

Jerzy JÓZEFczyk
Politechnika Wrocławska

SZEREGOWANIE ZADAŃ W KOMPLEKSIE OPERACJI Z UWZGLĘDNIENIEM RUCHU REALIZATORÓW – BADANIA SYMULACYJNE DLA WYBRANYCH PRZYPADKÓW*

Streszczenie. Praca dotyczy problemu szeregowania zadań produkcyjnych w kompleksie operacji z uwzględnieniem ruchu realizatorów, traktowanego jako uogólnienie klasycznego problemu szeregowania. W tym zakresie podano algorytm rozwiązania problemu dla przypadku minimalizacji maksymalnego opóźnienia oraz podstawy i wybrane wyniki badań symulacyjnych. W badaniach tych sprawdzano jakość rozwiązania w zależności od danych problemu, takich jak: liczba zadań i realizatorów oraz czasu wykonania zadań.

SIMULATION FOR THE PROBLEMS OF SCHEDULING TASKS ON MOVING EXECUTORS IN COMPLEX OPERATION SYSTEM

Summary. The problem of scheduling tasks on moving executors in complex operation system is considered in the paper. It is a generalisation of the classical scheduling problem. The solution algorithm, the foundations for simulation experiments as well as the selected results of simulation are presented. The evaluation of the solution algorithm with respect to the data of the problem has been the purpose of the simulation.

1. Wstęp

W pracy jest rozważany problem szeregowania zadań w kompleksie operacji produkcyjnych, z uwzględnieniem ruchu realizatorów [3]. Szczegółowe zagadnienie, które jest prezentowane, jest kontynuacją problematyki przedstawianej i uzasadnianej m.in. w [3,4,5,6]. Jej istota polega na uwzględnianiu ruchu różnych elementów systemu produkcyjnego, takich jak: obiekty, realizatory operacji technologicznych, środki transportu, w rozwiązywaniu różnych zagadnień sterowania kompleksem operacji produkcyjnych. Najogólniej mówiąc, powstaje wtedy problem łącznego rozwiązywania ściśle powiązanych ze sobą zagadnień sterowania operacyjnego oraz sterowania mechanizmem ruchu lub jazdy poruszającego się elementu systemu produkcyjnego [2,3]. Przedstawiana praca jest zawężona do pierwszego z tych zagadnień, ograniczonego dodatkowo do prostego problemu szeregowania, w którym jednakże jest uwzględniany ruch realizatorów operacji technologicznych. Mowa tu o takim

* Praca została wykonana w ramach projektu badawczego nr 8 T11A 022 14 finansowanego przez Komitet Badań Naukowych.

problemie szeregowania, w którym należy przyporządkować realizatory dowolne do wykonywania operacji niezależnych i niepodzielnych oraz o równych momentach gotowości. Uwzględnienie faktu, że realizatory wykonujące operacje technologiczne poruszają się, sprawia, że czasy wykonywania operacji, które w klasycznym problemie szeregowania są dane, tu nie mogą być z góry określone. Własność ta pozwala na uzyskanie niebanalnego problemu metodologicznego. Był on rozważany dla kryterium szeregowania w postaci długości uszeregowania m.in. w [3,4,5,6]. Obecna praca jest poświęcona innej jego wersji, w której jako kryterium szeregowania operacji technologicznych przyjmuje się maksymalne opóźnienie. W tym zakresie szczególną uwagę zwrócono na symulacyjne sprawdzenie własności algorytmu rozwiązania. Wyprowadzenie algorytmu oraz jego ocena analityczna są przedstawione w [7,8]. Układ pracy jest następujący: W rozdziale 2. w sposób ogólny sformułowano problem oraz zaprezentowano jedną z wersji algorytmu rozwiązania. Podstawy i wyniki komputerowych badań symulacyjnych dotyczących tej wersji przedstawiono w rozdziale 3. Następnie dokonano podsumowania prezentowanego materiału oraz wskazano na kierunki dalszych prac.

