

TADEUSZ ŚWIERZAWSKI, TADEUSZ HES

Katedra Teorii Maszyn Ciepłych

GRAFICZNA METODA ROZWIĄZANIA RÓWNAŃ KRYTYCZNYCH  
DLA TERMICZNYCH REAKTORÓW JĄDROWYCH

W pracy podano równania krytyczne przy zastosowaniu metody z efektywnym współczynnikiem dyfuzji, metody z dwoma grupami neutronów, metody wieku Fermiego, metody jednogrupowej oraz równanie dla przypadku moderatora wodowego.

Przeprowadzono analizę wyników jakie otrzymuje się przy zastosowaniu poszczególnych metod do obliczenia prawdopodobieństwa uniknięcia ucieczki neutronów moderowanych z układu o skończonych wymiarach.

Podano graficzny sposób rozwiązania równań krytycznych (10), (13), (17) i (18) przy zastosowaniu wyżej wymienionych metod. Celem zwiększenia dokładności wykresu, naniesiono dwie podziałki dla  $k_{\infty}$  (wykres 2).

W a ż n i e j s z e o z n a c z e n i a

- B - parametr (laplasjan) reaktora,
- D - współczynnik dyfuzji,
- $k_{\infty}$  - współczynnik rozmażania w ośrodku nieskończenie rozległym,
- $k_{ef}$  - efektywny współczynnik rozmażania,
- L - długość dyfuzji,
- $l_0$  - średni czas życia neutronów,
- n - koncentracja neutronów termicznych w  $1 \text{ cm}^3$ ,
- P - prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu o skończonych wymiarach,
- q - gęstość moderacji,
- t - czas,
- V - objętość,

- $W(\bar{r}, \bar{r}')$  - prawdopodobieństwo tego, że neutron szybki, który powstał w punkcie  $\bar{r}'$  zostanie zmoderowany w punkcie  $\bar{r}$  do energii termicznej,  
 $\bar{\rho}$  - średnia odległość spowalniania,  
 $\tau$  - wiek symboliczny Fermiego (o wymiarze  $\text{cm}^2$ )\*.

### 1. Równania ogólne

Dla stanu ustalonego, równanie dyfuzji z uwzględnieniem źródeł i pochłaniania neutronów ma postać [1]\*\*)

$$D \nabla^2 n(\bar{r}) - \frac{n(\bar{r})}{l_0} + \frac{k_{\infty}}{l_0} \int_{\nu} W(\bar{r}, \bar{r}') n(\bar{r}') dV' = \frac{\partial n(\bar{r})}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

W przypadku braku absorpcji neutronów podczas moderacji, równanie całkowe (1) można zastąpić układem dwóch równań różniczkowych:

$$D \nabla^2 n(\bar{r}) - \frac{n(\bar{r})}{l_0} = -q(\bar{r}, \tau_T) \quad (2)$$

$$\nabla^2 q(\bar{r}, \tau) = \frac{\partial q(\bar{r}, \tau)}{\partial \tau} \quad (3)$$

z warunkiem określającym początkową koncentrację neutronów moderowanych

$$q(\bar{r}, 0) = \frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r}) \quad (4)$$

gdzie  $\tau_T$  oznacza wiek Fermiego dla energii termicznych.

\*) Nazwa wieku symbolicznego pochodzi stąd, że wielkość  $\tau$  jest w ścisłym związku z rzeczywistym chronologicznym wiekiem neutronów, potrzebnym przeciętnie do zmoderowania neutronu od energii rozszczepieniowej do energii  $E$  odpowiadającej wartości  $\tau$ .

\*\*\*) Równanie (1.4).

## 2. Równania krytyczne

### 2.1. Prawdopodobieństwo (P) uniknięcia ucieczki neutronów z układu

Z warunku krytyczności, dla którego jest słuszne równanie falowe wynika, że efektywny współczynnik rozmnażania  $k_{ef}$ , dla układu o skończonych wymiarach, jest równy jedności

$$k_{ef} = k_{\infty} P = 1 \quad (5)$$

lub

$$P = \frac{1}{k_{\infty}} \quad (5a)$$

### 2.2. Równanie z efektywnym współczynnikiem dyfuzji

Dla dużych reaktorów ( $\sqrt{\tau_T} \ll R$ ), zmiana koncentracji neutronów moderowanych jest niewielka na drodze  $\sqrt{6} \tau_T$ . Wyrażenie  $q(\bar{r}, \tau)$  można więc rozwinąć w szereg Maclaurina według  $\tau$  uzyskując w ten sposób wystarczające przybliżenie już dla drugiego wyrazu szeregu

$$q(\bar{r}, \tau) \approx q(\bar{r}, 0) + \left[ \frac{\partial q(\bar{r}, \tau)}{\partial \tau} \right]_{\tau=0} \cdot \tau \quad (6)$$

