ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1968

Seria: ENERGETYKA z. 29 Nr kol. 223

WITOLD OKOŁO-KUŁAK
Katedra Teorii Maszyn Cieplnych

SPRAWNOŚĆ TERMODYNAMICZNA TRÓJCZYNNIKOWEGO PRZECIWPRĄDOWEGO REKUPERATORA

Streszczenie. W artykule przeanalizowano problem sprawności termodynamicznej trójczynnikowego przeciwprądowego rekuperatora. Problem tego typu był dotąd omawiany jedynie w bez porównania prostszych przypadkach współprądowego, trójczynnikowego i dwuczynnikowego trójstrumieniowego rekuperatora. Po wyjaśnieniu istotnych trudności, które hamowały dotąd rozwiązanie tego problemu, podano sposób obliczenia sprawności. Tok postępowania wyjaśniono na przykładach liczbowych.

1. Wstęp

W stosunku do aparatów, przez które przepływają współ- czy przeciwprądowo tylko dwa czynniki ([1], str. 46-52), ([2], str. 514-520) sprawność termodynamiczna jest rozumiana jako stosunek

$$\varrho_p = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{Q}_o} = \frac{w_i\,\Theta_{i-i}}{w_i\,\Theta_{oi}} = \frac{\Theta_{i-i}}{\Theta_{oi}} \tag{1.1}$$

gdzie:

$\dot{Q}_c$ - strumień cieplny przekazany w rzeczywistym urządzeniu,

$\dot{Q}_o$ - strumień cieplny, który przeniknąłby w urządzeniu o nieskończenie wielkiej powierzchni ogrzewalnej,

w_i - pojemność cieplna strumienia i-tego czynnika,

Θ_{i-i} - spadek temperatury czynnika grzejącego lub wzrost temperatury czynnika ogrzewanego,

Θ_{oi} - maksymalna zmiana temperatury czynnika i-tego odpowiadająca nieskończenie wielkiej powierzchni ogrzewalnej.

W taki właśnie sposób ujęta definicja sprawności termodynamicznej doskonale nadaje się w przypadku przepływu trzech czynników przez rekuperator. Oczywiście prawa strona równania (1.1) jest zupełnie ścisła jedynie przy założeniu stałości ciepła właściwego płynów przy stałym ciśnieniu, tzn. np. dla gazów doskonałych.

W trójczynnikowym rekuperatorze będziemy mieli do czynienia aż z trzema sprawnościami termodynamicznymi, przy tym każda z nich jest odniesiona do jednego z przepływających czynników. Sprawności te bynajmniej nie są równe. Związek pomiędzy nimi wynika z bilansu ogólnego rekuperatora i może być z powodzeniem użyty do kontroli poprawności obliczeń. Zależność pomiędzy sprawnościami w przypadku współprądowego przepływu została już opracowana ([3], str. 18), natomiast dla rekuperatora przeciwprądowego, już na wstępie, przy obliczaniu Θ_{oi} powstają trudności, które czekają na wyjaśnienie.

Przebieg temperatury t_i w odniesieniu do każdego z trzech czynników ujmuje jedno wspólne równanie

$$t_i = C_{ni} \exp((s + p)A) + C_{pi} \exp((s - p)A) \tag{1.2}$$

gdzie:

A - powierzchnia jako zmienna niezależna,

t_i - nadwyżka temperatury rozpatrywanego czynnika ponad tzw. temperaturą wyrównania ϑ określoną z kolei wzorem

$$\vartheta = \frac{w_1\, t_{p1} + w_2\, t_{p2} + w_3\, t_{p3}}{w_1 + w_2 + w_3} = \frac{\sum_{i=1}^{3} w_i\, t_{pi}}{\sum_{i=1}^{3} w_i} \tag{1.3}$$

t_{pi} - nadwyżka temperatury i-tego czynnika w przekroju p...p ponad temperaturą ϑ .

Pozostałe wielkości: s, p, C_{ni}, C_{pi} występujące w równaniu (1.2) zostały wyznaczone w artykule ([3], str. 14-15) i z oszczędności miejsca nie będziemy ich powtarzali.

2. Podobieństwo termodynamiczne

Podobieństwo termodynamiczne w odniesieniu do trójczynnikowego współprądu zostało już opracowane [3]. W przypadku współprądu do określenia podobieństwa potrzebna jest znajomość trzech kryteriów podobieństwa, dwóch sympleksów pojemnościowych i jednego temperaturowego. Ponieważ zarówno w przypadku współ- jak też przeciwprądu obowiązują identyczne równania różniczkowe opisujące stronę fizyczną zjawiska przepływu ciepła, zatem w obu przypadkach ilość kryteriów i sympleksów jest identyczna. Jedyną różnicę może stanowić to, że niektóre z kryteriów czy sympleksów mogą być ujemne. Istotnie, jeżeli czynnikowi, którego kierunek przepływu jest przeciwny w stosunku do kierunku wzrostu powierzchni ogrzewalnej przepiszemy wartość ujemną - odpowiednie kryterium otrzymamy również ujemne. To samo dotyczy również i sympleksów. Ten tok postępowania ma pełne uzasadnienie, wynikające z matematycznej interpretacji równań bilansu energetycznego (por. [4], str. 23). Inaczej mówiąc wprowadzamy interpretację algebraiczną również w odniesieniu do kryteriów względnie sympleksów podobieństwa.