2. Sformułowanie problemu i algorytm rozwiązania

Na początku wprowadzamy podstawowe określenia i oznaczenia. Ruch realizatorów powoduje, że operacje technologiczne, które odtąd będą określane jako zadania, są wykonywane w różnych miejscach – nazywanych dalej stanowiskami. Ponadto zakładamy, że na każdym stanowisku, a właściwie na zlokalizowanym tam obiekcie, realizator wykonuje tylko jedno zadanie. Oba zbiory, tj. zadania i stanowiska, są oznaczane jako $H = \{1, 2, \dots, H\}$, gdzie H jest liczbą zadań bądź stanowisk. Dodatkowo wyróżnia się stanowisko, będące bazą dla realizatorów, z którego każdy realizator musi wyruszyć przed rozpoczęciem wykonywania pierwszej operacji i powrócić po wykonaniu ostatniej. Baza jest oznaczana jako $h = H + 1$. Wtedy $\bar{H} = H \cup \{H + 1\}$ jest zbiorem stanowisk wraz z bazą. Podobnie R i R są odpowiednio zbiorem i liczbą stanowisk. Najważniejszą charakterystyką zadań są czasy ich wykonania przez poszczególne realizatory. Czas wykonania bieżącego zadania $h \in H$ przez bieżący realizator $r \in R$ tj. $\tau_{r,h} = \bar{\tau}_{r,h} + \hat{\tau}_{r,g,h}$, $r = 1, 2, \dots, R$, $h = 1, 2, \dots, H$, $g = 1, 2, \dots, H + 1$ jest sumą czasu dojazdu tego realizatora ze stanowiska g , czyli $\hat{\tau}_{r,g,h}$ oraz czasu wykonania czynności na stanowisku h , czyli $\bar{\tau}_{r,h}$. Ponadto dla każdego zadania jest dana linia krytyczna d_h . Zakładamy, że linie krytyczne są posortowane, tzn. $d_g \leq d_h$, dla $g, h = 1, 2, \dots, H$, $g < h$.

Dodatkowo wprowadzamy pojęcie przedziału czasu l , $l = 1, 2, \dots, H$ jako odcinka czasu o początku w momencie rozpoczęcia procedury szeregowania i końcu określonym przez linię krytyczną d_l . Wprowadzamy dwa rodzaje macierzy decyzyjnych. Macierze pierwszego rodzaju są odpowiedzialne za przyporządkowanie zadań do poszczególnych realizatorów w określonych przedziałach czasu

$$\tilde{\alpha}^{r,l} = \left[\tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} \right]_{\substack{g=1,2,\dots,H+1 \\ h=1,2,\dots,H}}, \quad r = 1, 2, \dots, R, \quad l = 1, 2, \dots, H, \quad (1)$$

gdzie

$$\tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli wykonanie zadania } h \text{ przez realizator } r \text{ po dojeździe ze stanowiska } g \\ & \text{rozpoczyna się przed momentem zakończenia przedziału } l, \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Macierze $\tilde{\alpha}^{r,l}$ dla wszystkich indeksów r i l są oznaczone jako $\tilde{\alpha}$. Z powodu powiązań między macierzami $\tilde{\alpha}^{r,l}$ dla różnych r i l wprowadzamy macierz koordynacyjną a określoną jako

$$a = \left[a_{r,h,l} \right]_{\substack{r=1,2,\dots,R \\ h,l=1,2,\dots,H}}, \quad (2)$$

gdzie

$$a_{r,h,l} = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli wykonanie zadania } h \text{ przez realizator } r \text{ rozpoczyna się} \\ & \text{przed momentem zakończenia przedziału } l, \\ 0, & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

Na macierze $\tilde{\alpha}$ oraz a są nałożone ograniczenia, które zapewniają wykonanie wszystkich zadań oraz wyznaczenie ciągłych tras przejazdu wszystkich realizatorów o początku w bazie. Ich analityczne postaci są przedstawione w [8].

