

Agnieszka KROK\*  
Politechnika Krakowska

## ZASTOSOWANIE SZTUCZNYCH SIECI NEURONOWYCH I FILTRU KALMANA DO MODELOWANIA PĘTLI HISTEREZY OD OBCIĄŻEŃ NISKOCYKLICZNYCH PRÓBEK BETONOWYCH

**Streszczenie.** Filtr Kalmana, jako metoda uczenia Sztucznych Sieci Neuronowych, została wykorzystana w celu modelowania prób zniszczenia niskocyklowego typu „rozciąganie-rozciąganie” oraz predykcji zachowania się materiału pod wpływem zadanego obciążenia.

## SIMULATION OF HYSTERESIS LOOPS FOR CYCLIC LOADING OF CONCRETE SPECIMENS USING NEURAL NETWORKS WITH KALMAN FILTERING

**Summary.** Kalman filtering is used as a learning method for the training of Feed-forward Layered Neural Networks (FLNN). These networks were applied to the simulation of hysteresis loops obtained by the experiment of cyclic loading of concrete specimens. Prediction of material behavior under given loading is also done.

### 1. Wprowadzenie – tematyka rozprawy doktorskiej

Niniejszy referat stanowi prezentację jednego z zagadnień pracy doktorskiej autorki, poświęconej analizie wybranych zagadnień mechaniki konstrukcji i materiałów za pomocą SSN, uczonych algorytmem filtrowania Kalmana. Pełen zakres pracy obejmuje następujące problemy z zakresu mechaniki:

1. *W dziedzinie mechaniki konstrukcji, symulację lub predykcję:*

- przyspieszeniowych spektrów odpowiedzi od wstrząsów górniczych, por [8],

---

\* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Zenon Waszczyszyn

- przemieszczeniowych spektrów odpowiedzi (PSO) od wstrząsów w kamieniołomach, por. [10].

2. *W dziedzinie mechaniki materiałów, w zakresie symulacji i predykcji pętli histerezy od obciążeń niskocyklicznych:*

- zależność siła-przemieszczenie dla kompozytu hierarchicznego, por.[7],

- zależność między odkształceniem a naprężeniem dla stali nierdzewnej, [11],

- zależność między naprężeniem nominalnym a wydłużeniem/odkształceniem dla grup próbek betonowych – problem przedstawiony w niniejszej pracy.

Wszystkie rozpatrywane problemy oparte były na analizie rzeczywistych danych doświadczalnych, pochodzących z ośrodków eksperymentalnych oraz badań terenowych. Rezultaty obliczeń za pomocą SSN, uczonych algorytmem filtra Kalmana, zostały otrzymane w oparciu o własne oprogramowanie, zaimplementowane w systemie do obliczeń naukowo-inżynierskich MATLAB [6].

## 2. Sztuczne Sieci Neuronowe

Sztuczne Sieci Neuronowe (SSN) to algorytmy zapisane w jednym z języków programowania, których działanie inspirowane jest obserwacją struktury i sposobu przesyłania i przetwarzania informacji w systemie nerwowym istot żywych [1]. Do głównych cech przetwarzania danych, za pomocą SSN, które wykorzystane zostały dla celów modelowania zjawisk zachodzących w rozważanym materiale, pod wpływem obciążenia cyklicznego, należą [2]:

- a) zdolność SSN do adaptacji wartości swoich wag w zależności od zmieniającego się środowiska (zbioru uczącego przykładów),
- b) zdolności generalizacyjne prawidłowo nauczonej SSN do rozszerzania zbioru przykładów, na których potrafi działać efektywnie, poza te ze zbioru uczącego,
- c) niejawni charakter modelowania, który umożliwił stworzenie neuronowego modelu zachodzących w materiale zjawisk, bez konieczności tworzenia modelu matematycznego.

### 3. DEKF w sieci neuronowej

W obecnej pracy zastosowano algorytm filtra Kalmana (FK) do uczenia SSN, por. [1]. FK został opracowany w latach 60., jako narzędzie analizy liniowych procesów nieliniowych, [1]. Wykorzystanie filtra Kalmana, jako metody uczenia nadzorowanego SSN, zakłada dostosowanie ogólnego modelu na potrzeby analizy dyskretnego procesu stochastycznego, jaki stanowi proces obliczania wartości parametrów (wag neuronów i biasów) SSN. Wektor parametrów sieci w utożsamiany jest z wektorem stanu, występującym w równaniu procesu (1), a dane pomiarowe są składowymi wektora wyjścia  $y$ , występującego w równaniu pomiarowym (2). Nieliniowy (rozszerzony – Extended Kalman Filter - EKF), dyskretny model dla SSN przyjmuje postać:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) + \boldsymbol{\omega}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{h}_k(\mathbf{w}(k), \mathbf{x}(k)) + \mathbf{n}(k) \quad (2)$$

gdzie:  $k$  – dyskretny krok czasowy,  $\mathbf{w}$  – wektor parametrów sieci (składowymi wektora są wagi połączeń i czynniki stałe (biasy) neuronów),  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$  – wektory we/wy SSN,  $\mathbf{h}_k$  – nieliniowa funkcja wektorowa, reprezentująca strukturę SSN,  $\boldsymbol{\omega}(k)$ ,  $\mathbf{v}(k)$  ciągi losowe typu gaussowskiego (białe szумы), o znanych charakterystykach statystycznych.

