ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: AUTOMATYKA z. 123 Nr kol. 1389

Maciej HAPKE, Andrzej JASZKIEWICZ, Roman SŁOWIŃSKI
Politechnika Poznańska

ROZMYTE PODEJŚCIE DO WIELOKRYTERIALNEGO PROGRAMOWANIA SIECIOWEGO W WARUNKACH NIEPEWNOŚCI

Streszczenie. W pracy proponuje się dwuetapową metodę rozwiązywania problemu rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego. Rozmyte są parametry czasowe poszczególnych operacji. Pierwszy etap polega na wygenerowaniu zbioru uszeregowań niezdominowanych, który następnie jest przeglądany przez decydenta w drugim etapie w celu wyboru najbardziej kompromisowego uszeregowania. Do realizacji pierwszego etapu stosuje się rozmytą wersję metaheurystycznej procedury Pareto-symulowanego wyżarzania. W etapie drugim do wyboru uszeregowania najbardziej kompromisowego postanowiono wykorzystać ideę dialogowej metody Przeglądu Wiązką Światła, w której decydent może sam kierować poszukiwaniem najlepszego kompromisu.

FUZZY APPROACH TO MULTIPLE OBJECTIVE PROJECT SCHEDULING UNDER UNCERTAINTY

Summary. A new two-stage method for solving fuzzy project scheduling problems with multiple objectives is presented. The method accepts fuzzy time parameters of project activities. In the first stage a set of non-dominated schedules is calculated using a fuzzy version of the Pareto-simulated annealing metaheuristic procedure. Then in the second this set is interactively analyzed using a fuzzy version of the "Light Beam Search"- procedure. It supports the decision maker in selecting the best compromise schedule.

1. Wstęp

Klasyczne modele programowania sieciowego z ograniczonymi zasobami często nie są zgodne z problemami świata rzeczywistego. Jednym z ważnych aspektów rzeczywistości, który nie zawsze jest uwzględniany w rzeczywistych modelach, jest niepewność parametrów czasowych operacji. Do modelowania niepewności stosowano zazwyczaj podejście stochastyczne (Loostma, 1966, 1989; Elmaghraby, 1967; Gaul, 1981; Tavares, 1994). Podejście to zakłada możliwość korzystania z danych statystycznych, co w przypadku wykorzystywania nowych technik i metodologii jest założeniem niewłaściwym. Jedynym podejściem do modelowania niepewności jest wówczas wykorzystanie teorii liczb rozmytych.

Programowanie sieciowe z rozmytymi parametrami czasowymi jest dość nowym polem badań naukowych. Pierwsze prace na ten temat dotyczyły modelu PERT (Prade, 1979; Chanas, Kamburowski, 1981; Buckley, 1989; Rommelfanger, 1994). Kerr i Walker (1989), McCahon i Lee (1992) oraz Fortemps (1998) zastosowali arytmetykę rozmytą do ogólnego problemu obsługi. Bardziej ogólny problem programowania sieciowego z ograniczeniami zasobowymi jest badany przez Hapke i Słowińskiego. Autorzy ci uogólnili heurystyki priorytetowe do postaci uwzględniającej rozmyte parametry czasowe (Hapke i Słowiński, 1996). Hapke (1995) pokazał, jak efektywnie wykorzystać rozmytą równoległą procedurę szeregowania w obliczeniach metaheurystycznych.

W zastosowaniach praktycznych problemu programowania sieciowego często występuje potrzeba uwzględnienia zarówno rozmytych parametrów czasowych operacji, jak i wielu kryteriów oceny. Hapke i in. (1997) zaproponowali rozwiązanie problemu rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego. Podejście to przebiega w dwóch fazach. W pierwszej fazie generowana jest próbka rozmytych uszeregowań niezdominowanych, a w fazie drugiej zastosowana jest interaktywna metoda wyboru uszeregowania kompromisowego. Ponieważ rozważany problem jest NP-trudny nawet w wersji jednokryterialnej, w fazie pierwszej do generacji rozmytych uszeregowań niezdominowanych będziemy stosować wielokryterialną procedurę metaheurystyczną zwaną Pareto-symulowane wyżarzanie (Czyżak, Jaszkiewicz, 1996). W fazie drugiej zastosowana będzie metoda Przeglądu Wiązką Światła (Jaszkiewicz, Słowiński 1997), która pozwala na interaktywną analizę zbioru rozwiązań niezdominowanych. Obie procedury zostały uogólnione do wersji rozmytych. Uogólnienie to polega na zastosowaniu odpowiednich reguł porównywania liczb rozmytych.

Praca ta została skonstruowana w następujący sposób. W punkcie drugim przedstawione są użyteczne pojęcia i definicje, m.in. kluczowe w tym podejściu, porównywanie liczb rozmytych. Następny rozdział zawiera ogólne sformułowanie problemu rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego. W rozdziale czwartym przedstawiona jest uogólniona do wersji rozmytej metaheurystyczna procedura Pareto-symulowane wyżarzanie. Rozdział piąty prezentuje uogólnioną metodę Przeglądu Wiązką Światła. Rozdział szósty podsumowuje całość pracy.