Wielkość pochodnej dla  $\tau=0$  oblicza się z równania (3) po wykorzystaniu warunku początkowego (4) i ostatecznie rozwinięcie (6) wygląda następująco:

$$q(\bar{r}, \tau) \approx \frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r}) + \frac{k_{\infty} \tau}{l_0} \nabla^2 n(\bar{r}) \quad (6a)$$

Podstawiając równanie (6a) do równania (2) i kojarząc następnie wyrazy o jednakowych pochodnych funkcji  $n(\bar{r})$  otrzymamy:

$$\left( D + \frac{k_{\infty} \tau_T}{l_0} \right) \nabla^2 n(\bar{r}) + \frac{k_{\infty} - 1}{l_0} n(\bar{r}) = 0 \quad (7)$$

Wielkość zawarta w nawiasie pierwszego członu równania (7) określana jest w literaturze [1]<sup>\*</sup>) jako efektywny współczynnik dyfuzji

$$D_{\text{ef}} = D \left( 1 + \frac{k_{\infty} \cdot \tau_T}{l_0 D} \right) \quad (8)$$

Ponieważ dla stanu krytycznego koncentracja neutronów powinna spełniać równanie falowe:

$$\nabla^2 n(\bar{r}) = -B^2 n(\bar{r}) \quad (a)$$

więc po podstawieniu zależności (a) do równania (7) i po uproszczeniu uzyskuje się równanie:

$$- \left( D + \frac{k_{\infty} \cdot \tau_T}{l_0} \right) B^2 + \frac{k_{\infty} - 1}{l_0} = 0 \quad (9)$$

Oznaczając  $D l_0 = L^2$  i wyliczając z równania (9) wartość  $\frac{1}{k_{\infty}}$ , otrzymamy wzór określający prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki z układu

$$P = \frac{1}{k_{\infty}} = \frac{1 - B^2 \cdot \tau_T}{1 + B^2 L^2} \quad (5b)$$

Po podstawieniu do równania (5b) wartości

$$x = B^2 \cdot \tau_T \quad (b)$$

można zapisać je w postaci:

$$1 - x = \frac{1}{k_{\infty}} + \frac{L^2}{k_{\infty} \tau_T} \cdot x \quad (10)$$

<sup>\*</sup>) Równanie (5.4) i (1.7).

### 2.3. Równanie z dwoma grupami neutronów

W równaniu (3) zastępujemy wartość pochodnej stosunkiem różnic

$$\frac{\partial q(\bar{r}, \tau)}{\partial \tau} \approx \frac{q(\bar{r}, 0) - q(\bar{r}, \tau)}{0 - \tau} \quad (c)$$

Korzystając z warunku początkowego (4) oraz z zależności (3), przy założeniu, że  $q(\bar{r}, \tau)$  spełnia równanie falowe

$$\nabla^2 q(\bar{r}, \tau) = -B^2 \cdot q(\bar{r}, \tau) \quad (d)$$

otrzymamy równanie określające koncentrację neutronów moderowanych

$$q(\bar{r}, \tau_T) = \frac{k_\infty}{l_0} \cdot \frac{n(\bar{r})}{1 + B^2 \tau_T} \quad (11)$$

Podstawiając zależności (11) i (a) do równania (2) otrzymamy równanie krytyczne w teorii dwóch grup neutronów

$$-B^2 - \frac{1}{L^2} + \frac{k_\infty}{L^2} \cdot \frac{1}{1 + B^2 \tau_T} = 0 \quad (12)$$

Na podstawie zależności (5) i (12), prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu oblicza się z równania

$$P = \frac{1}{k_\infty} = \frac{1}{1 + B^2 \tau_T} \cdot \frac{1}{1 + B^2 L^2} \quad (5c)$$

