

Władysław MIZIA
Katedra Maszyn i Urządzeń Elektrycznych

KSZTAŁTOWANIE WŁAŚCIWOŚCI TRANSFORMATORA DWUUZWOJENIOWEGO Z SYMETRYCZNIE DZIELONYMI UZWOJENIAMI CYLINDRYCZNYMI

Streszczenie. Przy symetrycznym podziale jedno z uzwojeń stanowi m jednakowych części, natomiast drugie $(m - 1)$ jednakowych części oraz dodatkowo dwie części dwukrotnie mniejsze od pozostałych. Części składowe uzwojeń - pierwotnego i wtórnego - mają jednakowe wysokości i są na przemian współśrodkowo umieszczone na kolumnie rdzenia magnetycznego. Dla takiego układu podano ogólne zależności na rezystancje, indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń, umożliwiające określenie i kształtowanie parametrów schematu zastępczego, a tym samym właściwości transformatora. Podano również zależności szczegółowe, określające parametry schematu zastępczego transformatora z typowymi, symetrycznymi podziałami uzwojeń, a więc przy $m = 1$ oraz $m = 2$.

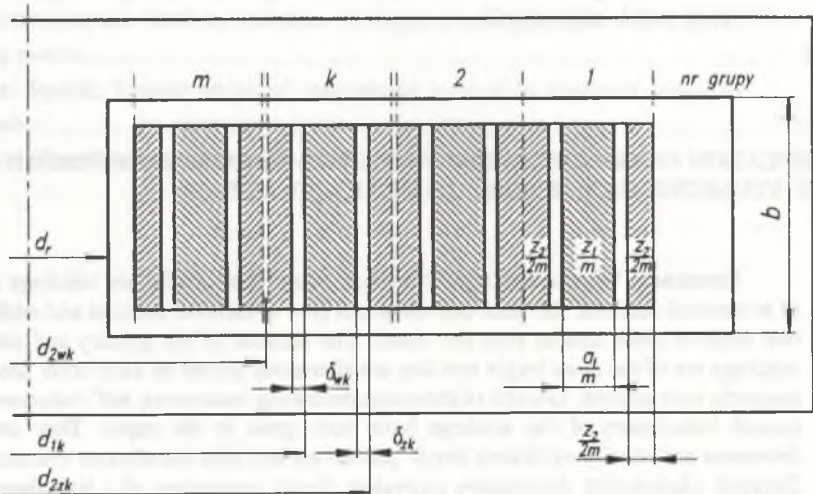
MODIFICATION OF CHARACTERISTICS OF A TWO-WINDING TRANSFORMER WITH SYMMETRICALLY DIVIDED CYLINDRICAL WINDINGS

Summary. When symmetrically divided, one of the transformer windings consists of m identical sections, the other one comprises $(m - 1)$ identical sections and additionally two sections twice smaller than the others. The sections of the primary and secondary windings are of the same height and they are alternately placed on each other around the magnetic core column. General relationships describing resistances, self-inductances and mutual inductances of the windings have been given in the paper. They enable to determine and modify equivalent circuit parameters and thus transformer characteristics. Detailed relationships determining equivalent circuit parameters of a transformer with typically, symmetrically divided windings for $m = 1$ and $m = 2$ have been given as well.

1. WSTĘP

Właściwości transformatora dwuuzwojeniowego w przejściowych i ustalonych stanach pracy zależą od parametrów jego schematu zastępczego. Parametry schematu zastępczego transformatora można kształtować, ponieważ zależą one od wymiarów geometrycznych i właściwości rdzenia magnetycznego oraz od rodzaju uzwojeń i ich rozmieszczenia na kolumnie rdzenia. Przedmiotem analizy jest transformator z symetrycznie dzielonymi uzwojeniami cylindrycznymi umieszczonymi współśrodkowo na kolumnie rdzenia magnetycznego. Zakłada się, że części składowe uzwojenia pierwotnego i wtórnego mają jednakowe wysokości i są nałożone na przemian na siebie.

Przy symetrycznym podziale jedno z uzwojeń, np. pierwotne o liczbie zwojów z_1 i grubości a_1 , jest podzielone na m części, z których każda zawiera z_1/m zwojów i ma grubość a_1/m i wtedy uzwojenie wtórne o liczbie zwojów z_2 i grubości a_2 jest podzielone na $(m-1)$ części, z których każda zawiera z_2/m zwojów i ma grubość a_2/m oraz dodatkowo na dwie części, z których każda ma liczbę zwojów $z_2/2m$ i grubość $a_2/2m$. Rozmieszczenie części składowych poszczególnych uzwojeń na kolumnie rdzenia magnetycznego przedstawiono na rys. 1.



Rys. 1. Rozmieszczenie części składowych symetrycznie dzielonych uzwojeń cylindrycznych
Fig. 1. Arrangement of sections of symmetrically divided cylindrical windings

Z rys. 1 wynika, że symetrycznie dzielone uzwojenia cylindryczne stanowią m symetrycznych grup, z których każda składa się z jednej części uzwojenia pierwotnego oraz dwóch części uzwojenia wtórnego o liczbie zwojów $z_2/2m$ i grubości $a_2/2m$.