2. Podstawowe pojęcia i definicje

2.1. Modelowanie niepewności

Zbiorem rozmytym $\tilde{A}$ w przestrzeni X jest zbiór uporządkowanych par:

$$\tilde{A} = \{(x,\ \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}, \tag{1}$$

gdzie $\mu_{\tilde{A}} : X \to [0,1]$ jest *funkcją przynależności* zbioru rozmytego $\tilde{A}$.

Funkcja przynależności $\mu_{\tilde{A}}$ każdemu elementowi $x \in X$ przypisuje jego stopień przynależności do zbioru rozmytego $\tilde{A}$, $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0, 1]$, przy czym $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ jeśli $x \in \tilde{A}$ oraz $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0$, jeśli $x \notin \tilde{A}$. W pozostałych przypadkach, gdy nie ma pewności, czy element należy do zbioru, czy nie, wartość funkcji przynależności $\mu_{\tilde{A}}$ zawiera się w przedziale (0, 1). Im wyższa wartość funkcji przynależności, tym przynależność elementu x do zbioru $\tilde{A}$ jest bardziej możliwa i odwrotnie.

Rommelfanger (1990) zaproponował pewien praktyczny sposób zdobywania informacji o funkcji przynależności na trzech różnych poziomach przynależności α. Na każdym z trzech poziomów ekspert pytany jest o wartość optymistyczną i pesymistyczną, stąd w rezultacie liczbę rozmytą definiuje sześć liczb rzeczywistych. Symboliczna definicja takiej reprezentacji jest następująca:

$$\tilde{M} = (\underline{m}^{\varepsilon}, \underline{m}^{\lambda}, \underline{m}, \overline{m}, \overline{m}^{\lambda}, \overline{m}^{\varepsilon}) \tag{2}$$

2.2. Arytmetyka rozmyta

Jeżeli dane są dwie następujące liczby rozmyte $\tilde{A}$ w przestrzeni X i $\tilde{B}$ w przestrzeni Y, symbol * oznacza jedną z podstawowych operacji arytmetycznych tj. (+, –, ×, /), to operacja arytmetyczna dokonana na dwóch liczbach rozmytych, zapisywana jako $\tilde{A} * \tilde{B}$, będzie określona w przestrzeni Z i może być zrealizowana za pomocą zasady rozszerzania (por. Ross, 1995):

$$\mu_{\tilde{A}*\tilde{B}}(z) = \max_{x*y=z} \{\min [(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)] . \tag{3}$$

Realizacja tej zasady dla liczb rozmytych w reprezentacji sześciopunktowej daje następujące operacje arytmetyczne:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \left(\underline{a}^{\varepsilon} + \underline{b}^{\varepsilon}, \underline{a}^{\lambda} + \underline{b}^{\lambda}, \underline{a} + \underline{b}, \overline{a} + \overline{b}, \overline{a}^{\lambda} + \overline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\varepsilon} + \overline{b}^{\varepsilon}\right) \tag{4}$$

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = \left(\underline{a}^{\varepsilon} - \overline{b}^{\varepsilon}, \underline{a}^{\lambda} - \overline{b}^{\lambda}, \underline{a} - \overline{b}, \overline{a} - \underline{b}, \overline{a}^{\lambda} - \underline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\varepsilon} - \underline{b}^{\varepsilon}\right. \quad (5)$$

$$\tilde{A} \times \tilde{B} = \left(\underline{a}^{\varepsilon} \times \underline{b}^{\varepsilon}, \underline{a}^{\lambda} \times \underline{b}^{\lambda}, \underline{a} \times \underline{b}, \overline{a} \times \overline{b}, \overline{a}^{\lambda} \times \overline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\varepsilon} \times \overline{b}^{\varepsilon}\right) \quad (6)$$

$$\tilde{A} / \tilde{B} = \left(\underline{a}^{\varepsilon} / \overline{b}^{\varepsilon}, \underline{a}^{\lambda} / \overline{b}^{\lambda}, \underline{a} / \overline{b}, \overline{a} / \underline{b}, \overline{a}^{\lambda} / \underline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\varepsilon} / \underline{b}^{\varepsilon}\right) \quad (7)$$

Ponadto zdefiniować można operacje $\widetilde{\max}$ i $\widetilde{\min}$:

$$\widetilde{\max}(\tilde{A}, \tilde{B}) = (\max(\underline{a}^{\varepsilon}, \underline{b}^{\varepsilon}), \max(\underline{a}^{\lambda}, \underline{b}^{\lambda}), \max(\underline{b}, \underline{a}), \max(\overline{b}, \overline{a}), \max(\overline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\lambda}), \max(\overline{b}^{\varepsilon}, \overline{a}^{\varepsilon})), \quad (8)$$

$$\widetilde{\min}(\tilde{A}, \tilde{B}) = (\min(\underline{a}^{\varepsilon}, \underline{b}^{\varepsilon}), \min(\underline{a}^{\lambda}, \underline{b}^{\lambda}), \min(\underline{b}, \underline{a}), \min(\overline{b}, \overline{a}), \min(\overline{b}^{\lambda}, \overline{a}^{\lambda}), \min(\overline{b}^{\varepsilon}, \overline{a}^{\varepsilon})). \quad (9)$$