Korzystając z oznaczenia (b), równanie (5c) można przedstawić w postaci bardziej dogodnej przy dalszych rozwiązaniach:

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1}{k_\infty} + \frac{L^2}{k_\infty \cdot \tau_T} \cdot x \quad (13)$$

#### 2.4. Równanie w przybliżeniu Fermiego (metoda wieku Fermiego)

Metoda ta polega na rozwiązaniu równania różniczkowego

$$\frac{dq(\bar{r}, \tau)}{d\tau} = -B^2 q(\bar{r}, \tau) \quad (14)$$

które powstało ze skojarzenia równań (3) i (d).  
Rozwiązanie tego równania jest następujące:

$$q(\bar{r}, \tau) = C(\bar{r}) e^{-B^2 \cdot \tau} \quad (15)$$

Dla warunku początkowego (4), zależność (15) przyjmie postać:

$$q(\bar{r}, \tau) = \frac{k_{\infty}}{1_0} n(\bar{r}) e^{-B^2 \cdot \tau} \quad (15a)$$

Równanie krytyczne dla tej metody można uzyskać podstawiając równania (15a) i (a) do równania (2)

$$-B^2 - \frac{1}{L^2} + \frac{k_{\infty}}{L^2} \cdot e^{-B^2 \tau_T} = 0 \quad (16)$$

Na podstawie zależności (5a) i (16), prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu można obliczyć wzorem:

$$P = \frac{1}{k_{\infty}} = \frac{e^{-B^2 \tau_T}}{1 + L^2 B^2} \quad (5c)$$

a po wprowadzeniu do ostatniego równania oznaczenia (b) otrzymamy zależność

$$e^{-x} = \frac{1}{k_{\infty}} + \frac{L^2}{k_{\infty} \tau_T}, \quad x \quad (17)$$

### 2.5. Równanie krytyczne w przypadku moderatora wodorowego

Prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu zawierającego moderator wodorowy, jest podane w [4]

$$P = \frac{1}{k_{\infty}} = \frac{\arctg B \sqrt{3\tau_T}}{B \sqrt{3\tau_T}} \cdot \frac{1}{1 + B^2 L^2} \quad (5e)$$

Analogicznie jak w poprzednich przypadkach, wprowadzając zależność (b), przekształcone równanie krytyczne przyjmuje postać:

$$\frac{\arctg \sqrt{3x}}{\sqrt{3x}} = \frac{1}{k_{\infty}} + \frac{L^2}{k_{\infty} \tau_T} \cdot x \quad (18)$$

### 2.6. Równanie z jedną grupą neutronów

Wyliczenie parametru materiałowego w przybliżeniu jednogrupowym ma jedynie znaczenie porównawcze w odniesieniu do metod poprzednich.

W metodzie tej rozpatruje się tylko grupę neutronów termicznych, zanedbując tym samym moderację na odcinku  $\bar{r}' - \bar{r}$ . Założenie to jest równoważne zależności  $n(\bar{r}) = n(\bar{r}')$ . Zakładając, że powstające neutrony posiadają energie termiczne, można obliczyć człon określający wyraz źródła neutronów w równaniu (1):

$$S = \frac{k_{\infty}}{l_0} \int_V W(\bar{r}, \bar{r}') n(\bar{r}') dV' = \frac{k_{\infty} n(\bar{r})}{l_0} \int_V W(\bar{r}, \bar{r}) dV = \frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r}) \quad (19)$$

gdyż prawdopodobieństwo zmoderowania przechodzi w pewność, czyli

$$P_m = \int_V W(\bar{r}, \bar{r}') dV' = 1$$

Podstawiając zależność (19) do wzoru (1) otrzymamy równanie dla jednej grupy neutronów

$$-B^2 - \frac{1}{L^2} + \frac{k_{\infty}}{L^2} = 0 \quad (20)$$

Prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu równe jest prawdopodobieństwu uniknięcia ucieczki neutronów termicznych

$$P = \frac{1}{k_{\infty}} = \frac{1}{1 + L^2 B^2} \quad (5f)$$

Z równań (5f) i (b) wynika zależność:

$$1 = \frac{1}{k_{\infty}} + \frac{L^2}{k_{\infty} \cdot \tau_T} \cdot x \quad (21)$$