Na rys. 1 podano wymiary rdzenia magnetycznego oraz uzwojeń dowolnej k -tej grupy. Zgodnie z [3] na rys. 2 przedstawiono schemat zastępczy transformatora dwuuzwojeniowego ze stroną wtórną sprowadzoną do strony pierwotnej.

W schemacie zastępczym (rys. 2) R_1 , R_2' to rezystancje uzwojeń, natomiast indukcyjności zgodnie z [3] są określone zależnościami

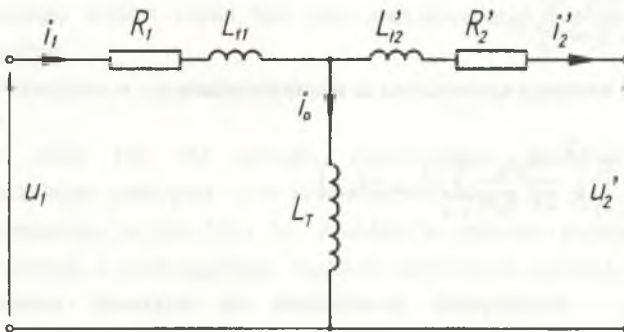
$$L_{11} = L_{1\sigma} - \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma} \quad (1)$$

$$L'_{12} = L_{2\sigma} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 - \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma} \quad (2)$$

$$L_T = z_1^2 \Lambda_{Fe} + \frac{z_1}{z_2} M_{\sigma} \quad (3)$$

przy czym:

- $L_{1\sigma}, L_{2\sigma}$ - indukcyjności rozproszenia uzwojenia pierwotnego i wtórnego,
- M_{σ} - składowa indukcyjności wzajemnej uzwojeń wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia
- Λ_{Fe} - permeancja rdzenia magnetycznego.



Rys. 2. Schemat zastępczy transformatora dwuuzwojeniowego

Fig. 2. Equivalent circuit of a two-winding transformer

Określenie parametrów schematu zastępczego transformatora jest więc możliwe przy znanych rezystancjach uzwojeń oraz ich indukcyjnościach własnych i wzajemnych z uwzględnieniem wpływu pola magnetycznego rozproszenia. Ustalenie zależności na rezystancje i indukcyjności uzwojeń cylindrycznych symetrycznie dzielonych na podstawie wymiarów geometrycznych i właściwości rdzenia magnetycznego oraz liczby zwojów i wymiarów części składowych uzwojeń umożliwia ich kształtowanie, a tym samym pozwala na uzyskanie pożądaných parametrów schematu zastępczego transformatora, określających jego właściwości w przejściowych i ustalonych stanach pracy. Często korzysta się z uproszczonego schematu zastępczego ($L_T = \infty$) i wtedy kształtowanie parametrów schematu zastępczego dotyczy rezystancji R_1 , R_2 uzwojeń i indukcyjności rozproszenia L_{T1} , L_{T2} schematu zastępczego, a więc zgodnie z zależnościami (1), (2) indukcyjności rozproszenia uzwojeń $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ oraz składowej M_σ indukcyjności wzajemnej uzwojeń wynikającej z pola magnetycznego rozproszenia.

2. PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE UZWOJEŃ CYLINDRYCZNYCH SYMETRYCZNIE DZIELONYCH

2.1. Rezystancje uzwojeń

Rezystancja

- uzwojenia pierwotnego

$$R_1 = \frac{k_1 z_1}{\gamma S_1 m} \sum_{k=1}^m l_{1k}, \quad (4)$$

- uzwojenia wtórnego sprowadzona na stronę pierwotną

$$R'_2 = \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \frac{k_2 z_2}{2\gamma S_2 m} \sum_{k=1}^m (l_{2wk} + l_{2zk}), \quad (5)$$

przy czym

- k_1, k_2 , - współczynniki powiększenia się rezystancji uzwojeń dla prądu przemiennego,
- S_1, S_2 , - powierzchnia przekroju przewodu nawojowego uzwojenia pierwotnego i wtórnego,
- γ - konduktywność,

a średnie długości zwojów uzwojenia pierwotnego oraz części wewnętrznej i zewnętrznej uzwojenia wtórnego w k -tej grupie