2.3. Porównywanie liczb rozmytych

Podczas rozwiązywania problemów optymalizacji rozmytej często należy porównywać ze sobą jedną lub wiele wartości rozmytych. Sposób porównania jest ściśle powiązany z semantyką liczby rozmytej. Liczby rozmyte mogą być interpretowane jako niedokładny rozkład prawdopodobieństwa (zob. Dempster, 1967; Shafer, 1976). W tym rozumieniu porównanie dwóch liczb rozmytych może być zastąpione porównaniem ich wartości średnich, które definiuje się zgodnie z dobrze znaną definicją wartości oczekiwanej w teorii prawdopodobieństwa. Pomysł ten pochodzi od Duboisa i Prede'a (1987) i oparty jest na fakcie, że miara możliwości w teorii liczb rozmytych odpowiada górnemu rozkładowi prawdopodobieństwa, a miara konieczności, dolnemu rozkładowi prawdopodobieństwa odpowiedniej zmiennej losowej w ujęciu Dempstera (1967). Jest zatem sensowne definiowanie *wartości średniej liczby rozmytej* jako zamkniętego przedziału, którego granice są wartościami oczekiwanymi górnego i dolnego rozkładu prawdopodobieństwa. Porównanie liczb rozmytych sprowadza się zatem do porównania średnich arytmetycznych tych granic. Jest to obliczeniowo zgodne z inną intuicyjną metodą porównania opartą na kompensacji pól ograniczonych funkcją przynależności porównywanych liczb rozmytych (Kołodziejczyk, 1986; Chanas, 1987; Roubens, 1990; Fortemps i Roubens, 1996). Główną zaletą metody kompensacji pól jest to, że nie tylko wskazuje większą liczbę rozmytą, ale również odpowiada, w jakim stopniu jedna liczba jest większa od drugiej. Pracując nad problemami szeregowania autorzy (Hapke i in. 1997) stosują tę metodę nazywając ją *słabą regułą porównania* (SRP) w odróżnieniu od bardziej restrykcyjnej metody porównania stosowanej do zachowania ograniczeń kolejnościowych i zasobowych w rozmytych uszeregowaniach zwanej *mocną regułą porównania* (MRP).

Wartością średnią liczby rozmytej $\tilde{A}$ jest zatem przedział $[E_{*}(\tilde{A}), E^{*}(\tilde{A})]$, gdzie $E_{*}(\tilde{A})$ i $E^{*}(\tilde{A})$ odpowiadają skumulowanemu rozkładowi możliwości (lewe zbocze) i skumulowanemu rozkładowi konieczności zajścia zdarzenia $\tilde{A}$. Naturalnym sposobem defuzyfikacji takiego przedziału jest obliczenie średniej arytmetycznej jego granic. Funkcja defuzyfikacyjna $\Im(\tilde{A})$ jest zdefiniowana w następujący sposób (Chanas, 1987; Fortemps, 1998):

$$\Im(\tilde{A}) = \frac{E_*(\tilde{A}) + E^*(\tilde{A})}{2} \tag{10}$$

Definicja 1. (Hapke, 1998) Dla liczby rozmytej w reprezentacji sześciopunktowej funkcja defuzyfikacyjna $\Im(\tilde{A})$ jest obliczana w następujący sposób:

$$\Im(\tilde{A}) = \frac{1}{4(1-\varepsilon)}\left\{(\lambda-\varepsilon)(a^{\varepsilon} + a^{\lambda} + a^{\lambda} + a^{\varepsilon}) + (1-\lambda)(a^{\lambda} + a + a + a^{\lambda})\right\} \tag{11}$$

Definicja 2. (Fortemps, 1997) Stopień $C(\tilde{A} \geq \tilde{B})$, w jakim liczba rozmyta $\tilde{A}$ jest większa lub równa liczbie rozmytej $\tilde{B}$, obliczany jest według słabej reguły porównania (SRP) w następujący sposób:

$$C(\tilde{A} \geq \tilde{B}) = \Im(\tilde{A}) - \Im(\tilde{B}) = \frac{E_*(\tilde{A}) + E^*(\tilde{A})}{2} - \frac{E_*(\tilde{B}) + E^*(\tilde{B})}{2} \tag{12}$$

Bezpośrednio z definicji 1 i 2 można wyznaczyć równanie na $C(\tilde{A} \geq \tilde{B})$, dla $\tilde{A}$ i $\tilde{B}$ w reprezentacji sześciopunktowej.