Rozpatrywany problem szeregowania polega na wyznaczeniu dopuszczalnych macierzy $\tilde{\alpha}$ oraz a tak, aby minimalizować maksymalne opóźnienie

$$\tilde{Q}_L(a, \tilde{\alpha}) = \max_{r=1,2,\dots,R} \left\{ \max_{l=1,2,\dots,H} \left[\sum_{h=1}^H a_{r,h,l} \left(\bar{\tau}_{r,h} + \sum_{g=1}^{H+1} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} \cdot \hat{\tau}_{r,g,h} \right) - d_l \right] \right\}. \quad (3)$$

W proponowanej metodzie rozwiązania zakłada się rozłączne wyznaczanie macierzy $\tilde{\alpha}$ oraz a . W tym celu konieczne jest określenie początkowej postaci macierzy $\tilde{\alpha}$ oznaczanej jako $\tilde{\alpha}_0$

i należącej do zbioru $\hat{\alpha} \triangleq \hat{\alpha}^{1,1} \times \dots \times \hat{\alpha}^{1,H} \times \dots \times \hat{\alpha}^{R,1} \times \dots \times \hat{\alpha}^{R,H}$,

gdzie $\hat{\alpha}^{r,l} = \left\{ \bar{\alpha}^{r,l}, \bar{\alpha}_{h,h}^{r,l} = 0, h = 1, 2, \dots, H \text{ i } \sum_{g=1}^{H+1} \bar{\alpha}_{g,h}^{r,l} = 1, h = 1, 2, \dots, H \right\}$ są zbiorami

początkowych postaci macierzy $\bar{\alpha}^{r,l}$. Ograniczenia definiujące te zbiory zapewniają jedynie jednokrotne wykonanie każdego zadania, natomiast nie sprawiają, że trasy przejazdów realizatorów są ciągle. Po przyjęciu $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_0 \in \hat{\alpha}$, otrzymujemy następujący problem optymalizacyjny

$$\min_a \left\{ \min_{r=1,2,\dots,R} \left\{ \min_{l=1,2,\dots,H} \left[\sum_{h=1}^H (a_{r,h,l} \cdot B_{r,h,l}(\bar{\alpha}_0^{r,l})) - d_l \right] \right\} \right\}, \quad (4)$$

gdzie

$$B_{r,h,l}(\bar{\alpha}_0^{r,l}) = \bar{\tau}_{r,h} + \sum_{g=1}^{H+1} \bar{\alpha}_{0,g,h}^{r,l} \cdot \hat{\tau}_{r,g,h}.$$

przy ograniczeniach nałożonych na macierz a w formie

$$\sum_{r=1}^R a_{r,h,l} = 1, h = 1, 2, \dots, H, l \geq h. \quad (5)$$

Jest to analityczne sformułowanie problemu szeregowania zadań niepodzielnych i niezależnych na realizatorach dowolnych w celu minimalizacji maksymalnego opóźnienia.

Rozwiązaniem jest optymalna macierz $a^*(\bar{\alpha}_0)$ zależna od $\bar{\alpha}_0$ lub równoważnie podzbiory zadań wykonywanych przez realizatory w poszczególnych przedziałach, tj.

$H_G^{r,l,*} \triangleq \left\{ h \in H : a_{r,h,l}^*(\bar{\alpha}_0) = 1 \right\}, r = 1, 2, \dots, R, l = 1, 2, \dots, H$. Wynikiem jest również

następująca postać kryterium jakości szeregowania

$$\begin{aligned} \bar{Q}_L^r(\bar{\alpha}; \bar{\alpha}_0) = \max_{r=1,2,\dots,R} \left\{ \max_{l=1,2,\dots,H} \left[\sum_{h=1}^{H_2^{r,l,*}} \left[\bar{\tau}_{r,h} + \sum_{g=1}^{H_2^{r,h,*}} \bar{\alpha}_{g,h}^{r,l} \cdot \hat{\tau}_{r,g,h} \right] \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{\alpha}_{H+1,h}^{r,l} \cdot \hat{\tau}_{r,H+1,h} - d_l \right] \right\} = \max_{r=1,2,\dots,R} \left\{ \bar{Q}_L^r(\bar{\alpha}^r; \bar{\alpha}_0) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Jak to pokazano w [8], funkcje $\bar{Q}_L^r(\bar{\alpha}^r; \bar{\alpha}_0)$ dla różnych r oraz ograniczenia na macierze $\bar{\alpha}^{r,l}$ są niezależne. Dlatego problem minimalizacji (6) względem $\bar{\alpha}$ można zdekomponować i przedstawić jako