$$l_{1k} = \pi \left(d_{1k} + \frac{a_1}{m} \right),$$

$$l_{2wk} = \pi \left(d_{2wk} + \frac{a_2}{2m} \right), \quad (6)$$

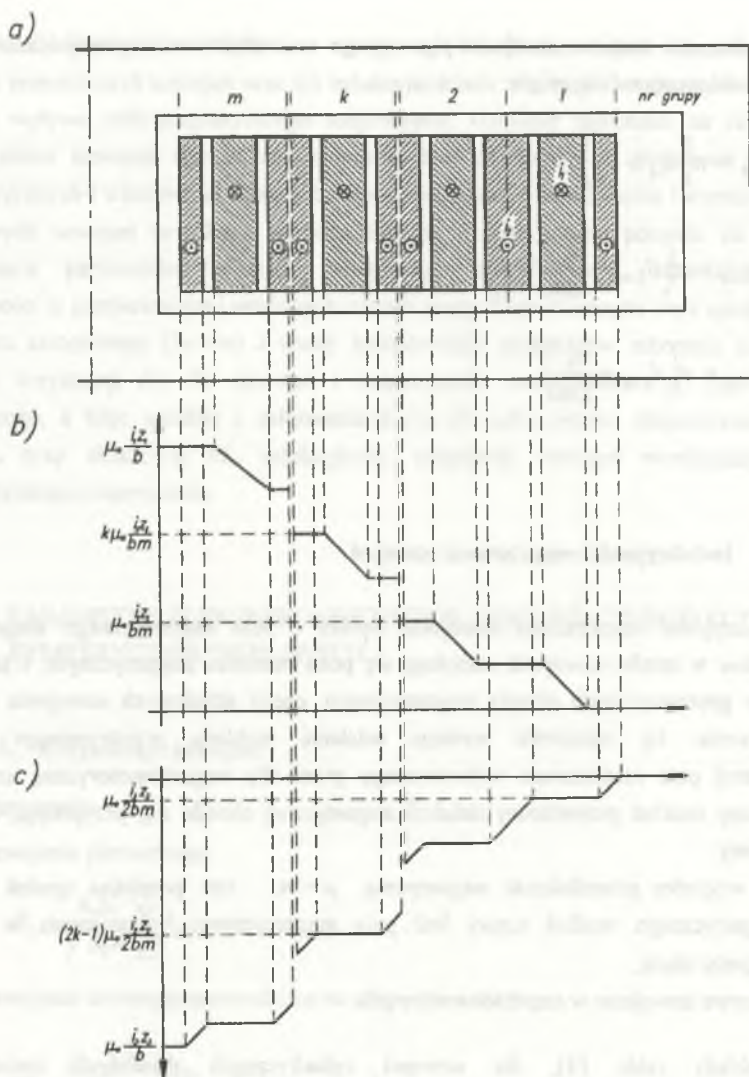
$$l_{2zk} = \pi \left(d_{2zk} + \frac{a_2}{2m} \right).$$

2.2. Indukcyjności rozproszenia uzwojeń

Indukcyjność rozproszenia uzwojenia wynika z pola magnetycznego rozproszenia, którego linie w strefie uzwojenia zamykają się poza rdzeniem magnetycznym, i zależy od wymiarów geometrycznych rdzenia magnetycznego, części składowych uzwojenia oraz ich rozmieszczenia. Jej określenie wymaga ustalenia rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytworzonego przez siłę magnetomotoryczną uzwojenia. Uproszczony rozkład przestrzenny indukcji magnetycznej określa się, przyjmując, że rdzeń magnetyczny:

- ma względną przenikalność magnetyczną $\mu = \infty$, tzn. pomijając spadek napięcia magnetycznego wzdłuż części linii pola magnetycznego rozproszenia w rdzeniu magnetycznym,
- pokrywa uzwojenie w częściach czołowych.

Rozkłady takie [4], dla uzwojeń cylindrycznych dzielonych symetrycznie, wytworzone niezależnie przez prąd i_1 w uzwojeniu pierwotnym lub prąd i_2 w uzwojeniu wtórnym przedstawiono na rys. 3 b i 3 c. Rozkłady te stanowią podstawę wyznaczania strumieni sprzężonych z poszczególnymi częściami składowymi uzwojeń, a następnie ich indukcyjności.



Rys. 3. Transformator dwuuzwojeniowy z symetrycznie dzielonymi uzwojeniami cylindrycznymi: a) rozmieszczenie części składowych uzwojeń, b), c) rozkłady przestrzenne indukcji magnetycznej pola rozproszenia wytwarzanego przez siłę magnetomotoryczną uzwojenia pierwotnego oraz wtórnego

Fig. 3. Two-winding transformer with symmetrically divided cylindrical windings: a) arrangement of winding sections, b), c) 2D distributions of the magnetic leakage flux density generated by magnetomotive force of the primary and secondary windings

Biorąc pod uwagę rys. 3 a i 3 b i rozpatrując strumienie sprzężone z kolejnymi częściami składowymi uzwojenia otrzymuje się uogólnioną zależność

$$L_{1\sigma k} = \frac{\mu_0}{b} \left(\frac{z_1}{m} \right)^2 \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{1k}}{3m} + \frac{a_1^2}{6m^2} \right) + (k-1) \pi \left(\frac{a_1 d_{1k}}{2m} + \frac{a_1^2}{3m^2} \right) + k \frac{\pi}{4} (d_{1k}^2 - d_r^2) \right. \\ \left. + \pi \sum_{n=k+1}^m \left(\frac{a_1 d_{1n}}{2m} + \frac{a_1^2}{3m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k+1}^m (d_{1n}^2 - d_r^2) \right] \quad (7)$$

przy czym:

a_1, b, d_r, d_{1k} - podano na rys. 1,

na indukcyjność rozproszenia dowolnej k -tej części uzwojenia pierwotnego.