Zastosowanie SRP jest wskazane przy porównywaniu różnych niezależnych wartości rozmytych, np.: rozmytych rezultatów optymalizacji. Jednak zastosowanie SRP w procedurze szeregowania może prowadzić do uszeregowań niedopuszczalnych. Aby zapobiec naruszeniu ograniczeń kolejnościowych i zasobowych w procedurze szeregowania, będziemy stosować mocniejszą regułę porównania.

Definicja 3. (Hapke i Słowiński, 1996) Według mocnej reguły porównania (MRP)

$$\tilde{A} >>= \tilde{B} \Leftrightarrow max(\tilde{A}, \tilde{B}) = \tilde{A} \tag{13}$$

Oczywiste jest, że MRP zawiera SRP.

2.4. Rozmyta wielokryterialna optymalizacja kombinatoryczna

Problem rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego (RWPS) należy do problemów rozmytej wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej (RWOK).

Definicja 4. W ogólności problem RWOK można sformułować następująco:

$$\max\{\tilde{f}_1(\mathbf{x}), \ldots, \tilde{f}_J(\mathbf{x})\} \text{ s.t. } \mathbf{x} \in A, \tag{14}$$

gdzie: *rozwiązanie* $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_I]$ jest wektorem dyskretnych i sztywnych *zmiennych decyzyjnych*. A jest skończonym zbiorem rozwiązań dopuszczalnych, $\tilde{f}_1, \ldots, \tilde{f}_J$ są rozmytymi funkcjami celu (kryteriami), które dla danego **x** przyjmują wartości rozmyte (ang. fuzzy scores).

Definicja 5. Obrazem rozwiązania **x** w przestrzeni kryteriów jest wektor $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{x}} = [\tilde{f}_1(\mathbf{x}), \ldots, \tilde{f}_J(\mathbf{x})]$ składający się z J liczb rozmytych. Będziemy mówili, że $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{x}}$ jest *punktem rozmytym* w przestrzeni kryteriów.

Definicja relacji dominacji w przestrzeni kryteriów przyjmujących wartości rozmyte będzie wykorzystywać SRP. Tak zdefiniowana relacja dominacji będzie nazywana relacją *SRP-dominacji*.

Definicja 6. Punkt rozmyty $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{x}}$ *SRP-dominuje* punkt rozmyty $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{y}}$ jeśli $\tilde{f}_j(\mathbf{x}) \geq \tilde{f}_j(\mathbf{y})$ $\forall j$ i $\tilde{f}_j(\mathbf{x}) > \tilde{f}_j(\mathbf{y})$ dla przynajmniej jednego j, tj. jeśli $C(\tilde{f}_j(\mathbf{x}) \geq \tilde{f}_j(\mathbf{y})) \geq 0$ $\forall j$ i $C(\tilde{f}_j(\mathbf{x}) \geq \tilde{f}_j(\mathbf{y})) > 0$ dla przynajmniej jednego j.

Definicja 7. Punkt rozmyty $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{x}}$ jest *SRP-niezdominowany* jeśli nie istnieje taki inny punkt rozmyty $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{y}}$ ($\mathbf{y} \in A$), który *SRP-dominuje* $\tilde{\mathbf{f}}^{\mathbf{x}}$. Zbiór wszystkich SRP-niezdominowanych rozwiązań będzie oznaczany przez N.

Definicja 8. Rozmyty punkt idealny jest rozmytym punktem $\tilde{\mathbf{f}}^{*}$ w przestrzeni obiektów o współrzędnych najlepszych uzyskanych na każdym z kryteriów wartości, tj.

$$\forall j = 1, \ldots, J \ \forall \mathbf{x} \in N \ \tilde{\mathbf{f}}_j^{*} \geq \tilde{\mathbf{f}}_j^{\mathbf{x}}. \tag{15}$$

Definicja 9. Rozmyty punkt nadir jest punktem rozmytym $\tilde{\mathbf{f}}_{*}$ w przestrzeni kryteriów o współrzędnych najgorszych uzyskanych na każdym z kryteriów wartości w zbiorze SRP-niezdominowanych rozwiązań.

$$\forall j = 1, \ldots, J \ \forall \mathbf{x} \in N \ \tilde{\mathbf{f}}_{*j} \leq \tilde{\mathbf{f}}_j^{\mathbf{x}}. \tag{16}$$

W powyższych definicjach wartości rozmyte porównywane są za pomocą SRP.