W niniejszej pracy stosujemy filtry rozprężone (Decoupled EKF), polegające na pominięciu interakcji między grupami wag. Pojedynczą grupę utożsamiamy z neuronem o numerze  $i$  (Node - Decoupled EKF), przyjmując wektor parametrów  $\mathbf{w}_i$ , złożony z wag połączeń, dochodzących do neuronu oraz jego biasu. Algorytm DEKF dostosowany do uczenia poszczególnych neuronów opiera się na następujących zależnościach, por. [1], s. 34:

$$\mathbf{A}(k) = [\mathbf{R}(k) + \sum_{i=1}^g \mathbf{H}_i^T(k) \mathbf{P}_i(k)]^{-1}$$

$$\mathbf{K}_i(k) = \mathbf{P}_i(k) \mathbf{H}_i(k) \mathbf{A}(k)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}(k)$$

$$\hat{\mathbf{w}}_i(k+1) = \hat{\mathbf{w}}_i(k) + \mathbf{K}_i(k) \boldsymbol{\varepsilon}(k) \quad (3)$$

$$\mathbf{P}_i(k+1) = \mathbf{P}_i(k) - \mathbf{K}_i(k) \mathbf{H}_i^T(k) \mathbf{P}_i(k) + \mathbf{Q}_i(k)$$

gdzie:  $\mathbf{K}_i(k)$  – macierz wzmocnienia,  $\mathbf{P}_i(k)$  - macierz kowariancji błędów filtracji,  $\hat{\mathbf{w}}_i(k)$ ,  $\hat{\mathbf{y}}_i(k)$  – estymaty wektorów wag i wyjścia z sieci. Podczas realizacji algorytmu (3) obliczana jest macierz linearyzacji równania (2) o postaci:

$$\mathbf{H}_i(k) = \frac{\partial \mathbf{h}_i(k, \mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \Big|_{\mathbf{w} = \hat{\mathbf{w}}_i(k)} \quad (4)$$

#### 4. Neuronowe modelowanie pętli histerezy od obciążeń niskocyklicznych dla próbek betonowych

Doświadczenia w postaci prób typu cyklicznego: „rozciąganie-rozciąganie” (graniczne wartości cyklu dla jednoosiowego stanu naprężeń rozciągających) wykonano na 12 cylindrycznych próbkach betonowych o wymiarach 3x3x6 [in.], por. [5]. Obciążenie przykładano wg następującego schematu, realizując co najmniej 7 pełnych cykli obciążenia każdej próbki:

- 1) monotoniczne zwiększanie obciążenia osiowego do osiągnięcia wartości maksymalnej, odpowiadającej wytrzymałości betonu na rozciąganie,
- 2) odciążanie do uzyskania wartości obciążenia ok. 0 [Ksi],
- 3) dociążanie próbki do uzyskania maksymalnej wartości naprężenia,
- 4) ponowne odciążenie i dociążenie wg 2.-3., por. rys. 1.

#### 5. Wzorce uczące, testujące i struktury sieci

Dysponowano krzywymi zależności naprężeń nominalnych  $\sigma$  od odkształceń  $\epsilon$ , interpolowanymi liniowo w [5]. Wykonano ich digitalizację, ze stałą długością kroku, którą wyznaczała przyjęta jednostka odkształcenia, skalując pomiary do [0.1,0.9]. Do uczenia sieci przeznaczono 6 pierwszych pętli histerezy, na które składały się 273 punkty pomiarowe. Zdolności generalizacyjne sieci były sprawdzane na zbiorze testowym, przyjętym w postaci 2 ostatnich pętli rozpatrywanych krzywych (132 punkty pomiarowe). Przyjęcie takiego podziału, w przypadku prawidłowo nauczonej SSN, pozwala na predykcję zachowania się materiału w dalszej części eksperymentu, na podstawie danych dotyczących wcześniejszej fazy doświadczenia.

