

Dawid MROZEK\*  
Politechnika Śląska

## PORÓWNANIE DYNAMICZNEJ ODPOWIEDZI ŚCIANY BUDYNKU OPISANEJ MODELAMI PRZESTRZENNYM I PŁASKIM

**Streszczenie.** W artykule porównano model płaskiej ściany, który mógłby zastąpić model przestrzenny budynku murowego pod obciążeniem dynamicznym. Analizy przeprowadzono z uwzględnieniem plastyczno-degradacyjnego modelu materiału, co w obu przypadkach pozwoliło na porównanie map degradacji i naprężeń.

## COMPARISON DYNAMIC RESPONSES OF BUILDING WALL TREATED AS SPATIAL OR PLANE CONSTRUCTION

**Summary.** This paper includes comparison of responses 2D model which could replace 3D model of masonry building under dynamical load. In analyses was used plasticity-damage material model, what was allowed to compare maps of damages and stresses for both cases.

### 1. Wprowadzenie

Analiza dynamiczna konstrukcji budowlanych z zastosowaniem modelu uwzględniającego nieliniową i pozasprężystą pracę materiału, w połączeniu z niejednokrotnie dużymi, trójwymiarowymi modelami geometrycznymi, prowadzi do wydłużenia czasu obliczeń. Z kolei przyjęcie zgrubnego podziału na ES pozwala na skrócenie czasu trwania obliczeń, jednakże wyniki mogą odbiegać od rozwiązania dokładnego [3, 4]. Wiele przeprowadzonych testów numerycznych, z zastosowaniem modelu Barcelona (BM) [3, 4, 5], skłania do podjęcia próby wprowadzenia uproszczeń na poziomie tworzenia modelu geometrycznego, które nie powinny wpływać – w sposób jakościowy – na obraz zniszczenia, a pozwolą rozpatrywać jedynie wydzielony z modelu przestrzennego fragment konstrukcji, w postaci płaskiej ściany.

\* Opiekun naukowy: Prof. dr hab. inż. Andrzej Wawrzynek.

## 2. Skrócony opis modelu *Barcelona*

Obciążenia typu sejsmicznego charakteryzuje częsta, cykliczna zmiana znaku obciążenia. Powoduje to powstawanie w materiałach o właściwościach plastyczno-kruchych (np.: beton, mur) postępującego zniszczenia, przez generowanie lokalnych rys i pęknięć. Zmienność obciążenia prowadzi do ich otwierania lub zamykania. Model *Barcelona* (zaproponowany przez Lubliner [1]), dzięki kombinacji przyrostowej teorii plastyczności oraz kontynuualnej mechaniki zniszczenia, pozwala na uzyskanie odpowiedzi modelu w kolejnych cyklach obciążenia, z uwzględnieniem narastającego zniszczenia materiału.

Model *Barcelona* charakteryzuje warunek plastyczności, będący modyfikacją stożka klasycznego modelu Druckera-Pragera, w postaci niekołowego przekroju dewiatorowego. Natomiast niestowarzyszone prawo plastycznego płynięcia opisane jest przez powierzchnię potencjału plastycznego o kształcie parabolicznego stożka. Obowiązujące w BM prawo wzmocnienia jest nieliniowe, typu dwumechanizmowego i określa zmianę naprężeń w zakresie pozaspężystym, za pomocą dwóch niezależnych funkcji, które opisują ściskanie i rozciąganie. Po osiągnięciu powierzchni plastyczności następuje przyrost degradacji materiału, opisany przez dwie rozdzielne zmienne  $d_t$  i  $d_c$  (osobno dla stanu rozciągania i ściskania) z zakresu  $\langle 0,1 \rangle$ , gdzie: 0 oznacza brak, a 1 pełną degradację.

BM opracowany został dla betonu, jednak po uwzględnieniu propozycji adaptacji jego parametrów, opracowanej przez Cińcio [2], można go zastosować do opisu muru konstrukcyjnego. Prezentowane w artykule modele numeryczne nie uwzględniają dwumateriałowej natury muru (złożonej z elementów drobnowymiarowych i zaprawy), lecz traktują mur jako materiał homogeniczny, z uwzględnieniem jego własności pozaspężystych oraz progresywnego przyrostu zniszczenia pod wpływem działającego obciążenia dynamicznego.