$$\tilde{\alpha}^{r,l}, \quad l=1,2,\dots,H \left\{ \max_{l=1,2,\dots,H} \left[\bar{Q}_L^{r,l}(\tilde{\alpha}^{r,l}; \tilde{\alpha}_0) \right] \right\}, \quad (7)$$

gdzie

$$\bar{Q}_L^{r,l}(\tilde{\alpha}^{r,l}; \tilde{\alpha}_0) = \left[\sum_{h=1}^{H_a^{r,l,*}} \sum_{g=1}^{\bar{H}_a^{r,l,*}} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} \cdot \hat{\tau}_{r,g,h} + \sum_{h=1}^{H_a^{r,l,*}} \bar{\tau}_{r,h} - d_l \right].$$

Warunek na ciągłość tras przejazdów dla realizatorów wyrażony w analitycznej postaci jako

$$\sum_{g \in H^{r,l-1}(a)} \sum_{h \in H^{r,l}(a)} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} = 1, \quad l = 2, 3, \dots, H, \quad (8)$$

gdzie $H^{r,l}(a) = \{h \in H: a_{r,h,l} = 1\}$, $r = 1, 2, \dots, R$, $l = 1, 2, \dots, H$ uniemożliwia wyznaczenie

macierzy $\tilde{\alpha}^{r,l}$ w prosty sposób. Problem sprowadza się do wyznaczania dróg Hamiltona dla kolejnych przedziałów. Do rozwiązania problemu (7) jest proponowany algorytm przybliżony, polegający na niezależnym wyznaczaniu dróg Hamiltona dla poszczególnych przedziałów. Wtedy dla $l = 1, 2, \dots, H$ należy rozwiązać H niezależnych, następujących problemów optymalizacyjnych:

$$\min_{\tilde{\alpha}^{r,l}} \left[\bar{Q}_L^{r,l}(\tilde{\alpha}^{r,l}; \tilde{\alpha}_0) \right], \quad (9)$$

z ograniczeniami

$$\tilde{\alpha}_{h,h}^{r,l} = 0, \quad h \in H_a^{r,l,*}, \quad (10)$$

$$\sum_{g=1}^{H_a^{r,l,*}} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} = 1, \quad h \in H_a^{r,l,*}, \quad (11)$$

$$\sum_{g=1}^{H_a^{r,l,*}} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} = \sum_{h=1}^{H_a^{r,l,*}} \tilde{\alpha}_{p,h}^{r,l}, \quad p \in H_a^{r,l,*}, p \neq \bar{h}^r(l), \quad (12)$$

$$\sum_{h=1}^{H_a^{r,l,*}} \tilde{\alpha}_{\bar{h}^r(l),h}^{r,l} = 1, \quad (13)$$

$$[\tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l}] \in \bar{S}_{r,l}, \quad g, h \in H_a^{r,l,*}, \quad (14)$$

gdzie

$$\bar{S}_{r,l} = \left\{ [\tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l}] : \sum_{g \in H_{\bar{S}}^{r,l}} \sum_{h \in H_{\bar{S}}^{r,l}} \tilde{\alpha}_{g,h}^{r,l} \leq H_{\bar{S}}^{r,l} - 1 \right\}, \quad H_{\bar{S}}^{r,l} \text{ dowolny niepusty podzbiór } H^{r,l}, \text{ czyli}$$

podzbiór zbioru zadań wykonywanych przez realizator r w przedziale czasu l , oraz $\underline{h}^r(l)$ i $\bar{h}^r(l)$ są odpowiednio pierwszym i ostatnim zadaniem wykonywanym w przedziale l przez realizator r . Problem (9) z ograniczeniami od (10) do (14) jest analitycznym sformułowaniem problemu wyznaczania drogi Hamiltona. W wyniku jego rozwiązania jest uzyskiwana optymalna macierz $\bar{\alpha}^{r,l,*}(\bar{\alpha}_0)$ oraz optymalna wartość maksymalnego opóźnienia

