ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Nr 26 Energetyka z.5 1961

RYSZARD PETELA

Katedra Energetyki Cieplnej

EKSERGIA EMISJI WŁASNEJ CIAŁA DOSKONALE SZAREGO*)

Za pomocą bilansu eksergetycznego wyprowadzono wzory na eksergię emisji własnej powierzchni doskonale szarej. Posłużono się przy tym uproszczonym modelem (rys.2) o dwóch współśrodkowych powierzchniach kulistych. Dla powierzchni o temperaturze otoczenia przyjęto eksergię emisji własnej równą zeru. Obliczenia przeprowadzono w układzie jednostek MKS.

1. Wstęp

Poszczególne rodzaje energii mają niejednakową jakość (wartość) np. jakość energii wewnętrznej zależy od parametrów termicznych ciała, a w szczególności od temperatury. Poziomem zerowym przy określaniu jakości energii jest poziom spotykany powszechnie w otoczeniu. Miarą jakości energii jest maksymalna ilość pracy jaką można kosztem tej energii uzyskać w danym otoczeniu. Wielkość tę nazwano eksergią [1].

Eksergia jest funkcją stanu materii podobnie jak energia. Eksergia zależy jednak nie tylko od parametrów materii lecz także od parametrów otoczenia. Dlatego nazywa się ją niekiedy funkcją stanu drugiego rodzaju.

W pracy niniejszej rozpatrzono zagadnienie eksergii fotonowej postaci materii. Rozważania odnoszą się tylko do tzw. promieniowania temperaturowego (cieplnego) wynikającego z oscylacji ładunków elektrycznych ciała mającego temperaturę wyższą od bezwzględnego zera. Nie wcho-

*) Autor wyraża podziękowanie kierownikowi Katedry Energetyki Cieplnej J.Szargutowi za wskazanie tematu i cenne uwagi przy jego opracowaniu.

dzą więc w rachubę zjawiska luminescencji i chemiluminescencji [2]

2. Entropia emisji własnej ciała doskonale szarego

W oparciu o statystykę Bosego-Einsteina, której są posłuszne fotony, można uzyskać wzór na obliczanie entropii S promieniowania o temperaturze T, wypełniającego zamkniętą przestrzeń o objętości V, [3]:

$$S = \frac{4}{3} a T^3 V \tag{1}$$

gdzie wielkość a jest uniwersalną stałą o wartości:

$$a = 7,561 \cdot 10^{-15} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ grd}^4} = 7,561 \cdot 10^{-19} \frac{\text{k J}}{\text{m}^3 \text{ grd}^4}$$

Jeśli w równaniu (1) objętość wyrażona jest w m^3, a temperatura w $^\circ$K, to entropia ma wtedy wymiar kJ/grd.

Energia takiego promieniowania jest funkcją temperatury absolutnej T i można ją wyrazić za pomocą prawa Stefana-Boltzmanna:

$$U = a T^4 V \tag{2}$$

Wynika stąd, że $a T^4$ jest równoważną wartością promieniowania na jednostkową objętość w zamkniętej przestrzeni. Jeśli w takiej zamkniętej przestrzeni zrobi się mały otwór, to można wykazać za pomocą geometrycznych rozważań, że emisja własna wysyłana przez ten otwór w jednostce czasu i odniesiona do jednostki powierzchni ma wartość[3]:

$$e_c^* = \sigma T^4 = \frac{ac}{4} T^4 \tag{3}$$

gdzie:

$\sigma = ac/4 = 5,6667 \cdot 10^{-11}$ kJ/m^{2}sec grd^4 oznacza stałą Stefana-Boltzmanna, natomiast $c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/sec jest szybkością światła. Dla powierzchni doskonale szarej otrzymuje się:

$$e^{*} = \varepsilon \cdot e_c^{*} = \varepsilon \cdot 5{,}6667 \cdot 10^{-11} \cdot T^4 \qquad (3a)$$

Wykorzystując relację pomiędzy wielkością U wyrażoną wzorem (2) i emisją własną wyrażoną wzorem (3a) można przez analogię obliczyć entropię emisji ciała doskonale szarego. W tym celu należy wykorzystać proporcję:

$$\frac{e^{*}}{U} = \frac{s^{*}}{S} \qquad (4)$$

Z równania (4) wynika następujący wzór na entropię emisji ciała doskonale szarego (dla emisji przypadającej na 1 m^2 powierzchni):

$$s^{*} = \varepsilon \frac{ac}{3} T^3 = 7{,}5557 \cdot 10^{-11} \cdot \varepsilon \cdot T^3 \text{ kJ/sec grd m}^2 \qquad (5)$$

Należy skontrolować czy wyliczanie entropii emisji własnej podług równania (5), nie prowadzi do sprzeczności z drugą zasadą termodynamiki.