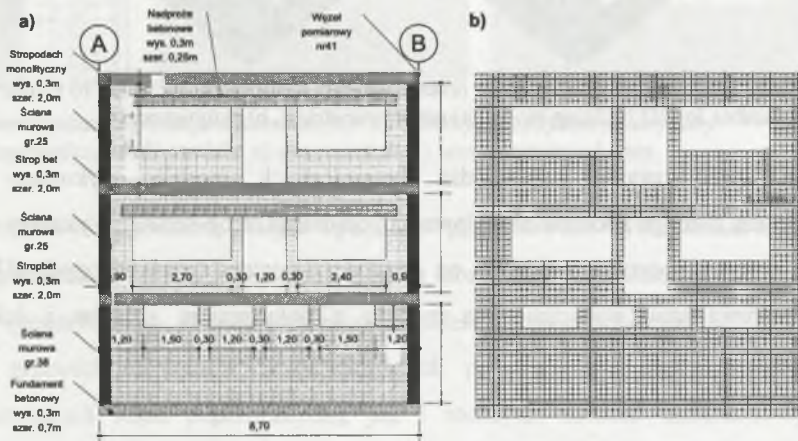
## 3. Stosowane numeryczne modele obliczeniowe

Symulację działania obciążenia dynamicznego na budowie przeprowadzono na dwóch typach modeli: (2D) płaskiej tarczowej ścianie o zmiennej grubości oraz przestrzennego (3D) powłokowego modelu budynku niskiego. W obu przypadkach uwzględniono zarówno elementy betonowe (tj. betonowe stropy, nadproża i wieńce), jak i elementy

o parametrach materiałowych, charakteryzujących mur konstrukcyjny (ściany zewnętrzne i wewnętrzne).

### 3.1. Tarczowy model płaskiej ściany budynku

Model 2D stanowi – wydzieloną z przestrzennego modelu budynku niskiego – ścianę frontową, jej geometrię, a także podział na strefy materiałowe przedstawiono na rys. 1a. W modelu tarczowym częściowo uwzględniono jego współpracę ze ścianami poprzecznymi, przez wprowadzenie pilastrów o zmiennej grubości, zawierającej się pomiędzy wymiarem przekroju poprzecznego ściany a długością współpracującej ściany poprzecznej. Przeanalizowano także przypadek, w którym grubość pilastra odpowiada szerokości ściany poprzecznej, mierzonej od krawędzi do najbliższego otworu okiennego. W przeprowadzonych analizach model wyjściowy stanowiła tarcza, bez uwzględnienia współpracy ścian poprzecznych.



Rys. 1. a) Geometria modelu 2D tarczowej ściany, b) siatka MES o wymiarach ES 15x15cm  
Fig. 1. a) 2D geometric model of the wall, b) FEM mesh (15 x 15cm)

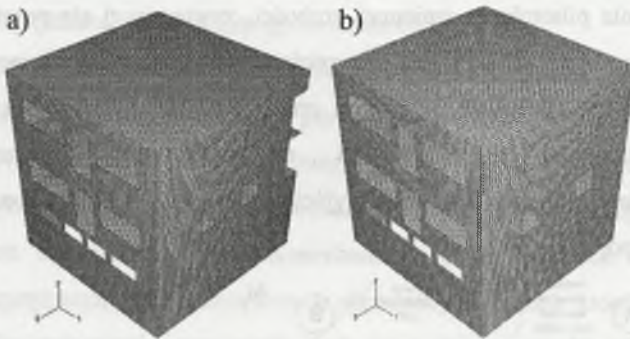
W celu zminimalizowania wpływu kształtu ES, podczas prowadzonych analiz przyjęto regularną siatkę dyskretyzacyjną MES. Zastosowano elementy skończone 4-węzłowe płaskiego stanu naprężenia o wymiarze 15x15 cm (rys. 1b). Ogółem model zawiera 6039 elementów skończonych, co daje 13008 stopni swobody.

### 3.2. Przestrzenny model budynku niskiego

Przestrzenny model niskiego budynku o gabarytach 8.7x8.7x9.4 m został zbudowany w dwóch wersjach geometrycznych. Pierwszy z nich, zaprezentowany na rys. 2a,



odznacza się brakiem symetrii (różny rozstaw i wielkość otworów na przeciwległych ścianach), natomiast model drugi (rys. 2b), w celu ograniczenia wpływu skręcania na odpowiedź, został wygenerowany jako symetryczny. Dla potrzeb MES przeprowadzono dyskretyzację modelu przez zastosowanie elementów kwadratowych, 4-węzłowych typu powłokowego z redukcją liczby punktów całkowania (S4R). Łączna liczba elementów skończonych, o wymiarze 15x15 cm dla modelu niesymetrycznego, wyniosła 25 504, co daje 154 446 stopni swobody.