Indukcyjność rozproszenia uzwojenia pierwotnego

$$L_{1\sigma} = \sum_{k=1}^m L_{1\sigma k} \quad (8)$$

przy czym:

$L_{1\sigma k}$ - określa zależność (7).

Biorąc pod uwagę rys. 3a i 3c i rozpatrując strumienie sprzężone z częściami wewnętrznymi uzwojenia wtórnego kolejnych grup otrzymuje się, dla dowolnej k -tej grupy, zależność

$$L_{2w\sigma k} = \frac{\mu_0}{b} \left(\frac{z_2}{2m} \right)^2 \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2wk}}{6m} + \frac{a_2^2}{24m^2} \right) + (2k-1) \pi \left(\frac{a_2 d_{2wk}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + 2k \frac{\pi}{4} (d_{2wk}^2 - d_r^2) \right. \\ \left. + \pi \sum_{n=k+1}^m \left(\frac{a_2 d_{2wn}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k+1}^m (d_{2wn}^2 - d_r^2) \right] \quad (9) \\ + \pi \sum_{n=k+1}^m \left(\frac{a_2 d_{2zn}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k+1}^m (d_{2zn}^2 - d_r^2)$$

przy czym:

a_2, b, d_r, d_{2nk} - podano na rys. 1,

na indukcyjność rozproszenia części wewnętrznej uzwojenia wtórnego.

Postępując analogicznie otrzymuje się dla dowolnej k -tej grupy zależność

$$\begin{aligned}
 L_{2zok} = & \frac{\mu_0}{b} \left(\frac{z_2}{2m} \right)^2 \left[(2k-1)\pi \left(\frac{a_2 d_{2zk}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2zk}}{12m} + \frac{a_2^2}{24m^2} \right) + 2(k-1) \frac{\pi}{4} (d_{2zk}^2 - d_r^2) \right. \\
 & + \pi \sum_{n=k}^m \left(\frac{a_2 d_{2wn}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k}^m (d_{2wn}^2 - d_r^2) \\
 & \left. + \pi \sum_{n=k}^m \left(\frac{a_2 d_{2zn}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k}^m (d_{2zn}^2 - d_r^2) \right]
 \end{aligned} \quad (10)$$

na indukcyjność rozproszenia części zewnętrznej uzwojenia wtórnego.

Indukcyjność rozproszenia uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma} = \sum_{k=1}^m (L_{2wok} + L_{2zok}) \quad (11)$$

przy czym:

L_{2wok}, L_{2zok} - określają zależności (9), (10).

2.3. Indukcyjność wzajemna uzwojeń wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia

Indukcyjność wzajemną uzwojeń M_s określa stosunek strumienia sprzężonego z jednym z uzwojeń, wynikającego z pola magnetycznego rozproszenia, do prądu w uzwojeniu drugim, wytwarzającym to pole magnetyczne. Przyjmując, że pole magnetyczne rozproszenia jest wytwarzane przez uzwojenia pierwotne (rys. 3 b) i rozpatrując strumienie sprzężone z częściami wewnętrznymi uzwojenia wtórnego kolejnych grup (rys. 3 a) otrzymuje się dla dowolnej k -tej grupy zależność

$$M_{w\sigma k} = \frac{\mu_0}{2b} \cdot \frac{z_1 z_2}{m^2} \left\{ k \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2wk}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2wk}^2 - d_r^2) \right] \right. \\ \left. + \pi \sum_{n=k+1}^m \left(\frac{a_1 d_{1n}}{2m} + \frac{a_1^2}{3m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k+1}^m (d_{1n}^2 - d_r^2) \right\} \quad (12)$$

na indukcyjność wzajemną tej części uzwojenia wtórnego z uzwojeniem pierwotnym wynikającą z pola magnetycznego rozproszenia.

Postępując analogicznie otrzymuje się, dla dowolnej k -tej grupy, zależność

$$M_{z\sigma k} = \frac{\mu_0}{2b} \cdot \frac{z_1 z_2}{m^2} \left\{ (k-1) \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2zk}}{4m} + \frac{a_2^2}{12m^2} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2zk}^2 - d_r^2) \right] \right. \\ \left. + \pi \sum_{n=k}^m \left(\frac{a_1 d_{1n}}{2m} + \frac{a_1^2}{3m^2} \right) + \frac{\pi}{4} \sum_{n=k}^m (d_{1n}^2 - d_r^2) \right\} \quad (13)$$

na indukcyjność wzajemną części zewnętrznej uzwojenia wtórnego z uzwojeniem pierwotnym wynikającą z pola magnetycznego rozproszenia.

