ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1998
Seria: AUTOMATYKA z. 124 Nr kol. 1390

Paweł SITEK
Politechnika Świętokrzyska

ALGORYTMY OBLICZENIOWE OPTYMALIZACJI WARIANTÓW UZBROJENIA LINII PRODUKCYJNYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono zagadnienie optymalnego przydziału produktów do wariantów uzbrojenia linii produkcyjnych, do rozwiązania którego zaproponowano dwa algorytmy obliczeniowe. Pierwszy to klasyczny algorytm programowania liniowego całkowitoliczbowego z minimalizacją funkcji celu. Drugi z prezentowanych algorytmów jest to algorytm genetyczny wykorzystujący jako funkcję oceny algorytm programowania liniowego.

COMPUTATIONAL ALGORITHMS OF OPTIMIZATION OF PRODUCTION VARIANTS FOR PRODUCTION LINES EQUIPMENT

Summary. The problem of optimization of production variants for production lines equipment has been presented. Two computation algorithms for above optimization have been described in the paper. First is the integer linear programming algorithm with minimization of performance time of all orders. Second one is the genetic algorithm with linear programming algorithm as an objective function.

1. Sterowanie przezbrajaniem linii

Przykładem systemu linii produkcyjnych jest tłocznia blach karoseryjnych w fabryce samochodów produkująca wytłoczki o rozmaitych kształtach, z których montowane są karoserie samochodowe. Typ wytłoczki zależy od operacji wykonywanych na kolejnych prasach, a typ operacji jest jednoznacznie określony przez typ tłocznika zamontowanego w prasie. Wymiana tłoczników w linii pras, czyli tzw. przezbrojenie linii, trwa wielokrotnie dłużej niż czas jednej operacji tłoczenia. Ponadto koszty przezbrojenia są znaczne, ponieważ konieczne jest zaangażowanie pracowników o wysokich kwalifikacjach. Z tego powodu dąży się do wydłużania okresów czasu między przezbrojeniami, czyli do zwiększania wielkości partii produkowanych wytłoczek. Z drugiej strony, jak wiadomo, wzrost wielkości partii skutkuje wzrostem poziomu zapasów, co prowadzi do zwiększenia kosztów magazynowania. Znane są wzory na tzw. optymalną wielkość partii, która minimalizuje sumę kosztów przezbrojeń i magazynowania, lecz w praktyce bieżące sterowanie przezbrojeniami daje wielkości partii znacznie różniące się od optymalnych.

Produkcja wytłoczek w liniach pras tłoczni blach karoseryjnych należy do klasy produkcji powtarzalnej, ponieważ każda linia charakteryzuje się skończoną liczbą wariantów uzbrojenia pras i odpowiadającego mu asortymentu produktów, czyli skończoną liczbą tzw. wariantów produkcyjnych, powtarzających się w na ogół nieregularnych odstępach czasu. W ostatnich latach do sterowania produkcją powtarzalną coraz częściej stosuje się tzw. metodę Just-In-Time, a ściślej algorytm Kanban [1]. Podobne funkcje może spełniać algorytm harmonogramowania nadążnego [2, 3].

Niezależnie od metody bieżącego sterowania produkcją powtarzalną na jakość sterowania duży wpływ wywierają podjęte wstępnie decyzje o konfiguracji wariantów produkcyjnych poszczególnych linii. Optymalny przydział produktów do wybranych wariantów uzbrojenia maszyn w liniach produkcyjnych zapewnia lepsze wykorzystanie maszyn, skrócenie czasu wykonania zadań produkcyjnych. Z drugiej strony taka optymalna konfiguracja powoduje wystąpienie mniejszej liczby wariantów produkcyjnych, a co za tym idzie rzadsze przezbrojenia linii, a więc niższe koszty. Z problemem tym autor zetknął się m.in. w trakcie prób wdrożenia systemu informatycznego wspomagającego sterowanie produkcją w jednej z krajowych fabryk samochodów [3]. Przed zastosowaniem algorytmu harmonogramowania nadążnego należało bowiem przyporządkować produkowane wytłoczki do jednej lub kilku spośród kilkunastu linii pras i do jednego lub kilku wariantów produkcyjnych wybranych linii.