Definicja 10. Funkcją skalaryzującą osiągnięcia w przestrzeni rozmytych kryteriów nazywamy:

$$s(\tilde{\mathbf{f}}^{\circ}, \mathrm{w}, \rho, \tilde{\mathbf{f}}^{x}) = \max_{j}\left\{w_j C(\tilde{f}_j^{\circ} \geq \tilde{f}_j(\mathrm{x}))\right\} + \rho \sum_{j=1}^{J} C(\tilde{f}_j^{\circ} \geq \tilde{f}_j(\mathrm{x})) \tag{17}$$

gdzie $\tilde{\mathbf{f}}^{\circ} = [\tilde{f}_1^{\circ}, \ldots, \tilde{f}_J^{\circ}]$ jest rozmytym punktem odniesienia składającym się z rozmytych poziomów aspiracji dla każdego kryterium, w=[$w_1, \ldots, w_J$] jest wektorem wag, $w_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^{J} w_j = 1$, a ρ jest wystarczająco małą liczbą dodatnią.

3. Sformułowanie problemu

Problem rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego (RWPS) może być sformułowany jako czwórka $S = \{ R, Z, \prec, C \}$, gdzie R jest skończonym zbiorem zasobów różnych kategorii, Z - skończonym zbiorem operacji, $\prec$ - relacją częściowego porządku w zbiorze Z oraz C - skończonym zbiorem kryteriów oceny rozwiązania.

Zbiór R może składać się z zasobów odnawialnych z ograniczonym wykorzystaniem, nieodnawialnych z ograniczonym zużyciem oraz podwójnie ograniczonych z ograniczonym wykorzystaniem i zużyciem (Węglarz 1980, Słowiński 1981). Zbiór Z składa się z operacji, które posiadają dyskretne żądania zasobowe. W ogólności, dla każdej operacji możliwych jest wiele różnych sposobów wykonania. Sposób wykonania opisany jest przez zapotrzebowanie operacji na zasoby poszczególnych kategorii i typów. Dla każdego sposobu wykonania znany jest rozmyty *czas wykonania* operacji. Ponadto dla każdej operacji może być określony rozmyty *moment gotowości*. Zakłada się, że wszystkie czasowe parametry operacji są, w ogólności, niepewne i modelowane za pomocą liczb rozmytych.

W możliwości wykonania każdej operacji na wiele różnych sposobów ukryta jest wielokryterialna natura problemu. Otóż operacja może być wykonana w krótszym czasie, przy większym wykorzystaniu i zużyciu zasobów, lub w dłuższym czasie przy mniejszym wykorzystaniu i zużyciu zasobów. W ogólności, istnieje zatem konflikt między kryteriami o naturze czasowej i kosztowej, bowiem np. czas trwania projektu jest powiązany z wykorzystaniem zasobów odnawialnych, a koszt wykonania projektu ze zużyciem zasobów nieodnawialnych.

Zbiór kryteriów C składa się z kryteriów o naturze czasowej i kosztowej: maksymalny czas trwania projektu, wyrównanie zużycia zasobów, maksymalne opóźnienie operacji, średni czas przepływu, całkowite (ważone) zużycie zasobów nieodnawialnych. Ponieważ parametry czasowe operacji są rozmyte, to wartości kryteriów czasowo-kosztowych będą również rozmyte. Sztywne będą jedynie wartości kryteriów związanych z wykorzystaniem zasobów.

Warto podkreślić, że choć rezultaty funkcji kryterialnych są rozmyte, to rozwiązania problemu są sztywne. Pojedyncze rozwiązanie **x** problemu RWPS jest definiowane przez wektor czasów rozpoczęcia poszczególnych operacji **S** i sposobów wykonania tych operacji **M**.

W ogólności, rozwiązanie problemu RWPS polega na takim przydziale w czasie zasobów ze zbioru R do poszczególnych operacji ze zbioru Z, by, zachowując wszystkie ograniczenia, osiągnąć jak *najlepszy kompromis* pomiędzy kryteriami ze zbioru C.

Rozwiązanie problemu RWPS będzie przebiegało w dwóch etapach. W pierwszym zastosowana zostanie metaheurystyczna procedura Pareto-symulowanego wyżarzania (PSW), której celem jest wygenerowanie zbioru rozmytych uszeregowań SRP-niezdominowanych. Drugi etap – wyboru najbardziej kompromisowego rozwiązania – przebiega z udziałem decydenta. W tym etapie decydent za pomocą metody Przeglądu Wiązką Światła (PWŚ) przegląda zbiór rozwiązań SRP-niezdominowanych i wyrażając swoje preferencje dokonuje wyboru najbardziej kompromisowego uszeregowania. Metaheurystyczna procedura PSW oraz metoda PWŚ wymagają adaptacji do wersji z rozmytymi zmiennymi.

4. Rozmyte Pareto-symulowane wyżarzanie

Uogólnienie procedury Pareto-symulowane wyżarzanie Czyżaka i Jaszkiewicza (1996) polega na wprowadzeniu dwóch zasadniczych zmian.