Indukcyjność wzajemną uzwojeń wynikającą z pola magnetycznego rozproszenia

$$M_{\sigma} = \sum_{k=1}^m (M_{w\sigma k} + M_{z\sigma k}). \quad (14)$$

Dla dzielonych uzwojeń cylindrycznych o liczbie m symetrycznych grup zależności (4), (5), (6) określają rezystancje R_1 , R_2' schematu zastępczego (rys. 2) transformatora dwuuzwojeniowego.

Podane zależności (7), (8), (9), (10), (11), (12), (13), (14) określają możliwości kształtowania indukcyjności rozproszenia uzwojeń $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ oraz składowej M_{σ} indukcyjności wzajemnej uzwojeń cylindrycznych, wynikającej z pola magnetycznego rozproszenia poprzez ich symetryczny podział, a tym samym, zgodnie z zależnościami (1), (2), (3), również na kształtowanie indukcyjności schematu zastępczego transformatora.

3. PARAMETRY ELEKTROMAGNETYCZNE SCHEMATÓW ZASTĘPCZYCH TRANSFORMATORÓW Z TYPOWYMI SYMETRYCZNYMI PODZIAŁAMI UZWOJEŃ CYLINDRYCZNYCH

W transformatorach energetycznych liczba m symetrycznych grup uzwojeń jest ograniczona i zwykle pożądane parametry schematów zastępczych transformatorów uzyskuje się przy $m = 1$ lub $m = 2$. Z tego powodu do takich przypadków ograniczono dalszą szczegółową analizę dotyczącą parametrów schematu zastępczego.

3.1. Uzwojenia cylindryczne z symetrycznym podziałem uzwojenia wtórnego na dwie części

Przy symetrycznym podziale tylko uzwojenia wtórnego $m = 1$ ($k = 1$) i po wprowadzeniu tych wartości do wyrażeń (7), (8), (9), (10) otrzymuje się następujące zależności na

- indukcyjność rozproszenia uzwojenia pierwotnego

$$L_{1\sigma} = L_{1\sigma} = \frac{\mu_0}{b} \cdot z_1^2 \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{3} + \frac{a_1^2}{6} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) \right], \quad (15)$$

- indukcyjność rozproszenia części wewnętrznej uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{4} \left[\pi \left(\frac{5a_2 d_{2w1}}{12} + \frac{a_2^2}{8} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{2w1}^2 - d_r^2) \right], \quad (16)$$

- indukcyjność rozproszenia części zewnętrznej uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma 2} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{4} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{4} + \frac{a_2^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{6} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_r^2) \right], \quad (17)$$

a po wprowadzeniu zależności (16), (17) do wyrażenia (11) indukcyjność rozproszenia uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{4} \left[\pi \left(\frac{2a_2 d_{2w1}}{3} + \frac{5a_2^2}{24} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{6} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_r^2) \right]. \quad (18)$$

Wprowadzając $m = 1$ ($k = 1$) do wyrażen (12), (13), otrzymuje się zależności

$$M_{w\sigma 1} = \frac{\mu_0 z_1 z_2}{2b} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{4} + \frac{a_2^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) \right], \quad (19)$$

$$M_{z\sigma 1} = \frac{\mu_0 z_1 z_2}{2b} \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{2} + \frac{a_1^2}{3} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) \right], \quad (20)$$

określające indukcyjności wzajemne części wewnętrznej oraz części zewnętrznej uzwojenia wtórnego z uzwojeniem pierwotnym, wynikające z pola magnetycznego rozproszenia.

Po wprowadzeniu zależności (19), (20) do wyrażenia (14) indukcyjność wzajemna uzwojeń wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia

$$M_{\sigma} = \frac{\mu_0 z_1 z_2}{2b} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{4} + \frac{a_2^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{2} + \frac{a_1^2}{3} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) \right]. \quad (21)$$

Indukcyjność schematu zastępczego transformatora (rys. 2) określa się na podstawie wyrażen (1), (2), (3), (15), (18), (21) i otrzymuje się

$$L_{i1} = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[\frac{\pi a_1 d_{11}}{12} - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{8} (d_{11}^2 - d_{2w1}^2) \right], \quad (22)$$

$$L'_{i2} = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[-\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{4} + \frac{a_1^2}{6} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{24} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{24} + \frac{a_2^2}{96} \right) \right] \quad (23)$$

$$+ \frac{\pi}{16} (d_{2w1}^2 - d_{11}^2) + \frac{\pi}{16} (d_{2z1}^2 - d_{11}^2) \Big],$$

$$L_T = z_1^2 \left\{ \Lambda_{Fe} + \frac{\mu_0}{b} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{8} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{4} + \frac{a_1^2}{6} \right) + \frac{\pi}{8} (d_{11}^2 - d_r^2) \right] \right\}. \quad (24)$$

Permeancję rdzenia magnetycznego

$$A_{Fe}) \frac{\mu_0}{b} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{8} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{4} + \frac{a_1^2}{6} \right) + \frac{\pi}{8} (d_{11}^2 - d_r^2) \right]$$

i indukcyjność L_T , przy określonej liczbie zwojów z_1 uzwojenia pierwotnego, można kształtować głównie przez zmiany

- właściwości blach, z których jest zbudowany rdzeń magnetyczny,
- zastępczych szczelin powietrznych w rdzeniu magnetycznym.