2. Model optymalizacji wariantów uzbrojenia linii produkcyjnych

Szczegółowy opis oraz dyskusja ograniczeń modelu optymalizacji wariantów uzbrojenia linii produkcyjnych znajduje się w [4]. Model optymalizacyjny (1) .. (12) sformułowano jako zagadnienie programowania liniowego całkowitoliczbowego z minimalizacją funkcji celu, którą jest łączny czas pracy t całego systemu, tzn. wszystkich linii we wszystkich wariantach im przydzielonych. Należy więc zminimalizować t, a więc określić

$$\min t \qquad (1)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{h=1}^{H}\left(t_{gh} + y_{gh}\tau\right) \le t, \qquad \text{dla } g = 1..G \qquad (2)$$

$$p_j z_{ghj} \le t_{gh}, \qquad \text{dla } j \in J,\ h = 1..H,\ g = 1..G \qquad (3)$$

$$\sum_{g=1}^{G}\sum_{h=1}^{H} z_{ghj} = Z_j, \qquad \text{dla } j \in J \tag{4}$$

$$p_j z_{ghj} \le x_{ghj} T, \qquad \text{dla } j \in J,\ h = 1..H,\ g = 1..G \tag{5}$$

$$t_{gh} \le y_{gh} T, \qquad \text{dla } h = 1..H,\ g = 1..G \tag{6}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ghj} K_j \le L_g, \qquad \text{dla } h = 1..H,\ g = 1..G \tag{7}$$

$$y_{gh} \in \{0,1\}, \qquad \text{dla } h = 1..H,\ g = 1..G \tag{8}$$

$$x_{ghj} \in \{0,1\}, \qquad \text{dla } j \in J,\ h = 1..H,\ g = 1..G \tag{9}$$

$$z_{ghj} \ge 0, \qquad \text{dla } j \in J,\ h = 1..H,\ g = 1..G \tag{10}$$

$$t_{gh} \ge 0, \qquad \text{dla } h = 1..H,\ g = 1..G \tag{11}$$

$$t \ge 0 \tag{12}$$

Zmiennymi decyzyjnymi problemu optymalizacyjnego są:

t górne oszacowanie czasu pracy wszystkich linii produkcyjnych, a zarazem minimalizowane kryterium optymalizacji, z czego wynika, że jest ono dokładnie równe najdłuższemu z czasów pracy linii,

t_{gh} górne oszacowanie czasu efektywnej pracy linii g w wariancie h (bez czasu przezbrojenia), które w wypadku linii o najdłuższym łącznym czasie pracy (równym t) jest dokładnie równe maksymalnemu z czasów pracy sekcji j należących do wariantu h, $h = 1..H$, $g = 1..G$,

$$y_{gh} = \begin{cases} 1, \text{ jeśli dla linii } g \text{ istnieje wariant o numerze } h, \\ 0, \text{ w przypadku przeciwnym,} \end{cases}$$

dla $h = 1..H$, $g = 1..G$,

$$x_{ghj} = \begin{cases} 1, \text{ jeśli produkt } j \text{ jest wytwarzany w wariancie } h \text{ linii } g, \\ 0, \text{ w przypadku przeciwnym,} \end{cases}$$

dla $j \in J$, $h = 1..H$, $g = 1..G$,

z_{ghj} część zapotrzebowania Z_j na produkt j pokrywana w wariancie h linii g, $j \in J$, $h = 1..H$, $g = 1..G$.

Danymi w problemie optymalizacji konfiguracji wariantów produkcyjnych linii pras są następujące wielkości:

T okres optymalizacji,

Z_j prognoza zapotrzebowania na produkt j w okresie T,

τ czas przezbrojenia, o którym dla uproszczenia zakłada się, że jest jednakowy dla wszystkich linii i wszystkich wariantów,

p_j takt roboczy tej sekcji linii, która w danym wariancie wytwarza produkt j (równy maksymalnemu z czasów jednostkowych operacji wytwarzania elementu j), $j \in J$,

K_j liczba operacji produktu j, $j \in J$, a zarazem liczba maszyn w sekcji wytwarzającej produkt j,

L_g liczba maszyn w linii g, $g = 1..G$.