Można na przykład wziąć pod uwagę dwie nieskończenie duże, równoległe płaszczyzny, doskonale czarne, o dowolnych temperaturach T_I i T_{II}, wymieniające ciepło przez promieniowanie (rys.1). Dzięki źródłom ciepła temperatury powierzchni są stałe.

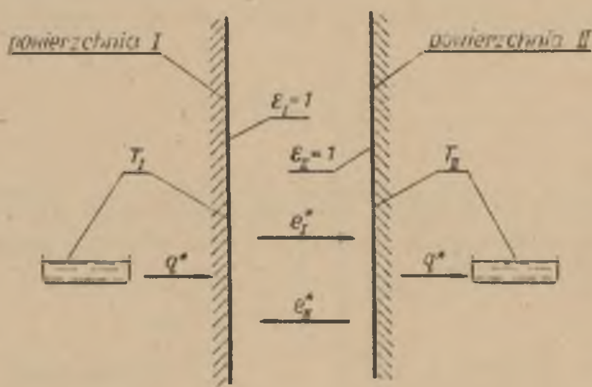
Rozważając na przykład emisję i absorpcję energii promienistej na 1 m^2 powierzchni I, można wyrazić sumę przyrostów entropii ciał uczestniczących w tym zjawisku wzorem następującym:

$$\Pi^{*} = -\frac{q^{*}}{T_I} + s_I^{*} - s_{II}^{*} \qquad (6)$$

Wyrażenie $-q^{*}/T_I$ przedstawia przyrost entropii źródła ciepła, natomiast s_I^{*} i s_{II}^{*} oznaczają kolejno entropie emisji własnej powierzchni I i pochłanianej przez powierzchnię I emisji powierzchni II.

Uwzględniając wzór (3), można przedstawić ciepło wymienione w rozpatrywanym układzie przez promieniowanie, wzorem:

$$q^* = \frac{ac}{4} \left(T_I^{\,4} - T_{II}^{\,4}\right) \tag{7}$$



Rys.1. Wymiana ciepła przez promieniowanie między dwoma równoległymi powierzchniami

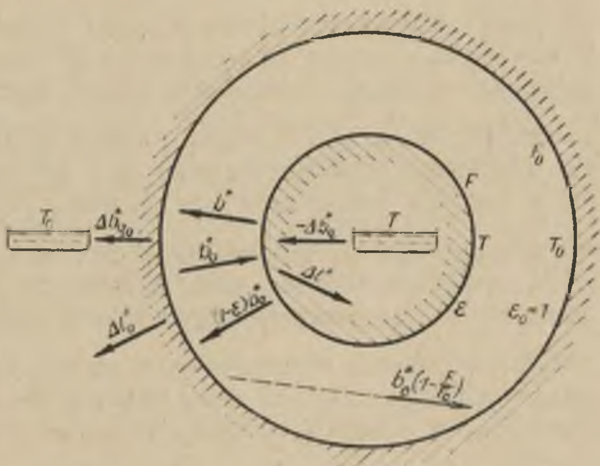
Wyrażając entropie emisji własnych za pomocą równania (5) oraz wstawiając (7) do (6) otrzymuje się po przekształceniach:

$$\Pi^* = \frac{ac}{12} \left(T_I^{\,3} + 3\,\frac{T_{II}^{\,4}}{T_I} - 4\,T_{II}^{\,3}\right) \tag{8}$$

Wyrażenie zawarte w nawiasie jest pewną funkcją temperatur T_I i T_{II}. Funkcja ta osiąga przy temperaturze $T_I = T_{II}$ minimum, w którym ma wartość równą zeru. Dla wszystkich dodatnich wartości temperatur T_I i T_{II} funkcja jest dodatnia. Zawsze więc spełniona jest nierówność $\Pi^* > 0$.

3. Obliczenie eksergii emisji własnej za pomocą bilansu eksergetycznego powierzchni emitującej

Dla obliczenia eksergii emisji własnej powierzchni doskonale szarej, można posłużyć się modelem wyobrażającym dwie współśrodkowe kuliste powierzchnie F i F_0, które dzięki źródłom ciepła utrzymują stałe temperatury T i T_0 (rys.2).



