

Jerzy KOTOWSKI, Ewa SZLACHCIC
Instytut Cybernetyki Technicznej, Politechnika Wrocławska

OCENA PROCEDUR PRZYŚPIESZANIA PRZEGLĄDU W ALGORYTMACH WYZNACZANIA RYSUNKU ROZKROJU

Streszczenie. Większość algorytmów optymalizacji rozkrojów to procedury iteracyjne. Celem każdej iteracji jest budowa nowego rysunku rozkroju. Jest to odrębne zadanie optymalizacji. Celem pracy jest analiza algorytmu opartego na metodzie częściowego przeglądu, a w szczególności wchodzących w jego skład procedur relaksacji. W końcowej części pracy zamieszczono wyniki testów obliczeniowych, których celem była praktyczna weryfikacja oraz ocena przydatności podejścia opartego na idei przeglądu w zaproponowanej klasie schematów rozkroju.

QUALITY ASSESSMENT OF THE RELAXATION PROCEDURES IN THE CUTTING STOCKS ALGORITHMS

Summary. The most of the algorithms for solving the cutting stock problems work as the iterative procedures. The aim of the each iteration is to create the new cutting pattern. Usually this goal states for the optimisation problem itself. In the paper we present a new algorithm of this kind, based on the partial enumeration approach. We discuss properties of its procedures. Finally we present results of the numerical tests provided for the practical verification of the described approach.

1. Wstęp

Większość znanych w literaturze algorytmów optymalizacji rozkrojów [6,7,8,9,12] to procedury iteracyjne. Celem każdej iteracji jest budowa rysunku rozkroju. W zależności od rodzaju algorytmu nowy schemat jest dołączony do schematów już istniejących (alg. Wang) lub też może zastąpić jeden ze schematów już istniejących (alg. Gilmore'a - Gomory'ego). Problem wyznaczania rysunku rozkroju może być traktowany jako odrębne zadanie optymalizacji.

Podstawowym celem pracy jest analiza złożoności opracowanego algorytmu obliczeniowego opartego na metodzie częściowego przeglądu, a w szczególności jego procedur relaksacji. W pracy przedstawiono kolejno opis problemu wyznaczania pojedynczego rozkroju oraz schemat programu do jego rozwiązania. Następnie skoncentrowano się na opisie samej procedury obliczeniowej pozwalającej na wyznaczenie rozwiązania

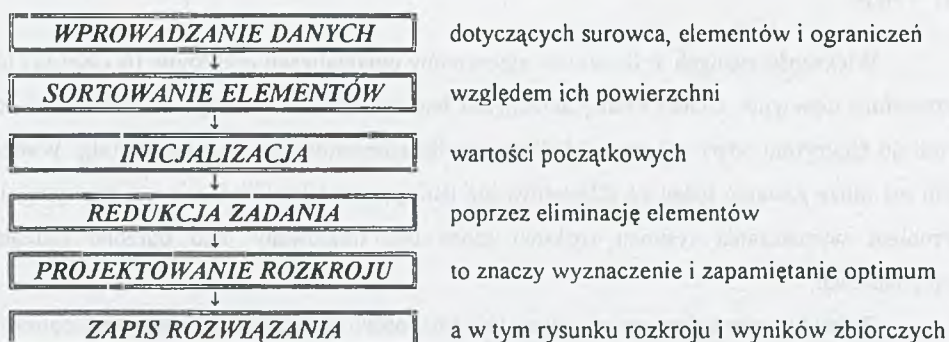
optymalnego. Opisano większość wchodzących w skład tej procedury metod przyspieszania przeglądu. W końcowej części pracy zamieszczono wyniki testów obliczeniowych, których celem była praktyczna weryfikacja procedury oraz ocena przydatności samego podejścia opartego na idei przeglądu schematów rozkroju w klasie zaproponowanej przez autorów. Testy dotyczą opracowanej heurystyki przeznaczonej do bardziej skomplikowanego zadania klasy 2/V/I/M [3].