Z wyrażen (22), (23) wynika, że charakterystyczna wielkość transformatora, jaką jest indukcyjność zwarcia

$$L_z = L_{l1} + L'_{l2} = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[-\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{6} + \frac{a_1^2}{6} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{12} + \frac{a_2^2}{32} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{24} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \frac{\pi}{16} (d_{2z1}^2 - d_{2w1}^2) \right]. \quad (25)$$

Przyjmując $m = 1$ ($k = 1$) i posługując się, zgodnie z zależnościami (6), średnimi długościami zwojów oraz wprowadzając podane na rys. 1 grubości części składowych uzwojeń i szczelin międzyzwojeniowych, otrzymuje się:

$$L_{l1} = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[\frac{a_1 l_{11}}{12} + \frac{a_2 l_{2w1}}{8} + \frac{\delta_{w1} l_{\delta w1}}{2} - \frac{\pi}{12} \left(a_1^2 - \frac{a_2^2}{4} \right) \right], \quad (26)$$

$$L'_{l2} = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[\frac{a_2 l_{2z1}}{24} - \frac{a_2 l_{2w1}}{12} + \frac{\delta_{z1} l_{\delta z1} - \delta_{w1} l_{\delta w1}}{4} + \frac{\pi}{12} \left(a_1^2 - \frac{a_2^2}{4} \right) \right], \quad (27)$$

$$L'_z = \frac{\mu_0 z_1^2}{b} \left[\frac{a_1 l_{11}}{12} + \frac{a_2 l_{2w1}}{24} + \frac{a_2 l_{2z1}}{24} + \frac{\delta_{w1} l_{\delta w1} + \delta_{z1} l_{\delta z1}}{4} \right], \quad (28)$$

przy czym: $l_{\delta w1}$, $l_{\delta z1}$ - średnie długości szczelin międzyzwojeniowych.

Zależności (26), (27), (28) określają możliwości kształtowania parametrów L_{α} , L_{α} schematu zastępczego (rys. 2) oraz indukcyjności zwarcia L_z transformatora dwuuzwojeniowego z uzwojeniami cylindrycznymi i symetrycznym podziałem tylko uzwojenia wtórnego na dwie części.

3.2. Uzwojenia cylindryczne z symetrycznym podziałem uzwojenia pierwotnego na dwie i uzwojenia wtórnego na cztery części

Przy symetrycznym podziale uzwojenia pierwotnego na dwie i uzwojenia wtórnego na cztery części liczba grup $m = 2$ ($k = 1, 2$). Na podstawie ogólnych wyrażeń (7), (9), (10) otrzymuje się następujące zależności na

- indukcyjność rozproszenia części uzwojenia pierwotnego w grupie pierwszej i drugiej

$$L_{1\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{4} \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{6} + \frac{a_1^2}{24} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right], \quad (29)$$

$$L_{1\sigma 2} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{4} \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{6} + \frac{a_1^2}{24} \right) + \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{12}^2 - d_r^2) \right], \quad (30)$$

- indukcyjność rozproszenia części wewnętrznej i zewnętrznej uzwojenia wtórnego w grupie pierwszej

$$L_{2\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{16} \left[\pi \left(\frac{5a_2 d_{2w1}}{24} + \frac{a_2^2}{32} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w2}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_r^2) \right], \quad (31)$$

$$L_{2\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{16} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{12} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \frac{\pi}{4} (d_{2w2}^2 - d_r^2) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_r^2) + \frac{\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_r^2) \right], \quad (32)$$

- indukcyjność rozproszenia części wewnętrznej i zewnętrznej uzwojenia wtórnego w grupie drugiej

$$L_{2w\sigma 2} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{16} \left[\pi \left(\frac{11a_2 d_{2w2}}{24} + \frac{7a_2^2}{96} \right) + \pi (d_{2w2}^2 - d_r^2) \right], \quad (33)$$

$$L_{2z\sigma 2} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{16} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{3} + \frac{5a_2^2}{96} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w2}^2 - d_r^2) \right]. \quad (34)$$

Po wprowadzeniu zależności (29), (30) do wyrażenia (8) indukcyjność rozproszenia uzwojenia pierwotnego

$$L_{1\sigma} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{4} \left[\pi \left(\frac{5a_1 d_{11}}{6} + \frac{a_1^2}{4} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) + \frac{3\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right]. \quad (35)$$