$$\bar{Q}_L(\bar{\alpha}^*(\bar{\alpha}_0)) \triangleq \bar{Q}_L^*(\bar{\alpha}_0) = \max_{r=1,2,\dots,R} \left\{ \max_{l=1,2,\dots,H} [\bar{Q}_L^{r,l}(\bar{\alpha}^{r,l,*}; \bar{\alpha}_0)] \right\}. \quad (15)$$

Tak więc przedstawiana metoda rozwiązania składa się z trzech kroków: ustalenia początkowej postaci macierzy $\bar{\alpha}$, rozwiązania klasycznego problemu szeregowania i rozwiązania szeregu niezależnych problemów wyznaczania dróg Hamiltona.

Proponowany algorytm rozwiązania jest następujący:

1. Ustal $\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_0 \in \bar{\alpha}$.
2. Rozwiąż problem optymalizacyjny (4) z ograniczeniami (5) (problem szeregowania) w celu uzyskania $\alpha^*(\bar{\alpha}_0)$ oraz zbiorów $H_a^{r,l,*}, r=1,2,\dots,R, l=1,2,\dots,H$, a także funkcji kryterium jakości szeregowania $\bar{Q}_L(\bar{\alpha}, \bar{\alpha}_0)$.
3. Rozwiąż (dla $r=1, \dots, R$) R niezależnych problemów optymalizacyjnych (7) w następujących etapach:
 - 3.1. Podstaw $l=1, \underline{h}^r(l) = H+1$.
 - 3.2. Wyznacz drogę Hamiltona o początku w stanowisku $\underline{h}^r(l)$, rozwiązując problem optymalizacyjny (9) z ograniczeniami (10) – (14).
 - 3.3. Ustal koniec drogi Hamiltona $\bar{h}^r(l)$ wyznaczony w etapie 3.2 jako początek drogi Hamiltona dla następnego przedziału, tzn. $\underline{h}^r(l+1) = \bar{h}^r(l)$ (dla $l=1,2,\dots,H-1$).

Prezentowany algorytm rozwiązania pozwala na uzyskanie rozwiązania przybliżonego. Jego nieoptymalność jest spowodowana przyjęciem początkowej postaci macierzy $\bar{\alpha}$ oraz przybliżonym sposobem wyznaczania dróg Hamiltona. W pracy [8] podano następujące oszacowanie wartości kryterium jakości szeregowania w stosunku do wartości optymalnej:

$$\bar{Q}_L^*(\bar{\alpha}_0) - \bar{Q}_L \leq E = \varepsilon_I + \varepsilon_{II}, \quad (16)$$

gdzie

$$\varepsilon_1 = \sum_{h=1}^H \left\{ \max_{r=1,2,\dots,R} \left[\max_{\substack{g=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}) - \min_{\substack{g=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}) \right] \right\},$$

$$\varepsilon_{11} = \max_{r=1,2,\dots,R} \left(\sum_{l=1}^H \hat{\tau}_{r,h^{r,l,*}(l),h_{\text{OPT}}^{r,l,*}(l)} \right)$$

oraz $h^{r,l,*}(l), h_{\text{OPT}}^{r,l,*}(l)$ są indeksami zadań ze zbioru $\bar{H}_a^{r,l,*}$ wykonywanych jako pierwsze, odpowiednio gdy droga Hamiltona jest wynikiem rozwiązania problemu (9) oraz (7).