W celu podkreślenia, że mamy do czynienia z kryteriami podobieństwa będziemy je oznaczali dużymi literami w nawiasach, natomiast sympleksy i sprawności literami greckiego alfabetu.

Wprowadzamy następujące oznaczenia:

a) dla kryteriów podobieństwa

$$(K_{i-j}) = \frac{k_{i-j}\,A_o}{W_i} \qquad i,\ j = 1,\ 2,\ 3 \quad i \neq j \tag{2.1}$$

Takich kryteriów może być w zasadzie sześć. Są one jednak wzajemnie związane i uzależnione ponadto od sympleksów pojemnościowych. Z tego powodu, jak było powiedziane poprzednio, wystarczy gdy znamy tylko trzy, resztę można łatwo wyliczyć.

b) sympleksy pojemnościowe piszemy wprost, np.:

$$\frac{W_1}{W_2};\ \frac{W_1}{W_3} \quad \text{ogólnie} \quad \frac{W_i}{W_j} \tag{2.2}$$

w przypadku, gdy są one dodatnie, oraz

$$\frac{w_i}{w_j} \tag{2.3}$$

w przeciwnym,

c) gdy mamy do czynienia z przeciwnie skierowanymi (w stosunku do osi A) strumieniami czynnika, wprowadzamy algebraiczne wartości pojemności cieplnych, które oznaczamy małymi literami "w". W tym przypadku kryteria podobieństwa liczone wzorem

$$(K_{i-j}) = \frac{k_{i-j}\ A_o}{w_i} \tag{2.4}$$

są dodatnie, gdy $w_i > 0$, natomiast ujemne, gdy $w_i < 0$,

d) wygodniej jest zwykle operować bezwzględnymi wartościami W_i pojemności cieplnych. W tym przypadku będziemy używali zapisu

$$(K_{i-j}) = \pm\frac{k_{i-j}\ A_o}{W_i};\quad \frac{w_i}{w_j} = \pm\frac{W_i}{W_j} \tag{2.5}$$

przy tym znak plus będzie dotyczył przepływu zgodnego z kierunkiem wzrostu osi A, minus - przeciwnego,

e) w przypadku zastosowania pewnej kombinacji kryteriów i sympleksów lub inaczej mówiąc, tzw. "zespołów kryterialnych" zastosujemy następujące oznaczenia:

$$A_o\, s = -\frac{1}{2}\left(\frac{k_{1-2} + k_{1-3}}{w_1} + \frac{k_{1-2} + k_{2-3}}{w_2} + \frac{k_{2-3} + k_{1-3}}{w_3}\right) A_o =$$

$$= -\frac{1}{2}\sum_{1}^{6}(K_{i-j}) \tag{2.6}$$

$$A_o^2\, b = \left(1 + \frac{w_2}{w_3} + \frac{w_1}{w_3}\right)(K_c^2) \tag{2.7}$$

gdzie:

$$(K_c^2) = (K_{1-2})(K_{2-3}) + (K_{2-3})(K_{1-3}) + (K_{1-3})(K_{2-1}) \tag{2.8}$$

$$A_o\, p = A_o\sqrt{s^2 - b} = \sqrt{(A_o\, s)^2 - A_o^2\, b} \tag{2.9}$$

Zastosowanie powyższych zespołów kryterialnych umożliwia przeprowadzenie konkretnych obliczeń przy użyciu liczb bezwymiarowych.

Niezbędna jest kontrola, przeprowadzana w trakcie obliczeń. Wychodząc z równania bilansu słusznego w dowolnym przekroju, otrzymamy pierwsze równanie kontrolne:

$$\sum_{i=1}^{i=3} w_i t_i = \text{idem} \quad \text{lub} \quad \sum_{i=1}^{i=3} \frac{w_i}{w_3} t_i = \text{idem} \tag{2.10}$$

Po wykorzystaniu równania (1.3) zależność (2.10) można przedstawić w następującej postaci:

$$\varrho_{p3} = \frac{w_1}{w_3}\,\frac{\theta_{01}}{\theta_{03}}\,\varrho_{p1} + \frac{w_2}{w_3}\,\frac{\theta_{02}}{\theta_{03}}\,\varrho_{p2} \tag{2.11}$$

Jest to drugie równanie kontrolne.