3. Model optymalizacyjny w formacie systemu „LINGO" dla przykładowej tłoczni blach karoseryjnych

W zintegrowanym systemie zarządzania produkcją, którego podsystemem jest moduł sterowania produkcją powtarzalną, dane przechowywane są najczęściej w tabelach zintegrowanej relacyjnej bazy danych. Aby przygotować dane dla modelu optymalizacyjnego, konieczne było opracowanie procedur umożliwiających uzyskanie i przekształcenie danych akceptowanych przez system optymalizacji dyskretnej LINGO ze zintegrowanej relacyjnej bazy danych.

Dla celów optymalizacji model przydziału wytłoczek do wariantów uzbrojenia w liniach pras przedstawiono przy wykorzystaniu języka modelowania systemu „LINGO", implementującego metodę podziału i oszacowań, z wykorzystaniem danych stałych zaczerpniętych ze zintegrowanej bazy danych systemu zarządzania przykładową fabryką samochodów osobowych. Dane stałe dotyczące np. struktury tłoczni, liczby operacji dla wybranej wytłoczki, czasu ich trwania czy też zapotrzebowania na poszczególne wytłoczki są umieszczone w pliku tlocznia.ldt i czytane w trakcie uruchamiania optymalizacji. Przedstawiony przykład dotyczy tłoczni posiadającej trzy linie pras o różnej liczbie maszyn w linii.

```
MODEL :
SETS :
linie        /@file(tlocznia.ldt)/: Lg;            warianty     /@file(tlocznia.ldt)/:h;
wyroby       /@file(tlocznia.ldt)/: Pj ,Zj, Kj;     podwojne     (linie, warianty):Tgh, Ygh;
trzy         (linie, warianty, wyroby):Zghj, Xghj;
ENDSETS
DATA :
Pj =@file(tlocznia.ldt); Zj =@file(tlocznia.ldt); Lg =@file(tlocznia.ldt); Kj =@file(tlocznia.ldt);
Tx =@file(tlocznia.ldt);
```

```
ENDDATA
[czas] min = T ;
@for(linie(a1): @sum(warianty(b1): Tgh(a1, b1) + 12 * Ygh(a1, b1)) <= T);
@for(trzy(a1, b1, c1): Zghj(a1, b1, c1) * Pj(c1) <= Tgh(a1, b1));
@for(wyroby(a1): @sum(podwojne(b1, c1): Zghj(b1, c1, a1)) = Zj(a1));
@for(trzy(a1, b1, c1): Zghj(a1, b1, c1) * Pj(c1) <= Xghj(a1, b1, c1) * Tx);
@for(podwojne(a1, b1): Tgh(a1, b1) <= Ygh(a1, b1) * Tx);
@for(podwojne(a1, b1): @sum(wyroby(c1): Xghj(a1, b1, c1) * Kj(c1)) <= Lg(a1));
@for(trzy(a1, b1, c1): @bin(Xghj(a1, b1, c1)));
@for(podwojne(a1, b1): @bin(Ygh(a1, b1)));
END
```