Rozpatrywano szereg wektorów wejścia do SSN, dzieląc je na różne grupy, zależnie od rodzaju wprowadzanej informacji. Najefektywniejsze dobrane wektory wejścia przedstawiono w tabeli 1, gdzie  $k$  - oznacza numer bieżącego wzorca uczącego lub testowego, związanego z numerem punktu na zdigitalizowanej krzywej histerezy ( $k = 1, \dots, 405$ ). Parametr wejściowy

*licznik* dobrano, numerując wzorce w obrębie każdej z pętli histerezy oddzielnie, normalizując wskaźnik do przedziału [0,1]. Dodatkowo przyjęto parametry wejściowe *licznik\_1* oraz *licznik\_2* tak, by rozróżnić fazę wzrostu wartości naprężeń (obciążenie materiału) od fazy malenia wartości naprężeń (odciążenie materiału). Wielkość *licznik\_1* otrzymano numerując (oddzielnie do każdej pętli) kolejno wzorce w fazie obciążenia, następnie oddzielnie kolejno w fazie odciążenia, ponownie normalizując wskaźnik do przedziału [0,1]. Parametr *licznik\_2(i)* skonstruowano poprzez przekształcenie parametru *licznik\_1(i)* przez funkcję afiniczną, tak by przyjmował on wartość największą równą 0.9, najmniejszą równą 0.1, czyli do przedziału takiego samego, jak przeskalowane, podawane SSN, elementy zbioru uczącego.

Rozważano SSN dwuwarstwową, o jednokierunkowej wewnętrznej transmisji sygnału, o niewielkiej ilości parametrów, o architekturze 3-6-3-1 z bipolarnymi funkcjami aktywacji  $F(v) = (1 - \exp(-v)) / (1 + \exp(-v))$  dla neuronów warstw ukrytych i dla wyjścia oraz dodatkowo dla wektorów wejściowych, zawierających poprzednią wartość naprężenia podaną przez SSN,  $\sigma$  (ssn), rozważano połączenie rekurencyjne wejścia z wyjściem typu autoregresyjnego, por. [8].

## 6. Wyniki symulacji i predykcji neuronowej

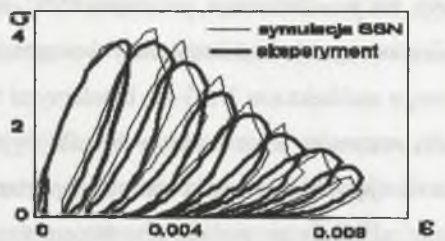
Obliczenia rozpoczęto dla wyjściowych wartości wag wylosowanych z przedziału [-0.5,0.5] i kontynuowano do liczby 1000 epok, obliczając błąd  $MSEV$ :

$$MSEV(1000) = \frac{1}{V} \sum_{p=1}^V (\bar{d}_p - \bar{y}_p)^2 \quad (5)$$

gdzie:  $V = L, T$  – liczby wzorców uczących lub testujących,  $\bar{d}_p, \bar{y}_p \in [0.1, 0.9]$  – unormowane dane i obliczone wartości wyjścia dla wzorca  $p$ . Uzyskane błędy uczenia i testowania, dla różnych wektorów wejścia do SSN, przedstawiono w tabeli 1. Na rys. 2. zobrazowano odwzorowanie zbioru uczącego oraz neuronową symulację dalszej części doświadczenia, uzyskaną za pomocą SSN z najefektywniejszym dobranym wektorem wejściowym (test nr 3).

Tabela 1

Błędy uczenia i testowania sieci			
Nr testu	Wektor wejścia dla k-tego wzorca	MSEL	MSET
1	$[1-k/405, 1-licznik(k), licznik\_1(k)]$	0.0107	0.0039
2	$[1-k/405, 1-licznik(k), licznik\_2(k)]$	0.0035	0.0016
3	$[1-licznik(k), licznik\_2(k), k/405]$	0.003	0.0008
4	$[1-licznik(k), licznik\_2(k), \sigma(ssn)(k-1)]$	0.0049	0.0062



Rys.1. Odtworzenie zbioru uczącego (pierwszych 6 pętli histerezy) oraz testującego (pozostałe pętle) dla testu nr 3

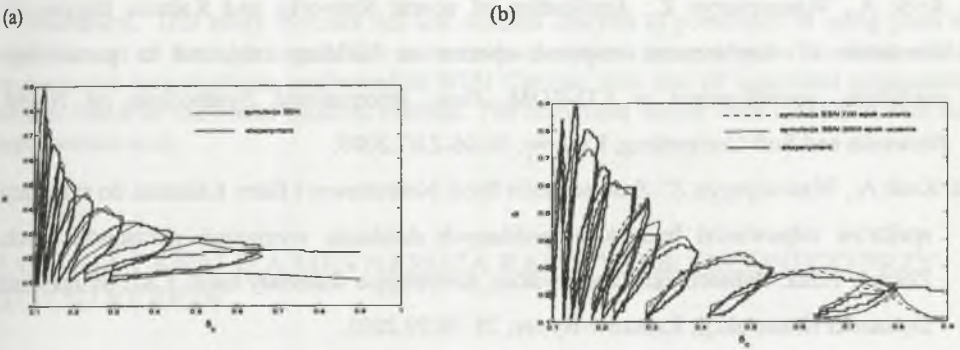
Fig. 1. Hysteresis loops experimental vs. simulated by neural network, 6 first loops for learning and remaining for testing