Po wprowadzeniu zależności (31), (32), (33), (34) do wyrażenia (11) indukcyjność rozproszenia uzwojenia wtórnego

$$L_{2\sigma} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_2^2}{16} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{3} + \frac{5a_2^2}{96} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{12} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_r^2) \right. \\ \left. + \pi \left(\frac{5a_2 d_{2w2}}{6} + \frac{13a_2^2}{96} \right) + \frac{7\pi}{4} (d_{2w2}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{7a_2 d_{2z2}}{12} + \frac{3a_2^2}{32} \right) + \frac{5\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_r^2) \right]. \quad (36)$$

Przy liczbie grup $m = 2$ na podstawie ogólnych wyrażen (12), (13)

- indukcyjności wzajemne między uzwojeniem pierwotnym a częściami - wewnętrzną oraz zewnętrzną - uzwojenia wtórnego grupy pierwszej określają zależności

$$M_{w\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1 z_2}{8} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right], \quad (37)$$

$$M_{z\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1 z_2}{8} \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) + \frac{\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right], \quad (38)$$

- indukcyjności wzajemne między uzwojeniem pierwotnym a częściami - wewnętrzną oraz zewnętrzną - uzwojenia wtórnego grupy drugiej określają zależności

$$M_{w\sigma 2} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1 z_2}{8} \left[2\pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{2w2}^2 - d_r^2) \right], \quad (39)$$

$$M_{z\sigma 1} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1 z_2}{8} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_r^2) + \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right]. \quad (40)$$

Po wprowadzeniu zależności (37), (38), (39), (40) do wyrażenia (14) indukcyjność wzajemna uzwojeń - pierwotnego i wtórnego - wynikająca z pola magnetycznego rozproszenia

$$\begin{aligned} M_{\sigma} = & \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1 z_2}{8} \left[\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{11}^2 - d_r^2) + 3\pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{4} + \frac{a_1^2}{12} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{12}^2 - d_r^2) \right. \\ & + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_r^2) + 2\pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{2w2}^2 - d_r^2) \\ & \left. + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{8} + \frac{a_2^2}{48} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_k^2) \right], \quad (41) \end{aligned}$$

Indukcyjność schematu zastępczego transformatora (rys. 2) określa się na podstawie wyrażen (1), (2), (3), (35), (36), (38) i otrzymuje się

$$\begin{aligned} L_{11} = & \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[\frac{\pi a_1 d_{11}}{6} + \pi \left(\frac{7a_1 d_{12}}{6} + \frac{a_1^2}{3} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{4} + \frac{a_2^2}{24} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{2} + \frac{a_2^2}{12} \right) \right. \\ & \left. - \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{4} + \frac{a_2^2}{24} \right) + \frac{\pi}{2} (d_{11}^2 - d_{2w1}^2) + \pi (d_{12}^2 - d_{2w2}^2) + \frac{\pi}{2} (d_{12}^2 - d_{2z2}^2) \right], \quad (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L'_{i2} = & \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[\pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{12} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2w1}^2 - d_{11}^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{12} + \frac{a_2^2}{96} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_{11}^2) \right. \\
 & + \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{3} + \frac{5a_2^2}{96} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{2w2}^2 - d_{12}^2) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{3} + \frac{5a_2^2}{96} \right) + \frac{3\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_{12}^2) \quad (43) \\
 & \left. - \pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{2} + \frac{a_1^2}{6} \right) - \pi \left(\frac{3a_1 d_{12}}{2} + \frac{a_1^2}{2} \right) \right],
 \end{aligned}$$

$$L_T = z_1^2 \Lambda_{Fe} + \frac{z_1}{z_2} M_\sigma, \quad (44)$$

przy czym M_σ określa zależność (41).

Z wyrażeń (42), (43) wynika, że charakterystyczna wielkość transformatora, jaką jest indukcyjność zwarcia

$$\begin{aligned}
 L_z = L_{t1} + L'_{i2} = & \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[-\pi \left(\frac{a_1 d_{11}}{3} + \frac{a_1^2}{6} \right) - \pi \left(\frac{a_1 d_{12}}{3} + \frac{a_1^2}{6} \right) + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z1}}{12} + \frac{a_2^2}{96} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w1}}{6} + \frac{a_2^2}{32} \right) \right. \\
 & \left. + \pi \left(\frac{a_2 d_{2z2}}{3} + \frac{a_2^2}{96} \right) - \pi \left(\frac{a_2 d_{2w2}}{6} + \frac{a_2^2}{32} \right) + \frac{\pi}{4} (d_{2z1}^2 - d_{2w1}^2) + \frac{\pi}{4} (d_{2z2}^2 - d_{2w2}^2) \right]. \quad (45)
 \end{aligned}$$

Przyjmując $m = 2$ i posługując się, zgodnie z zależnościami (6), średnimi długościami zwojów oraz wprowadzając podane na rys. 1 grubości części składowych uzwojeń i szczelin międzyzwojeniowych, otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 L_{t1} = & \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[\frac{a_1 l_{11}}{6} + \frac{a_1 l_{12}}{6} + \frac{a_2 l_{2w1}}{4} - \frac{a_2 l_{2z2}}{4} + \frac{a_2 l_{2w2}}{2} \right. \\
 & \left. + 2(\delta_{w1} l_{\delta w1} - \delta_{z2} l_{\delta z2} + 2\delta_{w2} l_{\delta w2}) + \frac{\pi}{12} (a_2^2 - 4a_1^2) \right], \quad (46)
 \end{aligned}$$