Rys.2. Schemat bilansu eksergetycznego promieniujących powierzchni

Powierzchnia zewnętrzna zastępuje działanie otoczenia i dlatego przyjęto, że ma ona temperaturę T_0. Kształt obydwu powierzchni nie ma wpływu na wynik obliczenia, co wykazano dalej. Kształt kulisty przyjęto tylko dla wygody wstępnych rozważań (stałość lokalnych stosunków konfiguracji).
Emisyjność ε_0 jako pewna cecha powierzchni F_0, również nie może mieć wpływu na wartość eksergii emisji własnej powierzchni F, co także wykazano dalej. Dla uproszczenia obliczeń można przyjąć $\varepsilon_0 = 1$, aby uniknąć rozpatrywania odbicia emisji własnej powierzchni F od powierzchni F_0. Emisyjność powierzchni wewnętrznej F może być dowolna.

Strumienie eksergii przenoszone przez strumienie fotonów przedstawiono w sposób schematyczny na rys. 2, gdzie:

b^* - eksergia emisji własnej powierzchni F w odniesieniu do 1 m^2 tej powierzchni, w czasie jednej sekundy w kJ/m^2 sec,

b_o^* - eksergia emisji własnej powierzchni F_o w odniesieniu do 1 m^2 tej powierzchni, w czasie jednej sekundy w kJ/m^2 sec,

$-\Delta b_q^*$ - przyrost eksergii źródła ciepła o temperaturze T dostarczającego ciepło do 1 m^2 powierzchni F w czasie jednej sekundy w kJ/m^2 sec,

Δb_{qo}^* - przyrost eksergii źródła ciepła o temperaturze T_o odprowadzającego ciepło z 1 m^2 powierzchni F_o w czasie sekundy w kJ/m^2 sec,

Δl^* - strata eksergii spowodowana przez nie odwracalność wymiany ciepła, odniesiona do 1 m^2 powierzchni F, w czasie sekundy w kJ/m^2 sec,

Δl_o^* - strata eksergii spowodowana przez nieodwracalność wymiany ciepła, odniesiona do 1 m^2 powierzchni F_o, w czasie sekundy w kJ/m^2 sec.

Bilans eksergetyczny 1 m^2 powierzchni F wyraża się następującym równaniem [4]:

$$\Delta b_q^* + b_o^* = b^* + (1-\varepsilon)b_o^* + \Delta l^* \tag{9}$$

Jak wynika z definicji eksergii, ciało o temperaturze otoczenia T_o wysyła bezwartościową emisję własną, której eksergia jest równa zeru:

$$b_o^* = 0 \tag{10}$$

Stosując prawo Gouya-Stodoli, otrzymuje się:

$$\Delta l^* = \Pi^* T_o \tag{11}$$

gdzie suma przyrostów entropii wynosi:

$$\Pi^* = - \frac{q^*}{T} + s^* - \varepsilon s_o^* \tag{12}$$

Spadek eksergii źródła ciepła o temperaturze T można przedstawić wzorem [4]:

$$\Delta b_q^* = q^* \frac{T - T_o}{T} \tag{13}$$

gdzie q^* w kJ/m^2 sec jest ciepłem doprowadzonym ze źródła o temperaturze T do 1 m^2 powierzchni F w czasie sekundy. Jest to ta ilość ciepła, która pozwala na to, że powierzchnia F wysyłając emisję własną utrzymuje na stałym poziomie swoją temperaturę T. Jest to zarazem ciepło wymieniane przez promieniowanie między powierzchniami F i F_o. Korzystając ze wzoru Christiansena i równania (3) otrzymuje się:

$$q^* = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon} + \frac{F}{F_o}\left(\frac{1}{\varepsilon_o} - 1\right)} \cdot \frac{ac}{4} (T^4 - T_o^4) \tag{14}$$

Uwzględniając $\varepsilon_o = 1$ oraz wstawiając (10), (11), (12), (14), (5) i (13) do równania (9) otrzymuje się po przekształceniach:

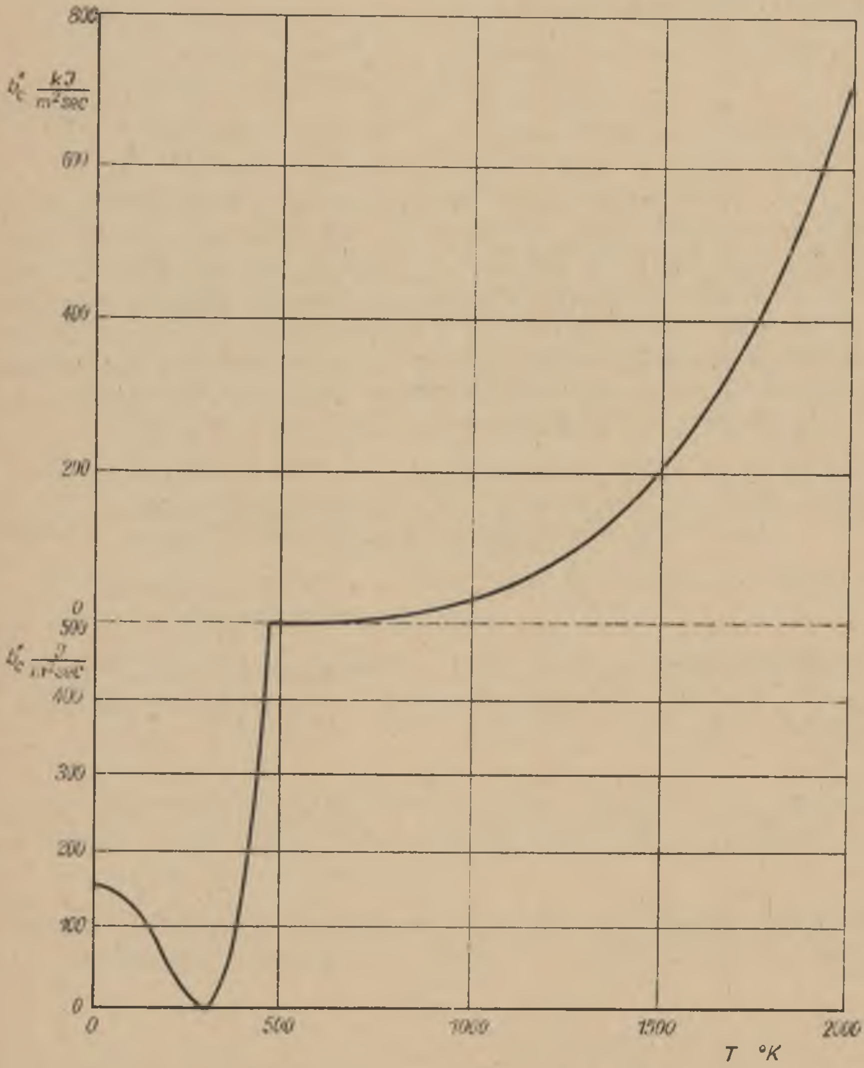
$$b^* = \varepsilon \frac{ac}{12} (3\, T^4 + T_o^4 - 4 T_o\, T^3) \tag{15}$$

Po uwzględnieniu wartości stałych, eksergia w kJ/sec dla całej powierzchni F jest określona równaniem:

$$B^* = F \cdot \varepsilon \cdot 1{,}8889 \cdot 10^{-11} (3\, T^4 + T_o^4 - 4\, T_o\, T^3) \tag{16}$$

Eksergia emisji własnej nie zależy od stosunku konfiguracji, ponieważ we wzorze (16) nie występuje stosunek promieniujących powierzchni F/F_o.

Na rysunku 3 przedstawiono eksergię emisji własnej 1 m^2 powierzchni doskonale czarnej jako funkcję temperatury przy założeniu, że $T_o = 300^o$ K.