### 3. Porównanie i analiza wyników

Prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów z układu rozpatrywane w punkcie 2.1 można traktować jako iloczyn prawdopodobieństwa uniknięcia ucieczki neutronów moderowanych  $P_m$  przez prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów termicznych  $P_t$

$$P = P_m P_t \quad (22)$$

gdzie oznaczają

$$P_m = \frac{\text{ilość neutronów zmoderowanych do energii termicznej,}}{\text{ilość neutronów powstałych na skutek rozszczepienia,}}$$

$$P_t = \frac{\text{ilość neutronów termicznych pochłoniętych w strefie aktywnej}}{\text{ilość neutronów zmoderowanych do energii termicznej}}$$



Wychodząc z powyższych definicji określających  $P_m$  i  $P_t$  można otrzymać następujące zależności:

$$P_m = \frac{q(\bar{r}, \tau_T)}{q(\bar{r}, 0)} = \frac{q(\bar{r}, \tau_T)}{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})} \quad (23)$$

oraz

$$P_t = \frac{\frac{n(\bar{r})}{l_0}}{\frac{n(\bar{r})}{l_0} - D \nabla^2 n(\bar{r})} \quad (24)$$

Po podstawieniu (23) i (24) do równania (22) uzyskujemy zależność:

$$P = \frac{q(\bar{r}, \tau_T)}{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})} \cdot \frac{\frac{n(\bar{r})}{l_0}}{\frac{n(\bar{r})}{l_0} - D \nabla^2 n(\bar{r})} \quad (22a)$$

Wzór na określenie  $P_t$  jest taki sam przy wszystkich metodach, gdyż gęstość neutronów termicznych określona jest wszędzie na podstawie tego samego równania (2). Różnice w wartościach  $P_m$  wynikają z różnych sposobów obliczania gęstości moderacji.

Wstawiając zależność (a) do równania (24) otrzymamy:

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{\frac{n(\bar{r})}{l_0}}{\frac{n(\bar{r})}{l_0} - D \nabla^2 n(\bar{r})} = \frac{\frac{n(\bar{r})}{l_0}}{\frac{n(\bar{r})}{l_0} - D [-B^2 n(\bar{r})]} = \frac{1}{1 + l_0 D B^2} = \\ &= \frac{1}{1 + L^2 B^2} \quad (24c) \end{aligned}$$

Wartości  $P$  dla poszczególnych metod wylicza się z zależności (23) podstawiając odpowiednie wyrażenia na  $q(\bar{r}, \tau)$

a) metoda efektywnego współczynnika dyfuzji

$$P_m = \frac{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r}) + \frac{k_{\infty} \tau_T}{l_0} \nabla^2 n(\bar{r})}{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})} = \frac{n(\bar{r}) - B^2 n(\bar{r}) \cdot \tau_T}{n(\bar{r})} = 1 - B^2 \tau_T \quad (25)$$

b) metoda dwóch grup neutronów

$$P_m = \frac{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})}{1 + B^2 \cdot \tau_T} \cdot \frac{1}{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})} = \frac{1}{1 + B^2 \cdot \tau_T} \quad (26)$$

c) metoda wieku Fermiego

$$P_m = \frac{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r}) e^{-B^2 \tau_T}}{\frac{k_{\infty}}{l_0} n(\bar{r})} = e^{-B^2 \tau_T} \quad (27)$$

d) dla moderatora wodorowego

$$P_m = \frac{\text{arc tg } B \sqrt{3 \tau_T}}{B \sqrt{3 \tau_T}} \quad (28)$$

Wielkość wieku Fermiego  $\tau$  występująca w poprzednich rozważaniach jest związana z długością moderacji relacją

$$\bar{c}^2 = 6\tau \quad (d)$$

Podstawiając zależność (d) do równań (25), (26), (27) i (28) otrzymamy wartości prawdopodobieństw uniknięcia ucieczki podczas moderacji, w funkcji długości moderacji