Rys. 2. Siatka ES 15x15cm modelu budynku przestrzennego: a) niesymetrycznego, b) symetrycznego  
Fig. 2. FEM meshes for 3D building model: a) non-symmetrical, b) symmetrical

W celu sprecyzowania odpowiedzi dynamicznych modeli, wykonano analizy z zastosowaniem różnego sposobu modelowania połączenia strop-ściana. Wykazały one brak znaczącego wpływu sposobu połączenia na częstości i postaci drgań własnych [5]. Dalsze analizy przeprowadzono wyłącznie dla modelu z połączeniem stropów i ścian typu przegubowego.

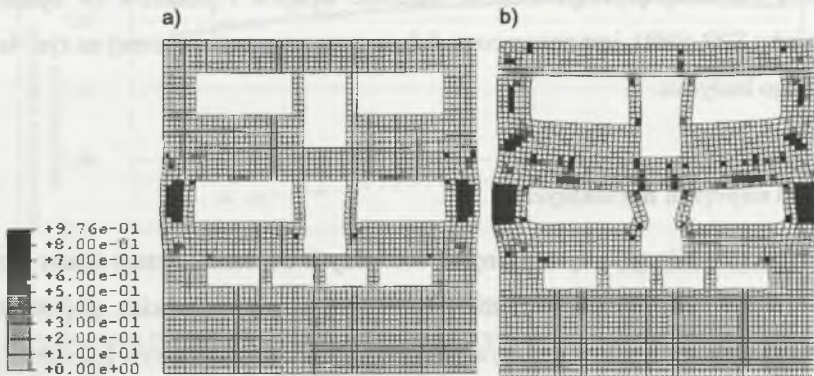
### 3.3. Charakterystyka przyjętego obciążenia

W analizach numerycznych uwzględniono obciążenie ciężarem własnym konstrukcji (pierwszy krok – analiza statyczna), a następnie przeprowadzono symulację działania poziomego obciążenia dynamicznego (drugi krok – analiza dynamiczna), w postaci harmonicznego, przemieszczeniowego wymuszenia kinematycznego podpór. Wymuszenie harmoniczne zostało dobrane, tak aby wielkość amplitudy przemieszczenia wynosiła 4 mm. Zadanie rozwiązano z zastosowaniem metody całkowania równań ruchu układu dynamicznego MES, przy przyjęciu kroku czasowego równego 0,005 s. Czas trwania analizy dynamicznej wynosił 1,5 s (6.5 cyklu), z czego  $\frac{2}{3}$  to faktyczne wymuszenie harmoniczne, a pozostały czas to brak wymuszenia.

## 4. Wybrane wyniki z przeprowadzonych analiz porównawczych

### 4.1. Degradacja materiału

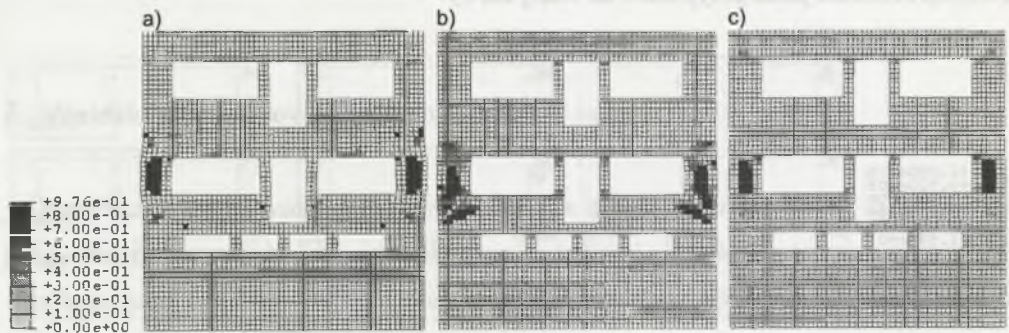
Rezultaty przeprowadzonych analiz potwierdzają zdecydowaną różnicę rozwiązania, wyrażoną mapami sumarycznej degradacji materiału modelu symetrycznego i niesymetrycznego modelu przestrzennego. Taki stan obrazują rys. 3a i 3b, w których całkowite zniszczenie oznaczone jest kolorem czarnym.