Pierwsza z nich dotyczy sposobu obliczania prawdopodobieństwa akceptacji nowych rozwiązań. W rozmytej wersji PSW nowe rozwiązanie akceptowane jest z prawdopodobieństwem równym jeden, jeśli ono SRP-dominuje rozwiązanie bieżące. W przeciwnym wypadku rozwiązanie akceptowane jest z prawdopodobieństwem mniejszym od jedynki. Reguła akceptacji nowego rozwiązania wykorzystuje współczynnik $C(\tilde{f}_j(x) \geq \tilde{f}_j(y))$ (patrz równanie (12)). Jedną z jego zalet jest to, że nie tylko rozstrzyga, która wartość jest większa, ale również oblicza, w jakim stopniu. Zatem, w sposób naturalny, do obliczenia odległości pomiędzy dwoma rozmytymi funkcjami kryterialnymi proponuje się zastosowanie współczynnika $C(\tilde{f}_j(x) \geq \tilde{f}_j(y))$. Prawdopodobieństwo akceptacji według reguły C (obliczającej prawdopodobieństwo akceptacji rozwiązania y jako lokalną agregację wszystkich kryteriów za pomocą funkcji skalaryzującej osiągnięcia opartej na metryce Czebyszewa) jest obliczane w sposób następujący:

$$P(x,y,T,\Lambda) = \min\left\{1, \exp\left(\max_j\left\{\frac{\lambda_j C(\tilde{f}_j(x) \geq \tilde{f}_j(y))}{T}\right\}\right)\right\} \tag{18}$$

Prawdopodobieństwo akceptacji według reguły SL:

$$P(x,y,T,\Lambda) = \min\left\{1, \exp\left(\sum_{j=1}^{J}\frac{\lambda_j C(\tilde{f}_j(x) \geq \tilde{f}_j(y))}{T}\right)\right\}. \tag{19}$$

Następna modyfikacja polega na zastosowaniu nowej relacji SRP-dominacji (patrz Definicja 6.). Rezultatem zastosowania procedury jest zbiór rozwiązań SRP-niezdominowanych N'. Na początku procedury zbiór ten jest pusty. W momencie pojawienia się nowego rozwiązania, które jest SRP-niezdominowane w stosunku do rozwiązania bieżącego, uaktualniany jest zbiór N'. Uaktualnienie zbioru N' nowym rozwiązaniem x polega na:

- usunięciu ze zbioru N' wszystkich rozwiązań SRP-zdominowanych przez x,
- dodaniu x do zbioru N', jeśli nie ma innego rozwiązania $v \in N'$ takiego, że v SRP-dominuje x.

Po uwzględnieniu powyższych modyfikacji procedura rozmytego PSW ma następującą postać:

<u>procedure</u> rozmyte_Pareto-symulowane_wyżarzanie;
<u>begin</u>
    Wybierz początkową próbę rozwiązań generujących $A \subset D$;
    <u>for each</u> $x \in A$ <u>do</u>
        Biorąc pod uwagę x uaktualnij zbiór N' rozwiązań SRP –niezdominowanych;
        $T := T_0$;
    <u>repeat</u>
        <u>for each</u> $x \in A$ <u>do</u>
            Skonstruuj z czynnikiem losowym $y \in V(x)$;
            Biorąc pod uwagę y uaktualnij zbiór N';
            Wybierz rozwiązanie $x' \in A$ najbliższe x i SRP-niezdominowane w stosunku do x;
            <u>if</u> nie istnieje takie x' lub jest to pierwsza iteracja dla rozwiązania x <u>then</u>
                Wygeneruj losowe wagi takie, że:
                $\forall_j \lambda_j \geq 0$ i $\sum_j \lambda_j = 1$;
            <u>else</u>
                <u>for each</u> kryterium f_j

$$\lambda_j = \begin{cases} \alpha\lambda_j^x & ,\text{dla} \quad f_j(x) \geq f_j(x') \\ \lambda_j^x / \alpha & ,\text{dla} \quad f_j(x) < f_j(x') \end{cases};$$

Znormalizuj wagi tak, aby $\sum_j \lambda_j =$;
$x := y$ (zaakceptuj y) z prawd. $P(x, y, T, \Lambda)$;
if spełnione są warunki zmiany temperatury **then**
zmniejsz T;
until są spełnione warunki zatrzymania;
end

Ponieważ rozmyte PSW jest procedurą metaheurystyczną, definiuje tylko ogólny schemat obliczeń. Schemat ten musi być następnie dostosowany do danego problemu rozmytej wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej (RWOK). Takie dostosowanie polega na zdefiniowaniu sposobu generowania nowych rozwiązań z sąsiedztwa rozwiązania bieżącego. Dwa sposoby generowania uszeregowania sąsiedniego dla problemu rozmytego wielokryterialnego programowania sieciowego zostały przedstawione w pracy (Hapke, 1998). Sposób konstrukcji uszeregowania rozmytego został wcześniej zaprezentowany w pracy (Hapke i Słowiński, 1996).

