) \\
 & - (1-c_1)c_{2z} \left(\frac{a_{1z}l_{1z}}{2} - \frac{\pi a_{1z}^2}{6} \right) + c_{2z}^2 (a_{1z}l_{1z} + \delta_z l_{\delta z}) + c_{2z}(c_1+c_{2z}-1)(a_{2s}l_{2s} + \delta_{sz}l_{\delta sz}) \\
 & + [c_{2z}(c_1+c_{2z}-1) + c_{2s}(2c_{2z}+c_{2s}+c_1-1)](a_{1w}l_{1w} + \delta_{sw}l_{\delta sw}) \\
 & \left. + [c_{2z}(c_{2z}-1) + c_{2s}(c_{2z}-c_{2w})](a_{2w}l_{2w} + \delta_w l_{\delta w}) \right\}
 \end{aligned} \quad (68)$$

Z wyrażen (66), (68) wynika, że indukcyjność zwarcia

$$\begin{aligned}
 L_{23} = z_1^2 \frac{\mu_0}{b} & \left\{ c_1(2c_{2w} - c_1) \left(\frac{a_{1w}l_{1w}}{2} - \frac{\pi a_{1w}^2}{6} \right) - c_1^2 \frac{a_{1w}l_{1w}}{6} + (1-c_1)(1-c_1-2c_{2z}) \left(\frac{a_{1z}l_{1z}}{2} - \frac{\pi a_{1z}^2}{6} \right) \right. \\
 & - (1-c_1)^2 \frac{a_{1z}l_{1z}}{6} + c_{2w}(2-c_{2w}) \left(\frac{a_{2w}l_{2w}}{2} - \frac{\pi a_{2w}^2}{6} \right) - c_{2w}^2 \frac{a_{2w}l_{2w}}{6} + \\
 & + c_{2s}(2c_1 + c_{2z} - c_{2w} - 1) \left(\frac{a_{2s}l_{2s}}{2} - \frac{\pi a_{2s}^2}{6} \right) - c_{2s}^2 \frac{a_{2s}l_{2s}}{6} + c_{2z}^2 \left(\frac{a_{2z}l_{2z}}{3} - \frac{\pi a_{2z}^2}{6} \right) \\
 & + c_{2w}\delta_w l_{\delta w} + c_{2z}^2(a_{1z}l_{1z} + \delta_z l_{\delta z}) + [c_1^2 + 2c_{2w}(1-c_1) + (c_{2s} + c_{2w})^2 - 1](a_{1w}l_{1w} + \delta_{sw}l_{\delta sw}) \\
 & \left. - c_{2w}(c_{2s} + c_{2z})(a_{2w}l_{2w} + \delta_w l_{\delta w}) + [1 - 2c_1 - 2c_{2z} + (c_1 + c_{2z})^2](a_{2s}l_{2s} + \delta_{sz}l_{\delta sz}) \right\} \quad (69)
 \end{aligned}$$

Zależności (66), (68), (69) są ogólnymi zależnościami określającymi indukcyjności L_{11} , L'_{12} schematu zastępczego (rys. 1b) i indukcyjność zwarcia transformatora z dowolnymi podziałami uzwojenia pierwotnego na dwie, a uzwojenia wtórnego na trzy części, określonymi współczynnikami $c_1, c_{2w}, c_{2s}, c_{2z}$. Przyjęto również dowolne szczeliny $\delta_w, \delta_{sw}, \delta_{sz}, \delta_z$ między częściami uzwojeń. Zwykle podział uzwojeń jest symetryczny, a więc $c_1 = 1/2$, $c_{2w} = c_{2s} = c_{2z} = 1/3$ i jeżeli przyjmie się jednakowe wysokości uzwojeń, wówczas

$$a_{1w} = a_{1z} = \frac{1}{2} a_1 \qquad a_{2w} = a_{2s} = a_{2z} = \frac{1}{3} a_2$$

Dla symetrycznego podziału uzwojeń o jednakowych wysokościach na podstawie zależności (66), (68), (69)

$$\begin{aligned}
 L_{11s} &= z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_{1w}}{24} + \frac{a_2 l_{2w}}{18} + \frac{\delta_w l_{\delta w}}{3} + \frac{\delta_{sz} l_{\delta sz} - \delta_{sw} l_{\delta sw}}{12} - \frac{\pi}{12} \left(\frac{a_1^2}{4} - \frac{a_2^2}{9} \right) \right] \\
 L'_{i2s} &= z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[-\frac{a_1 l_{1w}}{36} + \frac{a_1 l_{1z}}{72} - \frac{7a_2 l_{2w}}{162} + \frac{a_2 l_{2s}}{324} + \frac{a_2 l_{2z}}{81} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta_{sw} l_{\delta sw} + \delta_z l_{\delta z}}{9} - \frac{\delta_{sz} l_{\delta sz} + 4\delta_w l_{\delta w}}{18} + \frac{\pi}{12} \left(\frac{a_1^2}{4} - \frac{a_2^2}{9} \right) \right] \\
 L_{z3s} &= z_1^2 \frac{\mu_0}{b} \left[\frac{a_1 l_{1w} + a_1 l_{1z}}{72} + \frac{a_2 l_{2w} + a_2 l_{2z}}{81} + \frac{a_2 l_{2s}}{324} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\delta_w l_{\delta w} + \delta_z l_{\delta z}}{9} + \frac{\delta_{sw} l_{\delta sw} + \delta_{sz} l_{\delta sz}}{36} \right]
 \end{aligned} \tag{70}$$