$$P_m = 1 - \frac{B^2}{6} \bar{\varrho}^2 \quad (25a)$$

$$P_m = \frac{1}{1 + \frac{B^2}{6} \bar{\varrho}^2} \quad (26a)$$

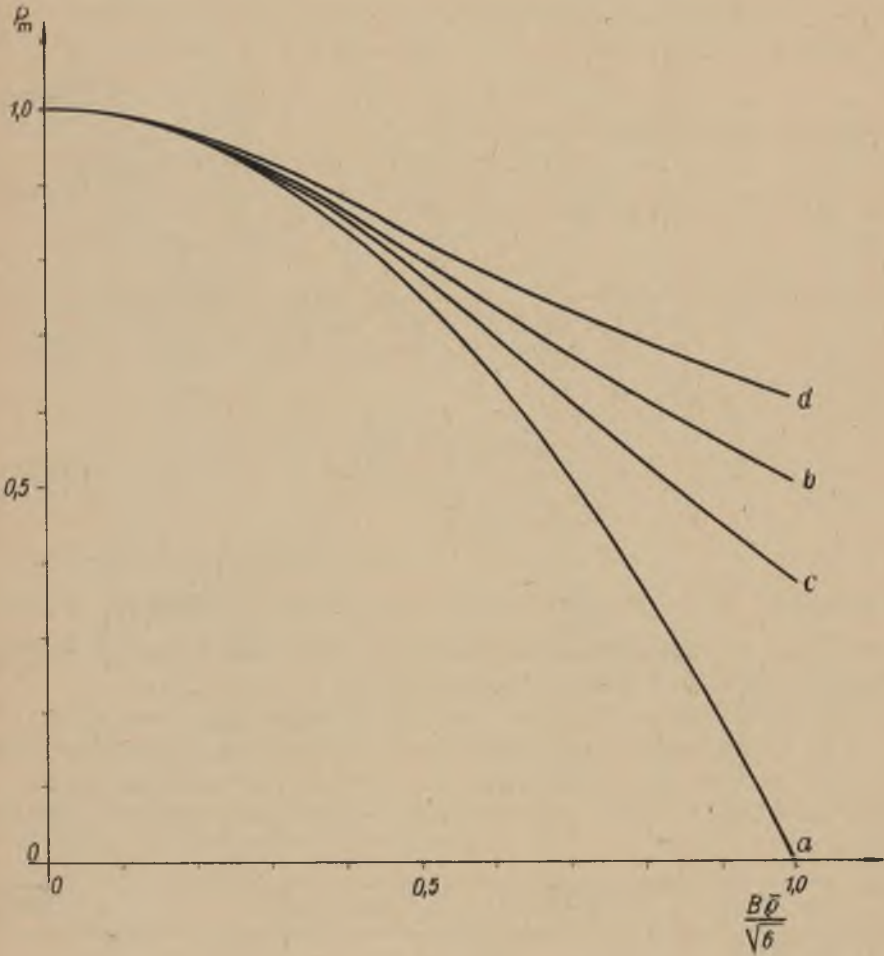
$$P_m = \exp \left[ - \frac{B^2}{6} \cdot \bar{\varrho}^2 \right] \quad (27a)$$

$$P_m = \frac{\arctg B \frac{\bar{\varrho}}{\sqrt{2}}}{B \frac{\bar{\varrho}}{\sqrt{2}}} \quad (28a)$$