## 7. Wyniki modelowania dla innych grup badań

Rozważano dwie grupy badań, o innym charakterze zachowania się materiału. Doświadczenia obejmowały próbki prostopadłościennne, poddawane obciążeniu cyklicznemu typu „rozciąganie-rozciąganie”, por. rys. 2. oraz „rozciąganie-ściskanie”, do pełnego odciążenia, [3], oraz dwie grupy próbek, różnej wielkości, przy czym dla testu „rozciąganie-rozciąganie” próbę wykonywano do uzyskania wartości obciążenia ok. 5%, wytrzymałości betonu na rozciąganie, dla testu „ściskanie-rozciąganie” do uzyskania wartości naprężenia nominalnego ok. -5% lub -100% wytrzymałości betonu na rozciąganie, por. rys. 3, do pełnego lub niepełnego odciążenia [4].

## 8. Wnioski końcowe

Dla wszystkich grup rozważanych doświadczeń, dla wybranych wektorów wejścia do SSN, można było uzyskać poprawną symulację neuronową zachowania się materiału pod wpływem zadanego obciążenia cyklicznego. Także predykcja dwóch ostatnich danych w zakresie rozważanych testów, pętli histerezy „odkształcenie-napężenie” (na podstawie zbioru uczącego, stanowiącego informacje o wcześniejszej fazie doświadczenia) oddaje charakter zachodzącego zjawiska.



Rys. 2. Odtworzenie zbioru uczącego (pierwszych 8 pętli histerezy) oraz testującego (pozostałe pętli), (a) test rozciąganie-rozciąganie, badania [3], (b) test rozciąganie-ściskanie, badania [4]

Fig. 2. Hysteresis loops experimental vs. simulated by neural network, 8 first loops for learning and remaining r for testing, (a) experiment [3], (b) experiment [4]

## LITERATURA

1. Haykin S. (Ed.): Kalman Filtering and Neural Networks, John Wiley & Sons, New York 2001.
2. Korbicz J., Obuchowicz A., Uciński D.: Sztuczne sieci neuronowe - podstawy i zastosowania. Akad. Ofic. Wyd. PLJ, Warszawa 1994.
3. Wolinski Sz.: Właściwości betonu rozciąganego i ich zastosowania w mechanice pęknięcia betonu. Zesz. Nauk. Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1991.
4. Reinhardt H.W.: Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete, Heron Public., Vol. 29, No.2, 1994.

5. Sinha B.P., Gerstle K.H., Tulin L.G.: Stress-strain relations for concrete under cyclic loading, Journ. of American Concrete Inst. No. 61-12, 1964.
6. MATLAB, User's Guide Version 3, The Math Works Inc., Natick MA, 1998.
7. Krok A., Waszczyszyn Z.: Simulation of building loops for a superconductor using neural networks with Kalman filtering, opublikowane w CD-ROM Proc. The 16th International Conference on Computer Methods in Mechanics CMM, Częstochowa, 21-24.06.2005.
8. Krok A., Waszczyszyn Z.: Neural prediction of response spectra from mining tremors using recurrent layered networks and Kalman filtering, J-K.Bathe (Ed.) Proc. 3rd MIT Conf. *Computational Fluid and Solid Mechanics 2005*, Elsevier 2005, p. 302-305.
9. Krok A., Waszczyszyn Z.: Application of neural Networks and Kalman filtering to simulation of displacement response spectra on building subjected to paraseismic excitation, opublikowane w CD-ROM. Proc. International Symposium on Neural Networks and Soft Computing, Kraków, 30.06-2.07.2005.
10. Krok A., Waszczyszyn Z.: Zastosowanie Sieci Neuronowej i filtru Kalmana do symulacji spektrów odpowiedzi budynków poddanych działaniu wymuszeń parasejsmicznych, Zeszyty Nauk. Politechniki Rzeszowskiej, zawierające materiały konf. z XII Sympozjum Dynamiki Konstrukcji, Rzeszów-Bystre, 28-30.09.2005.
11. Krok A., Waszczyszyn Z.: Modelowanie pętli histerezy dla cyklicznego obciążenia stali nierdzewnej przy pomocy Sztucznych Sieci Neuronowych uczonych filtrem Kalmana. XVIII Konf. Nauk. Metody komputerowe w projektowaniu i analizie konstrukcji hydrotechnicznych, Kraków/Korbielów 6-9.03.2006.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Garstecki