Poniżej zamieszczono plik wynikowy. Ze względu na rozmiar pliku usunięto z wydruku zerowe wartości zmiennych decyzyjnych. Część nagłówkowa pliku wynikowego informująca m.in. o rozmiarach problemu optymalizacyjnego, jego charakterze itp. została zamieszczona w całości.

```
Rows=   262 Vars=   268 No. integer vars=   126  ( all are linear) Nonzeros=   748
Constraint nonz=  723(  291 are +- 1) Density=0.011
Smallest and largest elements in absolute value=   1.00000        1000.00
 No. < : 255 No. =:   6 No. > :   0, Obj=MIN, GUBs <= 130
Optimal solution found at step:      3765861
 Objective value:               864
Variable        Value Variable        Value Variable        Value Variable        Value Variable        Value
T               864   TGH( 1, 6)      852   TGH( 2, 2)      640   TGH( 2, 5)      200   TGH( 3, 1)      48
TGH( 3, 2)      100   TGH( 3, 4)      160   TGH( 3, 5)      508   YGH( 1, 6)      1     YGH( 2, 2)      1
YGH( 2, 5)      1     YGH( 3, 1)      1     YGH( 3, 2)      1     YGH( 3, 4)      1     YGH( 3, 5)      1
ZGHJ( 1, 6, 2) 284    ZGHJ( 1, 6, 5) 426    ZGHJ( 2, 2, 1) 320    ZGHJ( 2, 2, 5) 320    ZGHJ( 2, 5, 3) 100
ZGHJ( 2, 5, 6) 100    ZGHJ( 3, 1, 2) 16     ZGHJ( 3, 2, 4) 100    ZGHJ( 3, 4, 1) 80     ZGHJ( 3, 5, 5) 254
XGHJ( 1, 6, 2) 1      XGHJ( 1, 6, 5) 1      XGHJ( 2, 2, 1)    1     XGHJ( 2, 2, 5)    1      XGHJ( 2, 4, 1) 1
XGHJ( 2, 5, 3)      1       XGHJ( 2, 5, 6)      1       XGHJ( 2, 6, 5)      1       XGHJ( 3, 1, 2)      1       XGHJ( 3, 2, 4)
    1
XGHJ( 3, 4, 1)      1       XGHJ( 3, 5, 5)      1
```

4. Optymalizacja z wykorzystaniem algorytmu genetycznego

Algorytmy genetyczne są procedurami przeszukiwania opartymi na mechanizmach doboru naturalnego i dziedziczenia. Korzystają z fundamentalnej ewolucyjnej zasady przetrwania osobników najlepiej przystosowanych. Od tradycyjnych metod optymalizacji różnią się kilkoma zasadniczymi elementami:

- nie przetwarzają bezpośrednio parametrów zadania, lecz jego zakodowaną postać,
- dokonują przeszukiwania, wychodząc nie z jednego pojedynczego punktu, lecz z pewnej populacji,
- korzystają tylko z funkcji celu,
- stosują probabilistyczne a nie deterministyczne reguły wyboru.

Podstawowymi pojęciami z dziedziny algorytmów genetycznych są:

Gen (nazywany też cechą, znakiem) stanowi pojedynczy element chromosomu.

Chromosom (inaczej łańcuch lub ciąg kodowy) to uporządkowany ciąg genów. Chromosom stanowi zakodowany zbiór parametrów zadania będący jego bieżącym rozwiązaniem. Każdy chromosom można określić jako punkt przestrzeni poszukiwań.

Funkcja przystosowania (nazywana zamiennie funkcją dopasowania lub oceny) stanowi miarę dopasowania danego chromosomu w populacji. Funkcja przystosowania jest niezwykle ważna, gdyż na jej podstawie można wybrać chromosomy najlepsze, zgodnie z ewolucyjną zasadą przetrwania osobników najlepiej przystosowanych.

Klasyczny algorytm genetyczny składa się z następujących kroków:

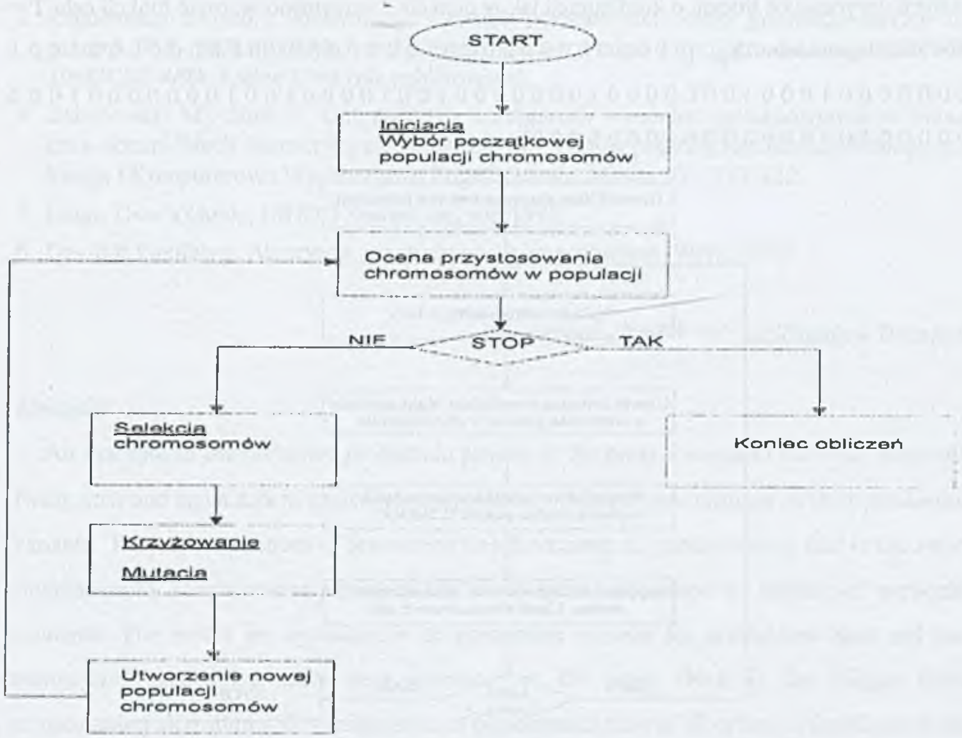
- inicjacji chromosomów, czyli wyboru początkowej populacji chromosomów,
- oceny przystosowania chromosomów w populacji,
- sprawdzenia warunku zatrzymania algorytmu,
- selekcji chromosomów,
- zastosowania operatorów krzyżowania i mutacji,
- utworzenia nowej populacji.

Schemat blokowy algorytmu genetycznego jest przedstawiony na rys. 1.

Klasyczne algorytmy genetyczne znajdują zastosowania w wielu dziedzinach nauki, m.in. w programowaniu komputerów, sztucznej inteligencji czy optymalizacji. Szczególnie zastosowania algorytmów genetycznych w optymalizacji były inspiracją do stworzenia algorytmu rozwiązującego zadanie optymalizacji wariantów uzbrojenia linii produkcyjnych.

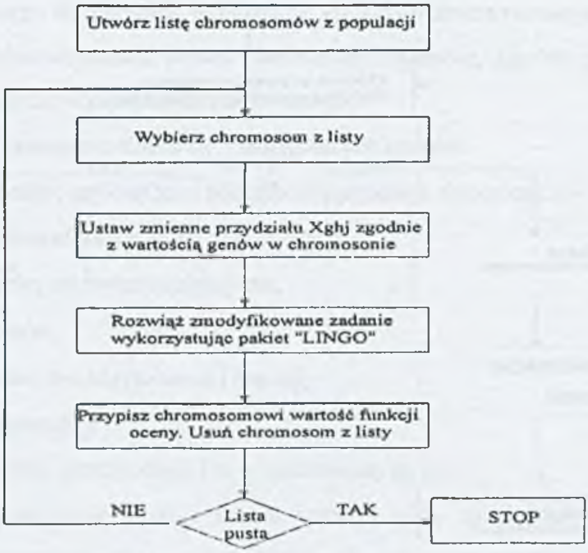
5. Dwufazowy algorytm optymalizacji

Ze względu na specyfikę zadania optymalizacji (1) .. (12) oraz doświadczenia wynikłe z obliczeń wykorzystujących klasyczne metody programowania całkowitoliczbowego (np. metoda podziału i oszacowań pkt. 3) zaproponowano algorytm dwufazowy oparty na schemacie algorytmu genetycznego. W pierwszej fazie dokonywany jest wybór wektora X_{ghj} zgodnie z regułami algorytmu genetycznego, a następnie rozwiązywane jest zadanie programowania liniowego całkowitoliczbowego z ustawionymi zmiennymi decyzyjnymi x_{ghj}.