2. Opis programu do rozwiązania zadania optymalnego wykorzystania odpadu surowca

W wielu zastosowaniach praktycznych problem wyznaczenia pojedynczego rozkroju to problem typu 2/B/O/M (2 - wymiar surowca i elementów, B - wykorzystywany jest cały dostępny surowiec, O - jedna sztuka surowca, M - wiele elementów różnych typów). Typologia pochodzi od H. Dyckhoffa [3]. Taka sytuacja ma miejsce przy zagospodarowaniu odpadu użytkowego powstającego w niewielkich fabrykach mebli.

Zadanie wykorzystania odpadu surowca (wyznaczenia pojedynczego rozkroju) można sformułować następująco: Dany jest surowiec o znanym kształcie i wymiarach oraz zbiór elementów do rozkroju n różnych typów o znanych kształtach, wymiarach i zapotrzebowaniu. Należy wyznaczyć z dostępnych elementów schemat rozkroju należący do założonej z góry klasy, dopuszczalny pod względem przyjętych dodatkowo ograniczeń i wymagań technologicznych i optymalny w kontekście obowiązującego kryterium jakości optymalizacji.

Algorytm do wyznaczania pojedynczego rozkroju zawiera następujące elementy:



3. Opis procedury projektowania schematu rozkroju surowca

Najważniejszym elementem na schemacie jest procedura służąca do projektowania rozkroju. Dopuszczalny rozkrój musi należeć do klasy określonej na przykład tak, jak to zostało przedstawione w [10]:

- dopuszczalny rozkrój jest rozkrojem 1.5-wymiarowym,
- rozkrój może zawierać dowolną liczbę pasów pionowych pierwszego rodzaju, jeden pas pionowy drugiego rodzaju oraz część centralną składającą się z pasów poziomych budowanych przez procedurę PRC (projektowanie rozkroju centralnego),
- każdy z pasów może zawierać dwa różne elementy. Pierwszy z nich implikuje szerokość pasa i jest nazywany elementem podstawowym pasa.

Pas nazywamy dopuszczalnym, jeżeli mieści się na dostępnej w tym momencie części surowca i jego realizacja nie doprowadzi do przekroczenia zapotrzebowania na elementy.

Pasy pionowe projektowane są przez procedurę PPP (projektowanie pasa pionowego). Procedura jest wywoływana z parametrem i , którym jest numer elementu podstawowego w pasie. Informacją wejściową dla tej procedury jest wektor zapotrzebowań z_q uzyskiwany po odliczeniu od wektora z elementów występujących we wcześniej zaprojektowanych pasach pionowych, oraz rozmiar pola roboczego na płycie. Pas ten będzie oznaczany przez $P(i)$.

Celem procedury PPP(i) jest znalezienie pasa pionowego, dopuszczalnego na danym etapie projektowania rozkroju, w którym i jest elementem podstawowym i takiego, że suma cen znajdujących się na nim elementów osiąga maksimum. Schemat zawierający wyłącznie pionowe pasy będzie oznaczany RP(i, pp, j), gdzie i jest indeksem elementu podstawowego dla pasa pierwszego rodzaju, pp krotnością tego pasa, a j indeksem elementu podstawowego w drugim pasie. Rozkrój ten otrzymuje się ze złożenia pp pasów $P(i)$ oraz jednego pasa $P(j)$ projektowanych w wymienionej kolejności przez procedurę PPP. Jeżeli schemat nie zawiera jakiegoś pasa, to wtedy odpowiedni indeks i lub j przyjmuje wartość -1 .

Procedura PRC jest uruchamiana po wyznaczeniu rozkroju RP(i, pp, j). Operuje ona na bieżącym zapotrzebowaniu z_p uzyskiwanym po uwzględnieniu w wektorze z planu produkcji realizowanego przez RP(i, pp, j). Jej efektem jest wzór rozkroju RC(i, pp, j) optymalny w kontekście sumy powierzchni znajdujących się na nim elementów.

Poniżej przedstawiono schemat algorytmu do projektowania rysunku rozkroju. W poszczególnych krokach algorytmu są wykorzystane następujące oznaczenia:

- l_p** - liczba elementów z uwzględnieniem obrotów elementów na płycie,
 f_{opt} - rekord (wartość funkcji celu dla bieżącego rozwiązania optymalnego),
 f_p - cena rozkroju $RP(i,pp,j)$,
 f_c - cena rozkroju $RC(i,pp,j)$,
temp - obszar roboczy, w którym zapamiętany jest wzór rozkroju,
opt - obszar, w którym zapamiętany jest wzór rozkroju bieżącego optymalnego.