Przybliżoną ocenę wpływu podziału obu uzwojeń na parametry schematu zastępczego i indukcyjność zwarcia transformatora można podać porównując te wielkości z analogicznymi wielkościami dla transformatora z symetrycznym podziałem tylko uzwojenia wtórnego (p. 4.1).

$$\begin{aligned}
 \text{Przyjmując } a_1 = a_2 = a, \quad l_{1w} = l_{1z} = l_{2w} = l_{2s} = l_{2z} = l_{\delta w} = l_{\delta sw} = l_{\delta sz} = l_{\delta z} = l, \\
 \delta_w = \delta_s = \delta_{sz} = \delta_z = \delta, \quad \delta/a = 1/3, \quad al = 1/10\pi
 \end{aligned}$$

na podstawie zależności (58), (70) otrzymuje się

$$\frac{L_{11s}}{L_{11}} = 0,563 \qquad \frac{L'_{i2s}}{L'_{i2}} = 3,55 \qquad \frac{L_{z3s}}{L_{z2}} = 0,444$$

przy czym $L'_{i2s} < 0$, $L'_{i2} < 0$, $|L'_{i2s}| < L_{11s}$.

Z przybliżonego porównania wynika, że symetryczny podział uzwojenia pierwotnego na dwie, a uzwojenia wtórnego na trzy części pozwala na ok. dwukrotne zmniejszenie indukcyjności zwarcia w porównaniu z indukcyjnością zwarcia transformatora o symetrycznym podziale tylko uzwojenia wtórnego. Przy podziale niesymetrycznym uzyskuje się indukcyjności zwarcia z przedziału ($L_{z3s} + L_{i2s}$). Zmianom indukcyjności zwarcia zawsze towarzyszą zmiany indukcyjności rozproszenia schematu zastępczego transformatora. Uwzględniając zależność $L_{z2}/L_z = f(c_2)$, podaną na rys. 6, można stwierdzić, że przez symetryczny podział uzwojenia pierwotnego na dwie, a uzwojenia wtórnego na trzy części można zmniejszyć indukcyjność zwarcia transformatora ok. cztery razy w porównaniu z transformatorem o uzwojeniach nie dzielonych.

5. UWAGI KOŃCOWE

W pracy przedstawiono sposób określenia składowych indukcyjności własnych i wzajemnych, wynikających z pola magnetycznego rozproszenia dla dowolnie dzielonych uzwojeń cylindrycznych, których części są nałożone na siebie na kolumnie rdzenia magnetycznego. Podane zależności na indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń wykorzystuje się do określenia indukcyjności rozproszenia schematu zastępczego i indukcyjności zwarcia transformatora z uzwojeniami dzielonymi. Wykazano, że podział uzwojeń pozwala na kształtowanie w szerokim przedziale indukcyjności zwarcia transformatora, jeżeli liczba m dowolnych części jednego z uzwojeń, np. wtórnego, jest o jeden większa od liczby części uzwojenia pierwotnego. Zmianom indukcyjności zwarcia zawsze towarzyszą zmiany indukcyjności rozproszenia schematu zastępczego transformatora. Wykazano, że w zależności od podziału i rozmieszczenia części składowych uzwojeń jedna z indukcyjności rozproszenia schematu zastępczego może być ujemna.

Podane szczegółowe zależności dla transformatora

- z dzielonym tylko uzwojeniem wtórnym,
 - z uzwojeniem pierwotnym dzielonym na dwie i uzwojeniem wtórnym na trzy części
- mogą być rozszerzone na transformatory o dowolnych liczbach części uzwojenia pierwotnego i wtórnego.

LITERATURA

1. Jabłoński M.: Transformatory. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, 1994.
2. Jezierski E.: Transformatory - podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1975.
3. Mizia W.: Wpływ rozmieszczenia uzwojeń cylindrycznych na parametry schematu zastępczego transformatora dwuuzwojeniowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "ELEKTRYKA", nr 138, Gliwice 1994.
4. Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne schematów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.

Recenzent: Dr hab. inż. Jerzy Hickiewicz, prof. WSI Opole

Wpłynęło do Redakcji dnia 1 grudnia 1995 r.

Abstract

The paper deals with a two-winding transformer with divided cylindrical windings of both primary and secondary sides. Sections of these windings are alternately placed on each other around the magnetic core column. Self and mutual inductance components basing on magnetic leakage for the divided cylindrical windings has been presented. The given relationships make possible to determine the equivalent circuit inductance and the short-circuit inductance of the transformer. It has been proved that dividing of windings enables to change the transformer short-circuit inductance in a wide range if the number of any sections of one winding is greater by one than the number of the other winding sections. Changes of the short-circuit inductance always go together with changes of the leakage inductance of the transformer equivalent circuit. Fig. 6 shows this relation in case of dividing of the secondary winding only. It has been proved that one of the transformer equivalent circuit inductances may be negative which depends on dividing and arrangement of the winding sections.