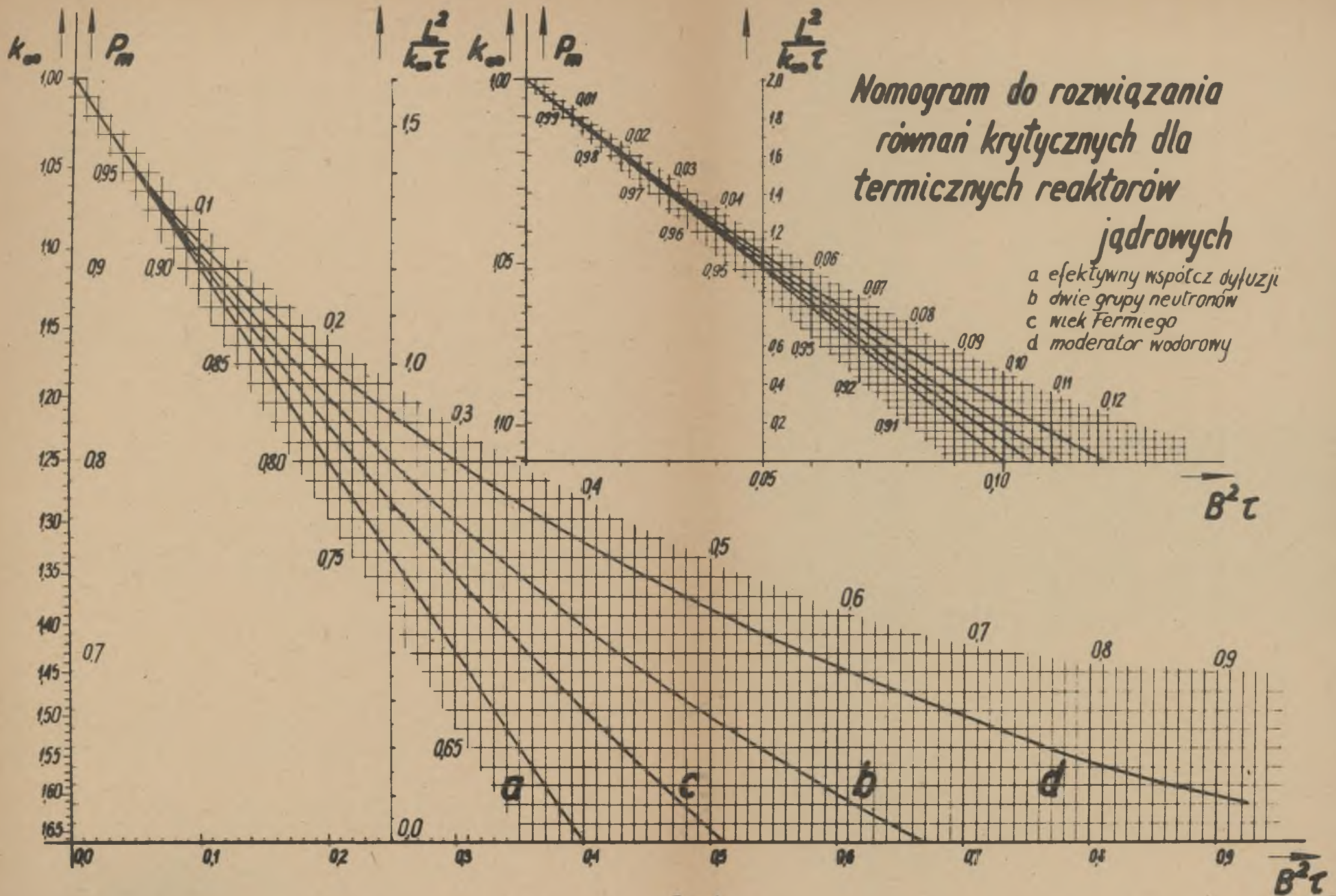
Zależności  $P_m = f \left( \frac{B}{\sqrt{6}} \bar{\varrho} \right)$  ujęte w formie wykresu (podane za [3], z uzupełnieniem krzywej dla efektywnego współczynnika dyfuzji) przedstawia rys.1.

Dla porównania w jakim stopniu różnią się wartości  $P_m$  przy poszczególnych sposobach obliczania gęstości moderacji, można  $P_m$  rozwinąć w szereg Maclaurina jako funkcję potęg  $B^2 \tau = x$ . Wartości powyższe ujęto w zestawieniu.

Metoda	$P_m = f(B^2 \tau)$	$P_m = f(x)$	Uwagi
efektywnego współczynnika dyfuzji	$1 - B^2 \tau$	$1 - x$	
dwa grup neutronów	$\frac{1}{1 + B^2 \tau}$	$1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + \dots$	dla $ x  < 1$
wiek Fermiego	$e^{-B^2 \cdot \tau}$	$1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^n}{n!} + \dots$	
moderatora wodorowego	$\frac{\arctg \sqrt{B^3 \tau}}{B \sqrt{3 \tau}}$	$1 - x + \frac{3^2}{5} x^2 - \frac{3^3 \cdot x^3}{7} + \dots + (-1)^n \frac{3^n x^n}{2n+1} + \dots$	dla $ x  < 1/3$



Rys.1. Zestawienie funkcji  $P_m$  zależnej od iloczynu średniej odległości spowalniania i parametru materiałowego, dla poszczególnych metod obliczeń:  
 a - efektywny współczynnik dyfuzji, b - dwie grupy neutronów, c - wiek Fermiego, d - moderator wodorowy



*Nomogram do rozwiązania  
równań krytycznych dla  
termicznych reaktorów  
jądrowych*

- a efektywny współcz. dyfuzji*
- b dwie grupy neutronów*
- c wiek Fermiego*
- d moderator wodorowy*

Rys. 2.