3. Badania symulacyjne algorytmu rozwiązania

Interesujące i ważne z metodologicznego punktu widzenia jest zbadanie zależności między danymi problemu, zwłaszcza jego rozmiarem, a jakością otrzymywanego rozwiązania. Z powodu braku takich zależności w postaci analitycznej wykorzystano technikę symulacji komputerowej. Kluczowym zagadnieniem podczas takich badań jest określenie wskaźników jakości uzyskiwanego rozwiązania. Najczęściej używanym wskaźnikiem jest względna różnica wartości kryteriów jakości dla rozwiązania uzyskanego przez oceniany algorytm oraz dla rozwiązania optymalnego. Dla rozpatrywanego przypadku sformułujemy taki wskaźnik w postaci

$$\delta'_{L,1} = \frac{\bar{Q}'_L - Q^*}{\bar{Q}'_L}, \quad (17)$$

gdzie $\bar{Q}'_L \triangleq \bar{Q}'_L(\bar{\alpha}_0)$ jest wartością kryterium jakości uzyskaną przez oceniany algorytm, natomiast Q^* jest optymalną wartością kryterium. Wskaźnik ten może być wykorzystany w ograniczonym zakresie, ponieważ tylko dla problemów o małych rozmiarach można uzyskać rozwiązania optymalne i w konsekwencji wartości Q^* . Dlatego sformułujemy teraz inne, zastępcze wskaźniki, pozwalające na oszacowanie oceny rozpatrywanego algorytmu rozwiązania również dla problemów o dużych rozmiarach. Pierwszy z nich w ogóle nie wykorzystuje wartości Q^* i jest równy wartości kryterium \bar{Q}'_L , tzn.

$$\delta'_{L,2} = \bar{Q}'_L. \quad (18)$$

Do konstrukcji drugiego wskaźnika wykorzystamy zależność między \bar{Q}'_L i Q^* przedstawioną w (16). Szacując od góry $\delta'_{L,1}$ otrzymujemy

$$\delta_{L,1}^i = \frac{\bar{Q}_L^i - Q^*}{\bar{Q}_L^i} \leq \frac{E}{\bar{Q}_L^i} \quad (19)$$

Wtedy wskaźnik definiujemy jako

$$\delta_{L,3}^i = \left| \frac{E}{\bar{Q}_L^i} \right| \quad (20)$$

Zastosowanie wartości bezwzględnej wynika z potrzeby uniezależnienia się od znaku wartości wskaźnika i rozpatrywania tylko jego wartości w stosunku do zera.

Spśród znanych z literatury algorytmów rozwiązywania problemów minimalizacji maksymalnego opóźnienia oraz wyznaczania drogi Hamiltona, do symulacji wybrano algorytmy aproksymacyjne, przedstawione m.in. odpowiednio w [1] oraz [9].

W celu wykonania badań symulacyjnych opracowano program komputerowy w języku C. Wartości czasów $\hat{\tau}_{r,g,h}$, $\bar{\tau}_{r,h}$ oraz linii krytycznych d_h były w programie określane losowo przez generator liczb pseudolosowych o rozkładzie jednostajnym. Badano wpływ na wartości wskaźników $\delta_{L,2}^i$ i $\delta_{L,3}^i$ liczby zadań H , liczby realizatorów R oraz następujących parametrów oceniających zbiory czasów $\hat{\tau}_{r,g,h}$ i $\bar{\tau}_{r,h}$:

$$\alpha \triangleq \frac{\bar{r}^{Sr}}{i^{Sr}}, \quad (21)$$

gdzie \bar{r}^{Sr} i i^{Sr} są odpowiednio średnim czasem wykonywania czynności na stanowiskach i średnim czasem dojazdu realizatorów do stanowisk oraz

$$\beta \triangleq \max_{\substack{r=1,2,\dots,R \\ g,h=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}) - \min_{\substack{r=1,2,\dots,R \\ g,h=1,2,\dots,H+1 \\ g \neq h}} (\hat{\tau}_{r,g,h}). \quad (22)$$