Rys. 1. Schemat blokowy algorytmu genetycznego
Fig. 1. Schematic diagram of genetic algorithm

Do rozwiązania zadania programowania liniowego wykorzystywany jest pakiet „LINGO" podobnie jak w pkt. 3 z tą jednak różnicą, że zadanie optymalizacyjne jest zmodyfikowane tzn. nie posiada zmiennych decyzyjnych x_{ghj} a odpowiadające im wartości 0 lub 1 są ustawiane w zadaniu w oparciu o bieżącą wartość chromosomu (wektora X_{ghj}). Wektor X_{ghj} jest binarnym chromosomem występującym w algorytmie genetycznym. Każdy gen chromosomu przedstawia wartość binarną jednej ze zmiennych decyzyjnych x_{ghj}. Pozycja genu w chromosomie jednoznacznie identyfikuje indeksy zmiennej x_{ghj}, co jest niewątpliwą oszczędnością wielkości chromosomu. Rozwiązanie zmodyfikowanego zadania programowania liniowego całkowitoliczbowego konieczne jest do obliczenia wartości funkcji przystosowania chromosomu w populacji. Na rys. 2 przedstawiono schemat blokowy algorytmu realizującego ocenę przystosowania chromosomu w populacji. Na podstawie schematów blokowych z rys. 1 i rys. 2 opracowano program komputerowy gen_opt.exe w języku Pascal implementujący przedstawioną ideę algorytmu dwufazowego. Dla danych stałych dotyczących tłoczni o konfiguracji jak w punkcie 3 otrzymano wartość funkcji celu T = 864 dla chromosomu X_{ghj}=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0].



Rys.2. Schemat blokowy oceny przystosowania chromosomów
Fig.2. Schematic diagram of objective function for chromosome

6. Podsumowanie

W wyniku optymalizacji przy zastosowaniu obu algorytmów otrzymano tę samą wartość funkcji celu i wartości zmiennych decyzyjnych x_{ghj}. Należy jednak podkreślić, że optymalizacja przy wykorzystaniu pakietu „LINGO" zajmowała znacznie więcej czasu niż optymalizacja przy wykorzystaniu algorytmu dwufazowego. Celowe jest więc zastosowanie do przedstawionego problemu algorytmu dwufazowego przy wykorzystaniu pakietu „LINGO" jako funkcji oceny przystosowania chromosomów w populacji.

LITERATURA

1. Evans R.J., Anderson D.R.,Sweeney D.J., Williams T.A.: Applied Production and Operations Management. West Publishing Co, New York, 1987.
2. Zaborowski M.: Harmonogramowanie nadążne jako metoda dekompozycji złożonych zadań harmonogramowania produkcji. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, ser. Automatyka, z.109,1992,s.345-352.

3. Zaborowski M.(red.): Modyfikacja i rozwój systemu sterowania produkcją ISTEP dla potrzeb FSS „POLMO-SHL" w Kielcach. Raport z etapu I projektu celowego KBN Nr 1066/CSS-8/94. Kielce 1994 (nie publikowane).
4. Zaborowski M., Sitek P. Optymalizacja konfiguracji wariantów produkcyjnych w liniach pras tłoczni blach karoseryjnych. Materiały XV Ogólnopolskiej Konferencji Polioptymalizacja i Komputerowe Wspomaganie Projektowania, Mielno 97 s.317-322.
5. Lingo User's Guide, LINDO System Inc, rok 1995.
6. David E.Goldberg: Algorytmy genetyczne i ich zastosowania. WNT, 1995.

Recenzent: Prof.dr hab.inż.Zbigniew Banaszak

Abstract

An example of the repetitive production process is the press forming of car body elements. Every now and again dies in press lines are replaced, what involves changes of their production variants. The variant number of production line determines its configuration, that is the set of simultaneously manufactured elements and work station allocation to routing of particular elements. The model for optimization of production variants for production lines and two computation algorithms have been presented in the paper. First is the integer linear programming algorithm with minimization of performance time of all orders. Second one is the genetic algorithm with linear programming algorithm as an objective function.