Algorytm 1

- Krok 1** Podstaw $f_{opt}=f_p=0$, $temp=opt=NULL$.
- Krok 2** Rozwiąż problem PRC i wyznacz jego rozwiązanie $RC(-1,0,-1)$ bez części pionowej. Podstaw $f_{opt}=f_p$, $opt=temp$.
- Krok 3** (*Projektowanie rozkroju z przynajmniej jednym pasem pionowym*) Podstaw $i=0$.
- Krok 4** Jeżeli $i \geq l_p$ to KONIEC. Zostało znalezione optymalne rozwiązanie problemu opt z wartością funkcji celu f_{opt} . W przeciwnym przypadku rozwiąż zadanie PPP(i) dla $z_q=z$. Wyznacz maksymalną dopuszczalną krotność pasa pp pasa $P(i)$.
- Krok 5** Wyznacz f_p dla $RP(i,pp,-1)$. Jeżeli $f_p > f_{opt}$, podstaw $f_{opt}=f_p$, $opt=temp$.
- Krok 6** Sprawdź, czy istnieje możliwość poprawy optimum poprzez rozbudowę bieżącego rozwiązania. Jeżeli nie, przejdź do kroku xxx, w przeciwnym przypadku wyznacz z_p dla $RP(i,pp,-1)$. Rozwiąż problem PRC i wyznacz $RC(i,pp,-1)$. Jeżeli $f_p+f_c > f_{opt}$, podstaw $f_{opt}=f_p$, $opt=temp$.
- Krok 7** (*Projektowanie rozkroju z dwoma typami pasów pionowych*) Podstaw $j=0$.
- Krok 8** Jeżeli $j \geq l_p$, przejdź do kroku 12. W przeciwnym przypadku wywołaj procedurę PPP(j) i wyznacz pas P(j).
- Krok 9** Wyznacz f_p dla $RP(i,pp,j)$. Jeżeli $f_p > f_{opt}$, podstaw $f_{opt}=f_p$, $opt=temp$.
- Krok 10** Sprawdź, czy istnieje możliwość poprawy optimum poprzez rozbudowę bieżącego rozwiązania. Jeżeli nie, przejdź do 11. W przeciwnym przypadku wyznacz z_p dla $RP(i,pp,j)$. Rozwiąż problem PRC i wyznacz $RC(i,pp,j)$. Jeżeli $f_p+f_c > f_{opt}$, podstaw $f_{opt}=f_p$, $opt=temp$.
- Krok 11** Wykonaj $j++$. Powrót do kroku 8.
- Krok 12** Wykonaj $i++$. Powrót do kroku 4.

Najważniejszym elementem występującym w opisanym powyżej Alg. 1 jest **PRC** - procedura przeznaczona do projektowania rozkroju w centralnej części płyty. Schemat rozkroju w tej części płyty składa się z pewnej liczby pasów poziomych zbudowanych z elementów do rozkroju. Dopuszczalna liczba typów pasów oraz postać każdego pasa to składowe modelu matematycznego rysunku rozkroju. Do rozwiązania zadania wyznaczania rozkroju centralnego można wykorzystać opisane poniżej postępowanie rekurencyjne.

Algorytm 2 (PRC)

Krok 1 Wyznacz bieżące zapotrzebowanie na elementy z_p (zapotrzebowanie wyjściowe pomniejszone o zużycie związane z elementami występującymi w pasach pionowych).

Krok 2 Podstaw $gw=1$ (głębokość wywołania).

Krok 3 Wywołaj procedurę do projektowania pasa poziomego $PPZ(z_p)$.

Krok 4 Oznacz wartość znalezionej rozwiązania optymalnego przez f_c .

Schemat działania procedury do projektowania pasa poziomego $PPZ()$ opisuje poniższy algorytm:

Algorytm 3 (PPZ)

Krok 1 Sprawdź warunki stopu dla metody rekurencji. Jeżeli przynajmniej jeden z nich jest spełniony, to podstaw $gw=gw-1$ ($gw--$) i zakończ procedurę (cofanie).