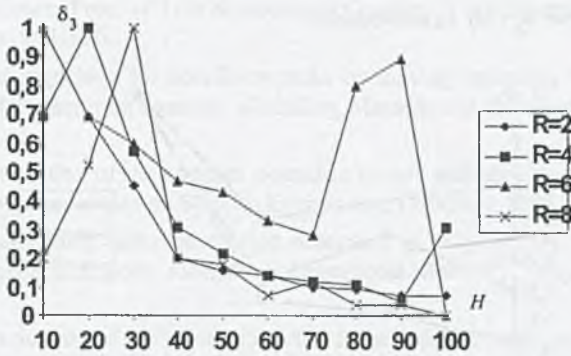
Badania były prowadzone dla następujących zakresów zmienności zmiennych niezależnych:

$$H \in \{10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90; 100\}, \quad R \in \{2; 4; 6; 8\}, \quad \alpha \in \{0,1; 0,4; 0,7; 1; 4; 7; 10\},$$

$$\beta \in \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30\}.$$

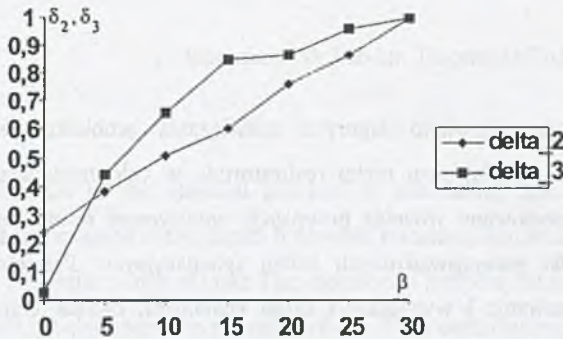
Przykładowe wyniki badań przedstawiono w postaci wykresów na rys. 1–3. Wartości wskaźników jakości szeregowania unormowano w stosunku do maksymalnych wartości wskaźników $\delta_{L,i,\max}^i$, $i=1,2$ w bieżącym badaniu, tzn. na wykresach zaprezentowano wartości $\delta_i \triangleq \delta_{L,i}^i / \delta_{L,i,\max}^i$, $i=1,2$. Umożliwia to uwidocznienie tendencji zmian

wskaźników, abstrahując od ich konkretnych wartości, które ściśle zależą od wartości przyjętych linii krytycznych.



Rys.1. Zależność δ_3 od H oraz $R=2(4,6,8)$, $\alpha=0,4$, $\beta=20$

Fig.1. Dependence of δ_3 on H and $R=2(4,6,8)$, $\alpha=0,4$, $\beta=20$

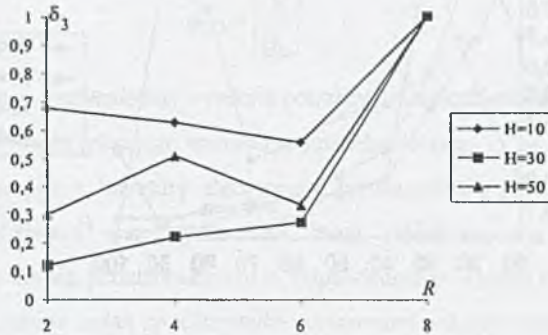


Rys.2. Zależność δ_2 i δ_3 od β oraz $R=2$, $\alpha=0,4$, $H=30$

Fig.2. Dependence of δ_2 and δ_3 on β and $R=2$, $\alpha=0,4$, $H=30$

Wskaźnik δ_3 osiąga najmniejsze wartości dla małych wartości β oraz dla dużych wartości H . Jego wartość w sposób wyraźny nie zależy natomiast od liczby realizatorów R . Ze względu na zależności (19) i (20) wiążące $\delta'_{L,1}$ i $\delta'_{L,3}$ można stwierdzić, że proponowany algorytm pozwala na osiągnięcie najlepszych wyników dla małych rozrzutów w zbiorze czasów dojazdów $\hat{\tau}_{r,g,h}$. Rozmiar rozwiązywanego problemu ma również wpływ na jakość rozwiązania, tzn. jest ona tym lepsza, im większa jest liczba zadań. Obserwacja wskaźnika δ_2 (rys.2.) pozwala na stwierdzenie bezwzględnych zmian jakości uzyskiwanego rozwiązania.