Rys. 3. Sumaryczna degradacja dla modeli 3D: a) symetryczny, b) niesymetryczny

Fig. 3. Degradation of 3D models: a) symmetrical, b) non-symmetrical ones

Wobec powyższego faktu, kolejne wykonane i prezentowane wyniki analiz numerycznych dotyczą porównania obrazu zniszczenia modelu tarczowego – wydzielonej ściany z modelu budynku symetrycznego. Rozwiązano płaskie modele ściany różniące się zarówno geometrią, (zmiana grubości elementów reprezentujących pilastry, czyli zróżnicowanie długości współpracujących ścian poprzecznych), jak i rodzajem modelu materiałowego (model liniowosprężysty oraz MB w odniesieniu do stropów i pilastrów).



Rys. 4. Porównanie zniszczenia dla modeli: a) 3D, b) 2D-0,8 m BM-BM, c) 2D-0,8 m SPR-SPR

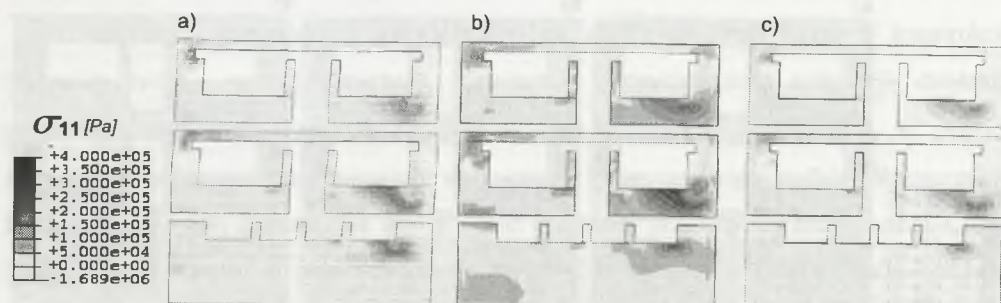
Fig. 4. Degradation compared for: a) 3D, b) 2D-0,8 m BM-BM, c) 2D-0,8 m SPR



Rysunek 4 przedstawia porównanie map degradacji, uzyskanych dla wydzielonej ściany z symetrycznego modelu 3D budynku (rys. 4a), z mapą dla modelu 2D ściany, przy uwzględnieniu pilastrów wynikających ze współpracy ścian poprzecznych na długości: 0,8 m, co stanowi 25% odległości od jej krawędzi do otworu okiennego. Zastosowanie BM dla stropów i pilastrów w modelu 2D (w opisie rys. 4b oznaczono jako BM-BM) powoduje powstawanie zniszczeń o większym obszarze i odbiega od obrazu zniszczenia wydzielonej ściany z modelu 3D. Natomiast uzyskana mapa degradacji dla modelu tarczowego, przy zastosowaniu liniowosprężystego modelu materiału stropów i pilastrów (w opisie rys. 4c oznaczono jako SPR-SPR), jest znacząco podobna do mapy przedstawionej na rys. 4a modelu przestrzennego budynku.

## 4.2. Rozkład naprężeń normalnych

Porównując rozkład poziomych naprężeń normalnych  $\sigma_{11}$  analizowanej ściany modelu 3D (rys. 5a) i wersji dwuwymiarowej, uwzględniającej współpracę ścian poprzecznych na długości 0,8 m z zastosowaniem BM (rys. 5b) oraz liniowosprężystej (rys. 5c) charakterystyki materiału stropów i pilastrów, uzyskujemy wartości naprężeń poniżej granicy plastyczności, przy jednoosiowym rozciąganiu. Uwzględnienie pozasprężystej pracy pilastrów i stropów modelu tarczowego zwiększa obszary naprężeń o większej wartości (rys. 5b), w odniesieniu do modelu przestrzennego. Jednocześnie praca elementów współpracujących w zakresie sprężystym (rys. 5c) prowadzi do podobieństwa wielkości obszarów i wartości naprężeń poziomych, zarejestrowanych w 0,225 s wymuszenia harmonicznego, odpowiadającego maksymalnemu przemieszczeniu prawego górnego węzła modelu. Mapy naprężeń zostały wyskalowane, tak aby zaprezentować istotne dla tego kierunku obszary rozciągania, a pominąć ściskania przez przypisanie im białej barwy.