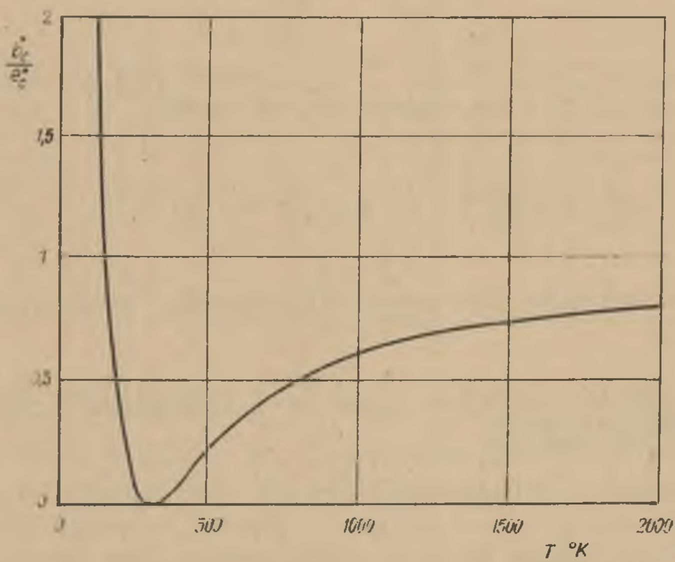


Rys. 3. Jednostkowa eksergia emisji własnej powierzchni doskonale czarnej przy temperaturze otoczenia T_o=300°K

Na rysunku 4 przedstawiono stosunek eksergii emisji własnej do emisji własnej powierzchni doskonale czarnej jako funkcję temperatury przy założeniu, że $T_o = 300^\circ K$.

Eksergię emisji własnej w kcal/h można wyliczać za pomocą wzoru:

$$B^* = F \cdot \varepsilon \cdot 1{,}6239 \left[3\left(\frac{T}{100}\right)^4 + \left(\frac{T_o}{100}\right)^4 - 4\left(\frac{T_o}{100}\right)\left(\frac{T}{100}\right)^3\right] \tag{16a}$$



Rys.4. Stosunek eksergii emisji własnej do emisji własnej powierzchni doskonale czarnej przy temperaturze otoczenia $T_o = 300^\circ K$

4. Obliczanie eksergii emisji własnej za pomocą bilansu eksergetycznego powierzchni, na którą pada emisja

Wzór na eksergię emisji własnej można otrzymać również za pomocą bilansu powierzchni F_o pokazanej na rys.2. Równanie bilansu eksergetycznego dla powierzchni F_o, odniesione do 1 m^2 powierzchni F przyjmuje postać:

$$b_o^*(1-\varepsilon) + b_o^* \frac{F_o}{F}\left(1-\frac{F}{F_o}\right) + b^* = b_o^* \cdot \frac{F_o}{F} + \Delta b'_{qo}\frac{F_o}{F} + \Delta l_o \frac{F_o}{F} \tag{17}$$

Przyrost eksergii źródła ciepła o temperaturze T_o jest równy zeru:

$$\Delta b^*_{qo} = q^* \frac{F}{F_o} \frac{T_o - T_o}{T_o} = 0 \tag{18}$$

Wykorzystując prawo Gouya-Stodoli, otrzymuje się:

$$\Delta l^*_o = T_o \left(\frac{q^*}{T_o} + \varepsilon s^*_o - s^*\right) \frac{F}{F_o} \tag{19}$$

Wstawiając (10), (18), (19), (14) i (5) do równania (17) otrzymuje się po przekształceniach:

$$b^* = \varepsilon \frac{ac}{12} \left(3\, T^4 + T_o^{\,4} - 4\, T_o\, T^3\right) \tag{15}$$

a więc identycznie jak przy bilansowaniu powierzchni F.

5. Niezależność eksergii emisji od emisyjności powierzchni absorbującej

Aby wykazać, że eksergia emisji nie zależy od emisyjności powierzchni absorbującej, można posłużyć się modelem wyobrażającym dwie nieskończenie duże równoległe płaszczyzny I i II (rys.5). Emisyjność ε_{II} powierzchni II jest dowolna. Dla uproszczenia obliczenia ciepła wymienianego między powierzchniami można przyjąć, że powierzchnia I jest doskonale czarna ($\varepsilon_I = 1$). Wtedy wymieniane ciepło wynosi:

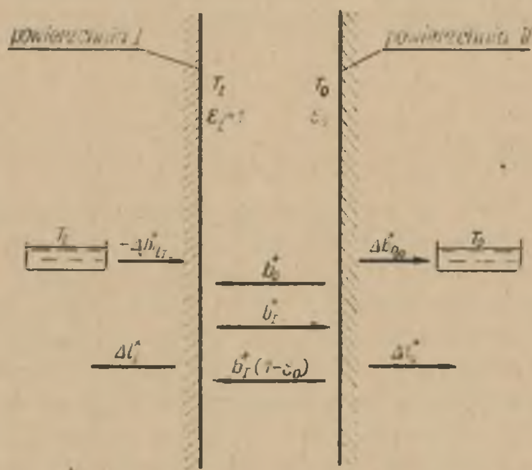
$$q^* = \varepsilon_{II} \frac{ac}{4} \left(T_I^{\,4} - T_{II}^{\,4}\right) \tag{20}$$