5. Rozmyty Przegląd Wiązką Światła

Uogólnienie metody Przeglądu Wiązką Światła do wersji rozmytej polega na zastosowaniu:

- definicji punktu rozmytego w przestrzeni kryteriów przyjmujących wartości rozmyte,
- definicji rozmytego punktu idealnego i nadir,
- uogólnionej funkcji skalaryzującej osiągnięcia w przestrzeni kryteriów przyjmujących wartości rozmyte,
- porównywania pary rozwiązań za pomocą relacji SRP-dominacji.

Wszystkie powyższe definicje, funkcje i wzory zostały zamieszczone w punktach 2.3 i 2.4.

procedure Rozmyty_Przegląd_Wiązką_Światła;
begin
Przedstaw decydentowi przybliżenia rozmytych punktów idealnego i nadir wynikające z macierzy wypłat;
Zapytaj decydenta o rozmyty punkt odniesienia lub uczyń punkt idealny pierwszym punktem odniesienia;
Znajdź początkowy punkt centralny projektując punkt odniesienia na zbiór N' za pomocą funkcji skalaryzującej osiągnięcia w przestrzeni rozmytych kryteriów (Równanie (17));
Zapytaj decydenta o informacje preferencyjne definiujące rozmiar otoczenia przewyższającego dla aktualnego rozwiązania w zbiorze N';
repeat

Przedstaw decydentowi rozmyty punkt centralny;
Przedstaw decydentowi próbkę rozwiązań z otoczenia przewyższającego. Próbka składa się z *J* rozwiązań optymalizujących poszczególne kryteria w otoczeniu;
if decydent chce zachować rozmyty punkt centralny **then**
  Dodaj do zbioru zachowanych punktów;
case
  Decydent chce zdefiniować nowy rozmyty punkt odniesienia:
    Zapytaj o ten punkt;
    Zrzutuj go na zbiór rozwiązań niezdominowanych;
  Decydent chce, aby punkt z otoczenia przewyższającego został nowym rozmytym punktem centralnym:
    Zapytaj decydenta o wskazanie nowego rozmytego punktu centralnego;
  Decydent chce powrócić do jednego z zachowanych punktów:
    Przywróć wskazany punkt jako rozmyty punkt centralny;
  Decydent chce uaktualnić informacje preferencyjne:
    Zapytaj decydenta o nowe informacje preferencyjne;
end
until *decydent czuje się usatysfakcjonowany znalezionym rozwiązaniem lub zadowalające rozwiązanie nie istnieje;*
end

Proponowane podejście dwuetapowe znajduje szerokie zastosowanie praktyczne, m.in. w zarządzaniu przedsięwzięciem programistycznym i w planowaniu przedsięwzięcia rolniczego. Rozwiązania problemów z tych dziedzin można znaleźć w pracy (Hapke, 1998).

6. Podsumowanie

W pracy tej przedstawiono propozycję rozwiązywania rozmytych wielokryterialnych problemów programowania sieciowego. Rozwiązanie takiego problemu przebiega w dwóch etapach. W pierwszym stosuje się metaheurystyczną procedurę Pareto-symulowanego wyżarzania (PSW), której celem jest wygenerowanie zbioru rozmytych uszeregowań SRP-niezdominowanych. W drugim etapie decydent za pomocą metody Przeglądu Wiązką Światła (PWŚ) przegląda zbiór rozwiązań SRP-niezdominowanych i wyrażając swoje preferencje dokonuje wyboru najbardziej kompromisowego uszeregowania. Metaheurystyczna procedura PSW oraz metoda PWŚ zostały zaadoptowane do wersji z rozmytymi zmiennymi.

Niewątpliwą zaletą tego dwuetapowego podejścia jest jego uniwersalność. Może być ono stosowane do rozwiązywania dowolnego problemu rozmytej wielokryterialnej optymalizacji kombinatorycznej.

Podziękowania

Praca ta zrealizowana została w ramach grantu KBN 8T11C 013 13 oraz projektu CRIT 2 nr 20288.

LITERATURA

1. J.J. Buckley, Fuzzy PERT, w: *Applications of Fuzzy Set Methodologies in Industrial Engineering*, G.W. Evans, W. Karwowski, M.R. Wilhelm (red.), Elsevier, Amsterdam, 1989.
2. S. Chanas, Fuzzy optimization in networks, w: J. Kacprzyk, S.A. Orlovsky (red.), Optimization models using fuzzy sets and possibility theory, Reidel Publishing Company, Dordrecht, 303-327, 1987.
3. S. Chanas, J. Kamburowski, The use of fuzzy variables in PERT, *Fuzzy Sets and Systems* 5, 11-19, 1981.
4. P. Czyżak, A. Jaszkiewicz, Metaheuristic technique for solving multiobjective investment planning problem, *Control and Cybernetics* 25, 177-187, 1996.
5. A.P. Dempster, Upper and lower probabilities induced by a multiple-valued mapping, *Annals of Mathematical Statistics* 38, 325-339, 1967.
6. D. Dubois, H. Prade, The mean value of a fuzzy number, *Fuzzy Sets and Systems* 24, 279-300, 1987.
7. S.E. Elmaghraby, On the expected duration of PERT type networks, *Management Science* 5, 299-306, 1967.
8. P. Fortemps, Fuzzy Sets for Modelling and Handling Imprecision and Flexibility, PhD thesis, Faculte Politechnique de Mons, 1997.
9. P. Fortemps, M. Roubens, Ranking and defuzzification methods based on area compensation, *Fuzzy Sets and Systems* 82, 319-330, 1996.
10. W. Gaul, Bounds for the expected duration of the stochastic project planning model, *Journal of Information and Optimization Sciences* 2, 45-63, 1981.
11. M. Hapke, Two-stage fuzzy optimization for project scheduling, *Proceedings of the Operational Research of Italy Annual Conference, AIRO'95*, Ancona, 20-22 September 1995, 295-298.
12. M. Hapke, Programowanie sieciowe w warunkach niepewności, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, *Automatyka* z. 117, Gliwice, str. 47-56, 1996.
13. M. Hapke, A. Jaszkiewicz, R. Słowiński, Fuzzy project scheduling with multiple criteria, *Proceedings of Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, FUZZ-IEEE'97, July 1-5, Barcelona, Spain, 1277-1282, 1997.