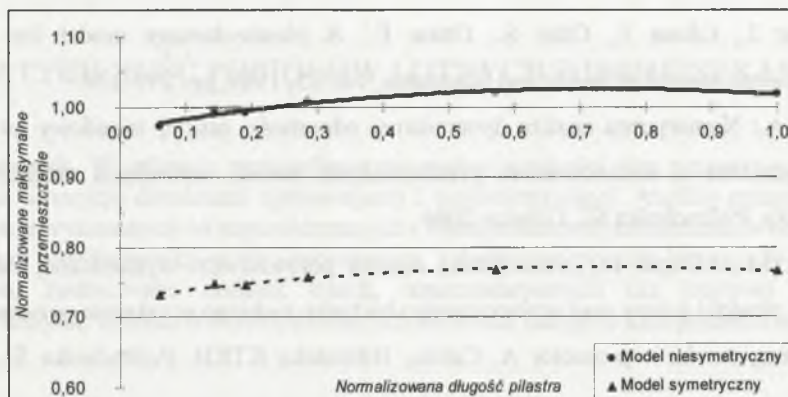


Rys. 5. Mapy poziomych naprężeń  $\sigma_{11}$ : a) 3D, b) 2D-0,8 m BM-BM, c) 2D-0,8 m SPR-SPR

Fig. 5. Horizontal maps of stress  $\sigma_{11}$ : a) 3D, b) 2D-0,8 m BM-BM, c) 2D-0,8 m SPR

### 4.3. Odpowiedź przemieszczeniowa

W celu określenia szerokości współpracy ściany poprzecznej (uwzględnianej w modelu 2D) ze ścianą podłużną budynku (przedstawioną poniżej na rys. 6) pokazano znormalizowane wykresy odpowiedzi przemieszczeniowej, przy przyjęciu liniowosprężystego opisu pracy stropów i pilastrów.



Rys. 6. Normalizowane maksymalne przemieszczenie w zależności od szerokości pilastra zastępczego

Fig. 6. Normalized maximum displacement dependent on the crosswise width

Wartość rzędnej równa jeden oznacza pełną zgodność maksymalnego przemieszczenia modeli przestrzennego i płaskiego. Odpowiada to, w przypadku modelu symetrycznego, przyjęciu zastępczego pilastra o szerokości ok. 20% długości ściany poprzecznej. Wniosek ten potwierdzają również mapy degradacji (rys. 4c) oraz naprężeń poziomych (rys. 5c). Przebieg odpowiedzi przemieszczeniowej modelu budynku niesymetrycznego (linia kreskowa) pokazuje, że nie jest możliwe zastąpienie (w tym przypadku) modelu przestrzennego modelem płaskim.

## 5. Wnioski z przeprowadzonych analiz

Dotychczas przeprowadzone analizy nie dają w chwili obecnej podstaw do określenia jednoznacznych wytycznych przyjmowania wielkości wymiaru ściany poprzecznej współpracującej z analizowaną. Ewentualne wydzielenie ściany z budynku 3D może dotyczyć wyłącznie przypadku budynku symetrycznego, przy założeniu wymuszenia w kierunku

równoległym do płaszczyzny analizowanej ściany i przyjęcia pracy stropów i pilastrów zakresie sprężystym.

## LITERATURA

1. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E.: A plastic-damage model for concrete, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, 1989, pp. 299-329.
2. Cińcio A.: Numeryczna analiza dynamicznej odporności niskiej zabudowy na wstrząsy parasejsmiczne z zastosowaniem przestrzennych modeli wybranych obiektów. Praca doktorska, Politechnika Śl., Gliwice 2004.
3. Mrozek M., Mrozek D.: Numeryczna analiza porównawcza dynamicznej odpowiedzi modelu płaskiej ściany oraz przestrzennego budynku niskiego w zakresie pozasprężystym. Praca magisterska – promotor A. Cińcio, Biblioteka KTKB, Politechnika Śl., Gliwice 2006.
4. Cińcio A., Mrozek M., Mrozek D.: Analiza wrażliwości odpowiedzi układu dynamicznego w zakresie pozasprężystym na gęstość podziału dyskretnego w MES, *Proc. 5th International Conference on New Trends in Static and Dynamic of Buildings*, Bratislava 19-20.10. 2006 (Słowacja), pp. 65-68.
5. Wawrzynek A., Cińcio A., Mrozek D.: Numerical Modelling of wall-floor connections in masonry structures within mining regions, *Proc. of Conf. Comp. Methods in Struct. Dyn. and Earthquake Eng., COMPDYN 2007, Rethymno 13-16 June 2007 (Greece) – on CD.*

*Publikacja powstała w ramach projektu badawczego nr 4 T07E 021 28 finansowanego przez Ministerstwo Nauki i Informatyki. Obliczenia numeryczne wykonano w Akademickim Centrum Komputerowym AGH-Cyfronet na podstawie przyznanego grantu obliczeniowego nr MNiSW/Sun6800/PŚląska/084/2007 oraz MNiSW/SGI3700/PŚląska/084/2007.*

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Piotr Konderla