Informacja taka może być użyteczna przede wszystkim w powiązaniu z innymi wskaźnikami oceniającymi badany algorytm, chociaż z rys.2 wynika, że przebiegi δ_2 i δ_3 są zbliżone, a więc informacje zawarte w δ_2 i δ_3 są analogiczne.



Rys.3. Zależność δ_3 od R oraz $H=10(30,50)$, $\alpha=0,4$, $\beta=20$
 Fig.3. Dependence of δ_3 on R and $H=10(30,50)$, $\alpha=0,4$, $\beta=20$

4. Podsumowanie

W pracy przedstawiono algorytm rozwiązania problemu szeregowania zadań produkcyjnych z uwzględnieniem ruchu realizatorów, w celu minimalizacji maksymalnego opóźnienia. Zaprezentowano również propozycje empirycznej oceny tego algorytmu oraz przykładowe wyniki przeprowadzonych badań symulacyjnych. Przyjęto, że szczegółowe zagadnienia szeregowania i wyznaczania drogi Hamiltona, będące etapami algorytmu, są rozwiązywane przez algorytmy przybliżone.

Dalsze prace z tego zakresu będą dotyczyć badania wpływu zastosowania innych algorytmów rozwiązywania wymienionych zagadnień szczegółowych (w tym również algorytmów dokładnych) na jakość wyników uzyskiwanych przez algorytm dla całego problemu. Będzie również modyfikowany omawiany w pracy algorytm, zwłaszcza w zakresie kroku 3., dotyczącego wyznaczania dróg Hamiltona, czyli tras przejazdów dla poszczególnych realizatorów.

LITERATURA

1. Błażewicz J. i inni: Badania operacyjne dla informatyków. WNT, Warszawa, 1983.
2. Józefczyk J.: Two-level control algorithm for mobile executors in flexible manufacturing systems. Proc. of 10th International Conference on Systems Engineering, Coventry, 1994, pp. 542-549.

3. Józefczyk, J.: Szeregowanie zadań w kompleksie operacji z uwzględnieniem ruchu realizatorów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1996.
4. Józefczyk J.: On the functional decomposition approach to the problem of tasks scheduling on moving executors. Proc. of 11th International Conference on Systems Engineering, Las Vegas, 1996, pp. 885–890.
5. Józefczyk J.: An algorithm for scheduling tasks on moving executors. Proc. of 1st IFAC Workshop on Manufacturing Systems: Modelling, Management and Control, Vienna, 1997, pp. 139–144.
6. Józefczyk J.: Simulation of the complex operation system with moving executors. Proc. of 12th International Conference on Systems Engineering, Coventry, 1997, pp. 349–354.
7. Józefczyk J.: Scheduling tasks on moving executors to minimise the makespan and the maximum lateness. European Journal of Operational Research (artykuł zgłoszony do publikacji).
8. Józefczyk J.: Evaluation of the solution method for scheduling tasks on moving executors to minimise the maximum lateness. 5th International Symposium on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje, 1998 (referat przyjęty do publikacji w materiałach Sympozjum).
9. Rosenkrantz D. i inni: An analysis of several heuristics for the travelling salesman problem. SIAM J. Comp., vol. 6, 1997, pp. 563–581.

Recenzent: Dr hab.inż. Eugeniusz Toczyłowski, prof.PW

Abstract

The generalisation of the classical problem of scheduling tasks to minimise the maximum lateness is investigated in the paper. It depends on taking into account the movement of executors during the performance of tasks. The executor to perform the task should drive-up to the place (the workstation) where the job can be done. Then each task consists of two parts: the driving-up of the executor to the workstation and the performing the job at the workstation. The selected version of the solution algorithm is presented in the paper in detail. The algorithm consists of two steps: the scheduling of the tasks for fixed driving-up times and the ordering of the tasks for individual executors within particular time intervals. Moreover, the paper comprises the foundations for simulation experiments as well as the results of simulation which allow to verify the quality of the algorithm in the experimental way. Two quality coefficients which allow to evaluate the quality of the solution algorithm are defined. The influence of the number of executors and the number of tasks as well as execution times on the values of these coefficients is investigated and the resulting conclusions are formulated.