Krok 2 Rozbudowa rozwiązania. Podstaw $gw=gw+1$ ($gw++$).

Krok 3 Wywołaj procedurę do generacji dopuszczalnych pasów **PG**.

Krok 4 Dokonaj redukcji liczby elementów w zbiorze pasów. Niech lr będzie liczbą elementów w zbiorze zredukowanym.

Krok 5 Niech c_i , $i=1,lr$ będzie ceną i -tego pasa (liczoną jako suma cen występujących na nim elementów), a s_i jego szerokością (wysokością elementu podstawowego). Posortuj zbiór według malejących cen jednostkowych $d_i = c_i/s_i$.

Krok 6 Wyznacz dopuszczalne krotności wystąpienia wszystkich pasów p_i , $i=1,lr$.

Krok 7 Podstaw $i=1$, $k=p_i$.

Krok 8 Niech f_0 oznacza cenę wszystkich elementów ułożonych już na płycie surowca, a y wysokość pozostałej części centralnej płyty. Jeżeli $f_0 + y \cdot d_1 < f_{opt}$, przejdź do kroku 11.

Krok 9 Jeżeli $f_0 > f_{opt}$, podstaw $f_{opt} = f_0$ i zapamiętaj nowy rekord.

Krok 10 Wyznacz nowe zapotrzebowanie z_q (dotychczasowe pomniejszone o wartości znajdujące się na k paskach i -tego typu. Wywołaj procedurę $PPZ(z_q)$.

Krok 11 Podstaw $k = k - 1$. Jeżeli $k > 0$, przejdź do kroku 8. W przeciwnym przypadku przejdź do kroku 12.

Krok 12 Podstaw $i = i + 1$. Jeżeli $i > I_r$, to koniec algorytmu. W przeciwnym przypadku podstaw $k = p_i$ i przejdź do kroku 8. •

4. Testy przyspieszające przegląd

Efektywność postępowania opisanego w rozdziale 3 zależy od metod redukcji i relaksacji występujących w krokach 1 i 4 algorytmu 3. W tej części pracy zostanie opisana część procedur występujących w jednym z programów opracowanych w ostatnim okresie czasu. Dla większej czytelności opis zostanie podzielony na dwie części. Jedna część dotyczyć będzie procedur szacowania wartości funkcji celu, a druga metod zmniejszania rozmiaru zadania. Przy opracowywaniu tych procedur wykorzystano specyfikę zadania, związaną z modelem matematycznym rysunku rozkroju, prowadzącą do zadania 1.5-wymiarowego [3,11].

Metody relaksacji zadania optymalizacji oparte są po pierwsze na porównaniu wartości funkcji celu dla rozwiązania bieżącego oraz dla aktualnego rekordu. Wykorzystując fakt, że problem jest traktowany jako zadanie rozkroju 1.5-wymiarowego można dokonywać relaksacji funkcji celu dwukrotnie: przed wyznaczeniem zbioru pasów (krok 3 w algorytmie 3) i później. Przed wygenerowaniem zbioru pasów szacowanie funkcji celu jest słabsze, ponieważ sprowadza się ono do porównywania powierzchni elementów, które znajdują się jeszcze w rozwiązaniu, do dostępnej powierzchni surowca. Oznacza to, że należy się cofnąć, jeżeli zachodzi

$$f_0 + x \cdot y \cdot c_0 < f_{opt} \quad (1)$$

gdzie c_0 jest największą ceną jednostkową elementu. Cena jednostkowa jest ceną jednostki powierzchni. W (1) x i y oznaczają długość i szerokość obszaru roboczego.

Po generacji zbioru pasów można wzmocnić test w oparciu o własności wygenerowanych pasów. W szczególności (krok 5 w algorytmie 3) można wyznaczyć cenę jednostkową dla całego pasa liczoną jako stosunek ceny całego pasa do jego wysokości y . Test optymalności, zgodnie z krokiem 8 algorytmu 3, ma teraz postać

$$f_0 + y \cdot d_1 < f_{opt}. \quad (2)$$

Metody redukcji zadania optymalizacji można podzielić na kilka grup. Po pierwsze, można wyeliminować z zadania optymalizacji wszystkie elementy, które nie mogą znaleźć się w budowanej części rozkroju. Powodów może być kilka:

– niewłaściwe rozmiary - element nie zmieści się już w obszarze roboczym:

$$x < e[i][0] \quad (3)$$

lub:

$$y < e[i][1] \quad (4)$$

gdzie e jest tablicą z wymiarami elementów [10].