Z analizy wielkości  $P_m$  podanych w zestawieniu wynika, że dla wielkości  $B^2 \tau_T < 0,02$  wpływ dalszych (począwszy od trzeciego) członów w rozwinięciach  $P_m = f(x)$  można zaniedbać. Stosując równanie krytyczne z efektywnym współczynnikiem dyfuzji (najprostsza postać)

$$B^2 = \frac{k_{\infty} - 1}{L^2 + k_{\infty} \cdot \tau_T} \quad (29)$$

nie popełniamy błędu przy obliczaniu  $B^2 \tau_T$  większego od 0,0005 w porównaniu z wartością wynikającą z metody dwóch grup neutronów,

-"- od 0,0003 w porównaniu z wartością wynikającą z metody wieku Fermiego,

-"- od 0,0009 w porównaniu z wartością wynikającą z metody dla moderatora wodorowego

(wielkości błędów zostały ustalone graficznie).

Graficzna metoda rozwiązywania równań krytycznych polega na wykorzystaniu zależności (5) i (22), które w odpowiednim zapisie można przedstawić w formie wykresu:

$$P_m = \frac{1}{k_{\infty} F_t} \quad (30)$$

Ponieważ wartość  $F_t$  jest wspólna dla wszystkich metod, korzystając z równania (24a) i z zależności (b) (5b), (5c), (5d), (5e) lub (5f) otrzymamy wyrażenie:

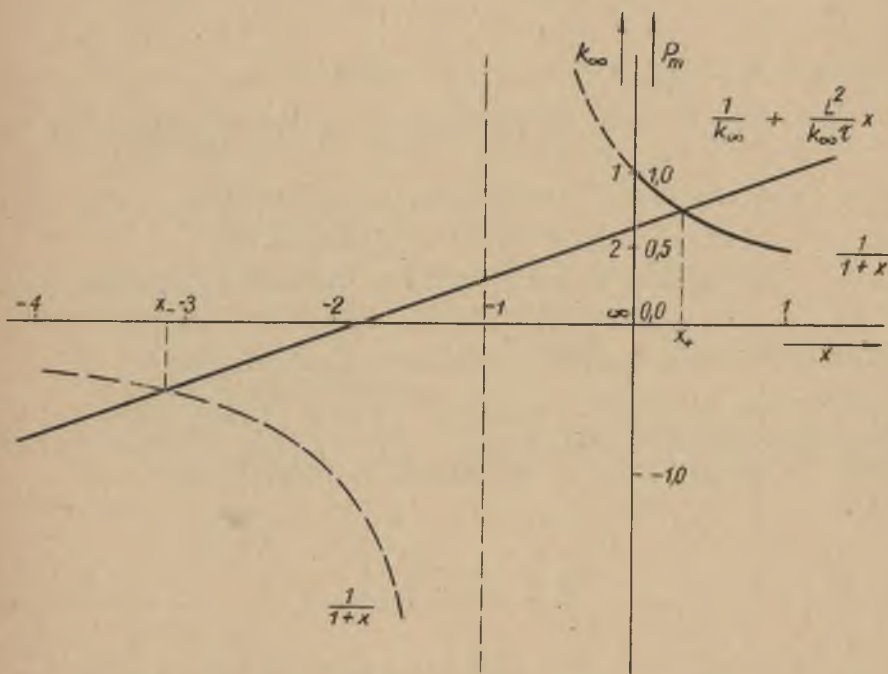
$$P_m = \frac{1}{k_{\infty} F_t} = \frac{1}{k_{\infty}} + \frac{L^2}{k_{\infty} \cdot \tau} \cdot x \quad (31)$$

Jest to równanie linii prostej, którą można łatwo wykreślić znając następujące parametry:

- a)  $\frac{1}{k_{\infty}}$  (dla  $x = 0$ ). Wartości te są naniesione na osi rzędnych wykresu (rys.2),

b) tangens kąta nachylenia prostej równy  $\frac{L^2}{k_{\infty} \tau_{\text{p}}}$ . Wielkości te są również naniesione na wykresie (rys.2).