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[\frac{a_2 l_{2z1}}{12} - \frac{a_2 l_{2w1}}{6} + \frac{a_2 l_{2z2}}{3} - \frac{5a_2 l_{2w2}}{12} \right. \\ \left. + \delta_{z1} l_{\delta z1} - \delta_{w1} l_{\delta w1} + 3\delta_{z2} l_{\delta z2} - 3\delta_{w2} l_{\delta w2} - \frac{\pi}{12} (a_2^2 - 4a_1^2) \right], \quad (47)$$

$$L_z = \frac{\mu_0}{b} \cdot \frac{z_1^2}{16} \left[\frac{a_1 l_{11}}{6} + \frac{a_1 l_{12}}{6} + \frac{a_2 l_{2z1}}{12} + \frac{a_2 l_{2w1}}{12} + \frac{a_2 l_{2z2}}{12} \right. \\ \left. + \frac{a_2 l_{2w2}}{12} + \delta_{z1} l_{\delta z1} + \delta_{w1} l_{\delta w1} + \delta_{z2} l_{\delta z2} + \delta_{w2} l_{\delta w2} \right], \quad (48)$$

przy czym:

$l_{\delta z1}, l_{\delta w1}$ - średnie długości szczelin międzyzwojeniowych w grupie pierwszej,

$l_{\delta z2}, l_{\delta w2}$ - średnie długości szczelin międzyzwojeniowych w grupie drugiej.

Zależności (46), (47), (48) określają możliwości kształtowania parametrów L_{11} , L_{12} schematu zastępczego (rys. 2) oraz indukcyjności zwarcia L_z transformatora dwuzwojeniowego z uzwojeniami cylindrycznymi i symetrycznym podziałem uzwojenia pierwotnego na dwie i uzwojenia wtórnego na cztery części.

4. UWAGI KOŃCOWE

W pracy podano ogólne zależności na indukcyjności własne i wzajemne uzwojeń cylindrycznych, przy dowolnej liczbie m części ich symetrycznego podziału, wynikające z pola magnetycznego rozproszenia. Pozwala to na określenie wpływu symetrycznego podziału uzwojeń na parametry schematu zastępczego transformatora. W tym zakresie praca stanowi rozszerzenie teorii transformatorów.

Analiza szczegółowa przeprowadzona dla $m = 1$ oraz $m = 2$ wykazuje, że podział uzwojeń pozwala na skuteczne kształtowanie parametrów schematu zastępczego oraz indukcyjności zwarcia, a tym samym właściwości transformatora, np. zakresu zmian napięcia, krotności prądu zwarcia. Ponadto wprowadzenie podziału uzwojeń poprawia skuteczność ich chłodzenia.

LITERATURA

1. Jabłoński M.: Transformatory. Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1994.
2. Jezierski E.: Transformatory - podstawy teoretyczne. WNT, Warszawa 1975.
3. Mizia W.: Wpływ rozmieszczenia uzwojeń cylindrycznych na parametry schematu zastępczego transformatora dwuuzwojeniowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" nr 138, Gliwice 1994, str. 79.
4. Mizia W.: Parametry elektromagnetyczne transformatora dwuuzwojeniowego z dowolnie dzielonymi uzwojeniami cylindrycznymi. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Elektryka" nr 149, Gliwice 1996.
5. Turowski J.: Obliczenia elektromagnetyczne elementów maszyn i urządzeń elektrycznych. WNT, Warszawa 1982.

Recenzent: Dr hab. inż. Jerzy Hickiewicz, prof. WSI w Opolu

Wpłynęło do Redakcji dnia 15 marca 1996 r.

Abstract

The paper deals with a two-winding transformer with symmetrically divided cylindrical windings.

When symmetrically divided, one of the windings (for instance the primary one) consists of m identical sections, while the other one comprises $(m - 1)$ identical sections and additionally two sections twice smaller than the others. The sections of the primary and secondary windings are of the same height and they are alternately placed on each other around the magnetic core column. Such arrangements of the windings (Fig. 1) can be divided into m symmetrical groups, each of them consisting of one section of the primary winding with number of coils equal to z_1/m and two sections of the secondary winding with number of coils equal to $z_2/2m$.

General relationships describing components of self-inductances and mutual inductances of:

- sections of the windings in any k -th group,
 - the primary and secondary windings
- have been given.

It makes possible to determine equivalent circuit parameters at any number m of sections of symmetrically divided windings and thus to modify transformer characteristics. Parameters of equivalent circuits and short-circuit inductances of transformers with typically, symmetrically divided windings i.e. for $m = 1$ and $m = 2$ have been determined basing on the general relationships.