– zerowe zapotrzebowanie bieżące.

W szczególności może się zdarzyć, że zbiór elementów, które mogą się jeszcze znaleźć na rozkroju, jest pusty. W tym przypadku też należy się cofnąć (jedna z sytuacji sygnalizowanych w kroku 1 w algorytmie 3).

Dalsza redukcja zadania polega na redukcji zbioru wygenerowanych pasów. Redukcja polega na analizie porównawczej poszczególnych elementów tego zbioru. Można zauważyć, że z tego zbioru można usunąć dowolny element, jeżeli w zbiorze istnieje inny o niewiększej wysokości i większej cenie:

$$\begin{aligned} c_i &< c_j \\ s_i &\geq s_j \end{aligned} \quad (5)$$

Dodatkowe możliwości redukcji wynikają z założeń dotyczących modelu matematycznego. W szczególności należy się cofnąć (krok 1 w algorytmie 3), jeżeli

$$gw \geq rc, \quad (6)$$

gdzie rc jest maksymalną liczbą typów pasów poziomych na rysunku rozkroju [10].

Można organizować wiele innych testów usprawniających i skracających przegląd. Przykładowo, w kroku 10 algorytmu 3 można wpierv porównać rozmiar nowego obszaru roboczego z wymiarami najmniejszego elementu w zadaniu. Praktyka wskazuje jednak, że testy przedstawione powyżej są najważniejsze. Dodatkowa grupa testów znajduje się w procedurze do generacji pasów. Jest to też procedura optymalizacyjna oparta na idei przeglądu.

5. Wyniki testów obliczeniowych

Badania testowe przeprowadzono na rzeczywistych danych liczbowych otrzymanych w jednej z fabryk mebli. Testy przeprowadzono na komputerze IBM PC z procesorem Pentium 100 MHz. Dane dotyczyły zadania klasy 2/V/I/M (dwuwymiarowy surowiec, wykorzystywany w części, występujący w dużej ilości, wiele elementów o różnych rozmiarach).

Każdy z problemów optymalizacji rozwiązano wielokrotnie dla różnych współczynników wagowych. Cena każdego elementu była równa jego powierzchni pomnożonej przez współczynnik $(1+pw/100)^i$, gdzie pw to parametr wagowy, a i numer typu elementu po ich posortowaniu według powierzchni. Rozwiązano łącznie ponad 1000 problemów, zapamiętując dla każdego: parametr wagowy, rozmiar zadania, liczbę kroków do przodu dla procedury przeglądu do rozwiązania zadania PRC, liczbę poprawień wartości funkcji celu dla zadania PRC oraz numer ostatniej iteracji, w której dokonano poprawy rekordu dla zadania PRC.

Z przeprowadzonych testów do dalszej analizy wybrano problem z 478 elementami 54 różnych typów. Zadanie rozwiązano 165 razy dla jedenastu różnych wartości parametru wagowego pw . Łącznie rozwiązano 165 problemów. W tej grupie znalazło się wiele zadań o różnych rozmiarach, które rozwiązano w czasie kilku - kilkunastu sekund. 34 zadania wymagały wykonania kroku do przodu mniej niż 5 razy, a 74 ponad 50 razy. Dla 53 zadań procedura przeglądu wykonała krok do przodu ponad 100 razy. Porównując czasy obliczeń, a w szczególności liczby kroków do przodu dla procedury przeglądu, zauważono interesujące zjawisko. Dla kilku pierwszych zadań liczba iteracji była niewielka, rzędu kilku. Po pewnym czasie pojawiała się grupa problemów, dla których liczba iteracji lawinowo rosła. Złożoność zadania malała pod koniec obliczeń, gdy już następował spadek rozmiaru zadania. Zjawisko obserwowano, gdy ceny elementów były proporcjonalne do ich powierzchni. Istnieją zatem elementy bardziej i mniej wygodne. Elementy wygodne są szybko zużywane, co prowadzi do wzrostu czasu rozwiązywania kolejnych zadań.