Bilans eksergetyczny na przykład powierzchni I wyraża się równaniem:

$$\Delta b^*_{qI} + b^*_o + b^{*\prime}_I = b^*_I + \Delta l^*_I \tag{21}$$

Można wykazać, że część eksergii emisji własnej $b_I^{*\prime}$ powierzchni I odbita od powierzchni II wyraża się następująco:

$$b_I^{*\prime} = b_I^* (1 - \varepsilon_{II}) \tag{22}$$



Rys.5. Model służący do określenia wpływu emisyjności powierzchni na eksergię emisji własnej

Przyjmując temperaturę powierzchni II równą temperaturze otoczenia T_o, można wykorzystać ważność równania (10).

Spadek eksergii źródła ciepła o temperaturze T_I wynosi:

$$\Delta b^*_{qI} = q^* \frac{T_I - T_o}{T_I} \tag{23}$$

Stratę eksergii określa wzór:

$$\Delta l_I^* = T_o \left(- \frac{q^*}{T_I} + \varepsilon_o \cdot s_I^* - s_o^*\right) \tag{24}$$

Wykorzystując równania (5), (16) i wstawiając (10), (22), (23) i (24) do (21) otrzymuje się po przekształceniach:

$$b_I^* = \frac{ac}{12}\left(3\,T_I^{\,4} + T_o^{\,4} - 4\,T_o\,T_I^{\,3}\right) \tag{25}$$

W wyrażeniu powyższym nie występuje emisyjność ε_o, stąd wniosek, że na wartość eksergii emisji własnej nie ma wpływu emisyjność powierzchni, na którą pada rozważana emisja.

6. Zakończenie

Ze wzoru (15) wynika, że dla temperatury powierzchni emitującej wyższej lub niższej od temperatury otoczenia, wartość eksergii emisji własnej jest zawsze dodatnia. Wynika stąd, że promieniowanie ciał o temperaturze niższej niż otoczenia ma również pewną przydatność energetyczną. Jeśli przyjmie się na przykład temperaturę T_o równą temperaturze otoczenia na ziemi, to widać, że nie tylko słońce dostarcza eksergii na ziemię, ale i przestrzeń międzyplanetarna, która zachowuje się jak źródło promieniowania o temperaturze niższej niż temperatura otoczenia na ziemi. Z równania (15) wynika, że eksergia emisji dąży do skończonej wartości przy temperaturze powierzchni zmierzającej do 0°K:

$$b^*_{0^\circ K} = \varepsilon \frac{ac}{12}\, T_o^{\,4}$$

Przy wyprowadzeniu równania (15) posłużono się wprawdzie pewnym modelem, który miał ułatwić obliczenie eksergii emisji własnej, lecz wzór ten pozostaje słuszny dla dowolnie położonej powierzchni, ponieważ sytuacja otaczająca powierzchnię nie ma wpływu na emisję i tym samym na jej eksergię.

LITERATURA

[1] Z.RANT - "Bewertung und praktische Verrechnung von Energien", Allgemeine Wärmetechnik 2/57. str.25.

[2] S.OCHĘDUSZKO - "Teoria maszyn cieplnych" cz.III 1955.

[3] E.GUGGENHEIM - "Thermodynamics" 1957 r.

[4] J.SZARGUT - "Bilans potencjonalny procesów fizycznych wynikający z drugiej zasady termodynamiki", Archiwum Budowy Maszyn tom 3, 1956 r. zeszyt 3, str.231

Эксэргия эмиссии идеально серой поверхности

РЕЗЮМЕ

При помощи чксергетического баланса выведено формулы для расчета эксэргии эмиссии идеально серой поверхности, пользуясь при этом упрощенной моделью (рис. 2), состоящей из двух концентрических шаровых поверхностей. Для поверхности с температурой окружающей среды принято эксергию эмиссии равную нулю. Расчет произведено в системе единиц МКС.

The Exergy of Emission for a Perfectly Gray Surface

SUMMARY

Formulae for the exergy of emission of a perfectly gray surface were derived by means of the exergy balance. A simplified model of two concentric spherical surfaces (fig.2) was used for this purpose. For the surface of environment temperature it was assumed that exergy od emission equals zero. The computations were carried out in the MKS system of units.