14. M. Hapke, R. Słowiński, Fuzzy priority heuristics for project scheduling, *Fuzzy Sets and Systems* 83, 291-299, 1996.
15. M. Hapke, Rozmyte wielokryterialne programowanie sieciowe, *Rozprawa doktorska*, Instytut Informatyki Politechniki Poznańskiej, 1998.
16. Jaszkiewicz, R. Słowiński, The LBS-Discrete interactive procedure for multiple-criteria analysis of decision problems, w: J. Climaco (red.) *Multicriteria Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 320-330, 1997.
17. W. Kołodziejczyk, Orlovsky's concept of decision-making with fuzzy preference relation – further results, Fuzzy Sets and Systems, 19, 11-20, 1986.
18. F.A. Loostma, Network planning with stochastic activity durations, an evaluation of PERT, *Statistica Neerlandica* 20, 43-69, 1966.
19. H. Prade, Using fuzzy set theory in a scheduling problem, *Fuzzy Sets and Systems* 2, 153-165, 1979.
20. H. Rommelfanger, FULPAL: An interactive method for solving (multiobjective) fuzzy linear programming problems, Rozdział 5 w: Słowiński R., Teghem J. (red.) *Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990, 279-299.
21. H. Rommelfanger, Network analysis and information flow in fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems* 67, 119-128, 1994.
22. T.J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, McGraw-Hill Inc., 1995.
23. M. Roubens, Inequality constraints between fuzzy numbers and their use in mathematical programming, Rozdział 7 w: R. Słowiński, J. Teghem (red.), *Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 321-330, 1990.
24. R. Słowiński, Multiobjective network scheduling with efficient use of renewable and non renewable resources, *Europ. J. Opl. Res.* 7, 265-273, 1981.
25. L.V. Tavares, A stochastic model to control project duration and expenditure, *Europ. J. Opl. Res.* 78, 262-266, 1994.
26. J. Węglarz, On certain models of resource allocation problems, *Kybernetes* 9, 61-66, 1980.

Recenzent: Dr hab.inż. Konrad Wojciechowski, prof. Pol.Śl.

Abstract

Fuzzy scheduling has been investigated by many researchers. The papers were concerned with a large variety of models, from PERT (with no resource constraints) to job-shop. The fuzziness related to the models represented similarity degree (fuzzy priority rules), uncertainty degree (fuzzy schedules) or preference degree (flexible constraints). In this paper, we are focusing our attention on the uncertainty of time parameters.

Our interest in it follows from a long experience in modeling and solving project scheduling problems under uncertainty concerning time parameters of activities. The present paper extends the previously considered model to multi-mode fuzzy project scheduling problem which is of multi-objective nature.

In the case of multi-criteria decision making, the concept of optimum is replaced by the best compromise among criteria. The best compromise is determined with respect to the preference model of a decision maker (DM). As interactive procedures have proven to be the most suitable for searching over the Pareto set for the best compromise solution, we propose a procedure falling into this category.

The complete approach is composed of two stages:

- generation of a finite representation of the Pareto set of fuzzy schedules
- interactive search over the representation of the Pareto set for the best compromise schedule.

In the first stage, a multi-objective metaheuristic method, called Pareto-Simulated-Annealing (PSA), is used to generate a set of non-dominated schedules approaching and representing the whole Pareto set. The PSA method is adapted here to deal with fuzzy RCPS problems such that the representation is composed of fuzzy non-dominated schedules.

The second stage of the proposed approach consists in application of, so called, "Light Beam Search" procedure which organizes interactive analysis of the set of generated fuzzy non-dominated schedules and supports the DM in selecting the best compromise fuzzy schedule.

Two comparison rules are used in our two-stage approach: a strong comparison rule (SCR) and a weak comparison rule (WCR). An application of this approach to software project scheduling is presented.