6. Wnioski końcowe

W pracy przedstawiono opis problemu wyznaczania pojedynczego rozkroju oraz schemat programu do jego rozwiązania. Skoncentrowano się na opisie procedury obliczeniowej pozwalającej na wyznaczenie rozwiązania optymalnego. Opisano większość testów służących do przyspieszania przeglądu. W końcowej części pracy zamieszczono wyniki testów obliczeniowych, których celem była praktyczna weryfikacja procedury oraz ocena możliwości wykorzystania takiego algorytmu do opracowania heurezy rozwiązującej problem wyznaczenia rozkroju optymalnego w klasie zadań $2/V/I/M$. Obliczenia przeprowadzono dla problemu o dużym rozmiarze z rzeczywistymi danymi otrzymanymi w jednej z firm meblowych. Przeprowadzona analiza wyników testów pozwala uznać przydatność zaproponowanego podejścia.

LITERATURA

1. Coffman E.G., Shor P.W.: Average-case analysis of cutting and packing in two dimensions. *European Journal of Operational Research*, Vol. 44, 1990, pp. 134-144
2. Dowsland K.A., Dowsland W.B.: Packing problems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 56, 1992, pp. 2-14
3. Dyckhoff H.: A typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, Vol. 44, 1990, pp. 145-159
4. Gilmore P.C., Gomory R.E.: A linear programming approach to the cutting stock problem. *Opns. Res.*, Vol. 9, 1961, pp. 849-859
5. Gilmore P.C., Gomory R.E.: A linear programming approach to the cutting stock problem, Pt. II. *Opns. Res.*, Vol. 11, 1963, pp. 863-888
6. Gilmore P.C., Gomory R.E.: Multistage cutting stock problem of two and more dimensions. *Opns. Res.*, Vol. 13, 1965, pp. 94-120
7. Haessler R. W., Sweeney P. E.: Cutting stock problems and solution procedures. *European Journal of Operational Research*, Vol. 54, 1991, pp. 141-150
8. Klempous R., Kotowski J, Szlachcic E,: Interactive procedures in large scale two-dimensional cutting stock problems. *Journal of CAM*, Vol. 66, 1996, pp. 323-332
9. Kotowski J, Szlachcic E,: Opis procedury wyznaczania pierwszego rozwiązania dopuszczalnego dla pewnego zadania rozkroju surowca, *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej*, Vol. 115, 1994, pp. 71-79
10. Kotowski J, Szlachcic E, Wpływ modelu rysunku rozkroju na złożoność obliczeniową zadania optymalizacji, Raport ICT Nr 49/97, 1997, Referat na Seventh Congress on CAM, Leuven, Belgium, July 1998

11. Sweeney P.E., Paternoster E.R.: Cutting and packing problems: An updated literature review. University of Michigan, School of Business, Working paper No. 654
12. Wang P.Y.: Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems. *Opns. Res.*, Vol. 31, 1983, pp. 573-586

Recenzent: Prof.dr inż. Henryk Kowalowski

Abstract

The most of the algorithms for solving the cutting stock problems work as the iterative procedures. The aim of the each iteration is to create the new cutting pattern. Usually this goal states for the optimisation problem itself. In many practical implementation (furniture factories etc.) the problem of this kind belongs to class 2/B/O/M

In the paper we present a new algorithm of this kind, based on the partial enumeration approach. The algorithm was designed to find an optimal solution within a precisely stated class of the feasible cutting patterns. The definition of the feasible model used in this paper is due to an idea of the 1.5 dimensional pattern. The most important parts of the algorithm are the relaxation procedures as like as the feasibility and optimality tests designed to increase the speed of the optimisation program. We discuss properties of the algorithm and describe its procedures in particulars.

Finally, we present results of the numerical tests provided for the practical verification of the described approach. Numerical data used for the optimisation tests were concerned to the real problem of big dimension belonged to the class 2/V/I/M. It seems that results of these tests proof the effectiveness of the applied approach.