Ponieważ w metodzie dwóch grup krzywa  $P_m$  ma dwie gałęzie (rys.3), zatem rozwiązanie będzie posiadało dwa pierwiastki (drugi jest współczynnikiem odpowiedniej zmiennej w równaniu określającym strumień neutronów [2]\*).



Rys.3. Wyznaczenie drugiego pierwiastka w metodzie dwóch grup neutronów

Celem wyznaczenia tej wartości przekształcimy równanie krytyczne (13) do postaci

$$\frac{L^2}{\tau_{\text{p}}} \cdot x^2 + \left(1 + \frac{L^2}{\tau_{\text{p}}}\right) \cdot x + (k_{\infty} - 1) = 0 \quad (13a)$$

\* ) Równanie 8.46.2.

Dla równania kwadratowego (13a) suma pierwiastków wyraża się zależnością

$$x_+ + x_- = - \frac{1 + \frac{L^2}{\tau_T}}{\frac{L^2}{\tau_T}}$$

skąd

$$x_- = - \left( 1 + \frac{\tau_T}{L^2} \right) - x_+ \quad (32)$$

Wykres przedstawiony na rysunku 2 może znaleźć również zastosowanie przy wyznaczaniu wartości:

- $P_f$  - prawdopodobieństwa uniknięcia ucieczki neutronów z reaktora przy moderacji od energii rozszczepienia do energii rezonansowej,
- $P_r$  - prawdopodobieństwa uniknięcia ucieczki podczas moderacji od energii rezonansowej do energii termicznej,
- $P_t$  - prawdopodobieństwa uniknięcia ucieczki neutronów termicznych.

Wyszczególnione powyżej wielkości są potrzebne do ułożenia bilansu neutronów w reaktorze. Do wyznaczenia wartości  $P_f$  należy znać wielkość wieku Fermiego  $\tau_r$  dla energii rezonansowych. Odcinając na osi odciętych wielkości  $x \frac{\tau_r}{\tau_T}$  odczytuje się na osi rzędnych odpowiednie wartości  $P_f$ .

Dla poszczególniej metody, prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki podczas moderacji wyznacza się rzutując na oś rzędnych punkt przecięcia prostej określonej równaniem (31) z krzywą  $P_m$ . Wielkość  $P_r$  oblicza się z równania

$$P_r = \frac{P_m}{P_f} \quad (33)$$

Prawdopodobieństwo uniknięcia ucieczki neutronów termicznych określone zostało równaniem (24a).



## LITERATURA

- [1] D.D. GAŁANIN - "Teorija jądriernych reaktorow na tiepłowych nejtronach" 2 izd. Atomizdat., Moskwa, 1959.
- [2] S.GLASSTONE, M.C, EDLUND - "Podstawy Teorii Reaktorów Jądrowych" (tłum.) PWN, 1957.
- [3] C.F.BONILLA (ed.) - "Nuclear Engineering", McGraw Hill, New York, 1957.
- [4] A.M.WEINBERG, E.P.WIGNER - "The Physical Theory of Neutron Chain Reactors", Chicago, 1958.

## Графический метод решения критических уравнений для термических ядерных реакторов

### РЕЗЮМЕ

В работе приведено критическое уравнение с применением метода с эффективным коэффициентом диффузии, метода с двумя группами нейтронов, метода возраста Ферми, одnogруппового метода, а также уравнение для случая водородного замедлителя.

Был проведен анализ результатов, какие получаются при применении отдельных методов для расчета вероятности избежания утечки модерированных нейтронов из системы с конечными размерами.

Приведен графический способ решения критических уравнений (10), (13), (17) и (18) при применении вышеприведенных методов. С целью повышения точности графика, были внесены две шкалы для  $k_{\infty}$  (график 2).

### The Graphical Method for the Critical Equations of the Thermal Pile

#### SUMMARY

In the paper there are given critical equations in the effective diffusion coefficient approximation in the two-groups and one-group theory, in the Fermi-Age approximation and for the case of the hydrogen-moderator.

Further on is done the analysis of the results in determining the nonleakage probability, by using the above mentioned methodes.

The relations presented at the Fig.2 give solutions of critical equations (10), (17), (13) and (18) directly. To expand the scales, two different ranges of  $k_{\infty}$  have been superimposed and separately numbered.