3. Temperatura wyrównania

Pojęcie to nasuwa pewne trudności już w przypadku zwykłego, dwuczynnikowego przeciwprądu. Otrzymujemy bowiem zawsze jej wielkość poza przedziałem rozpatrywanych temperatur dolotowych. Ma ona jednak tutaj charakter asymptoty, której położenie jest w dodatku funkcją powierzchni ogrzewalnej. W obrębie rzeczywistej wartości powierzchni ogrzewalnej żadna z temperatur nie wybiega jednak poza przedział temperatur dolotowych i z tego powodu podejrzenie o kolizję z drugą zasadą termodynamiki odpada. Innymi słowy w przypadku przeciwprądu temperatura wyrównania ma charakter wyłącznie formalny i wprowadzamy ją tylko dla tego, aby uprościć rozwiązanie równania różniczkowego do formy (1.2). Taką właśnie interpretację tego pojęcia zastosujemy również i dla przeciwprądu trójczynnikowego.

4. Przypadek gdy powierzchnia ogrzewalna nieskończenie wzrasta

Jeżeli pominiemy przypadek szczególny przeciwprądu, gdy $\sum w_i = 0$, to zgodnie z wzorem (1.3) temperatura ϑ ma skończoną wartość. Niestety równanie (1.3) nie wystarcza na to, aby wielkość ϑ można było określić, bowiem co najmniej jedna z temperatur t_i w liczniku nie jest znana. W przykładzie nr 1 przedstawiono metodę, która umożliwia określenie zarówno temperatury ϑ jak i nieznanej wielkości temperatury t_i. Niestety metoda ta całkowicie zawodzi, gdy powierzchnia rośnie w nieskończoność. Nie można bowiem wykorzystać za pomocą równania (1.1) warunku brzegowego, który wówczas "ucieka" w nieskończoność. Przypadek ten wymaga zatem stworzenia nowej metody, która jednak umożliwiałaby określenie temperatury ϑ, stałych całkowania oraz nieznanych temperatur wylotowych każdego z czynników. Metodę tę oprzemy na następującym rozumowaniu: Gdy powierzchnia ogrzewalna zdąża do nieskończoności - różnica temperatur pomiędzy czynnikami musi być coraz mniejsza i w ogóle nie może w granicznym przypadku różnić się od zera, albowiem jest na to dowolna ilość czasu. Ale jeżeli tak jest - to temperatura ϑ w przypadku, gdy $A \to \infty$ przybiera charakter temperatury wyrównania a jej wartość musi się mieścić w obszarze temperatur dolotowych trzech czynników. Jeżeli temperatury wszystkich czynników zdążają do wspólnej granicy, to z wzoru (1.2) wynika, że wartości nadwyżek temperatur t_i muszą zdążać do zera dla $A \to \infty$. Nastąpi to wówczas, gdy iloczyn $C_i \exp((s \pm p)A)$ będzie dążył do zera. Gdy któryś lub oba wykładniki potęgowe są ujemne, wówczas będzie to spełnione dla dowolnych lecz skończonych wartości stałych całkowania. W przeciwnym przypadku, tj. gdy wykładnik potęgowy jest dodatni - stała całkowania stojąca przy tym wyrażeniu musi wynosić zero, albowiem w przeciwnym wypadku również i różnica temperatur dążyłaby do nieskończoności. Mogą tu zaistnieć następujące alternatywy.

4.1. Wykładniki potęgowe mają znaki różne. Nastąpi to wówczas, gdy

$$(s + p)(s - p) < 0 \quad \text{czyli} \quad s^2 - p^2 < 0$$

uwzględniając zależność (1.9) otrzymamy

$$s^2 - (s^2 - b) < 0 \quad \text{lub} \quad b < 0$$

Ostatni warunek będzie spełniony, jak to wynika ze wzoru (1.6) wówczas, gdy

$$(w_i + w_j + w_k)(w_i\, w_j\, w_k) < 0$$

Rozpatrzymy dwie możliwości: pierwszą stanowi

$$\alpha)\ w_i < 0,\ w_j\ \ 0 < \text{lecz}\ \ w_k > 0$$

wówczas iloczyn jest dodatni

$$w_i\, w_j\, w_k > 0$$

więc suma musi być ujemna. Wprowadzając zawsze dodatnie (bezwzględne) wartości W_i, W_j, W_k

$$w_i = -W_i, \quad w_j = -W_j, \quad w_k = W_k$$

otrzymamy

$$w_i + w_j + w_k = -W_i - W_j + W_k < 0 \quad .$$

czyli

$$W_i + W_j > W_k \tag{4.1}$$

Drugą możliwością jest

$$\beta)\ w_i < 0, \quad w_j > 0, \quad w_k > 0$$

w tym przypadku iloczyn

$$w_i\, w_j\, w_k < 0$$

zatem suma musi być

$$w_i + w_j + w_k > 0$$

wprowadzając dodatnie wartości pojemności cieplnych

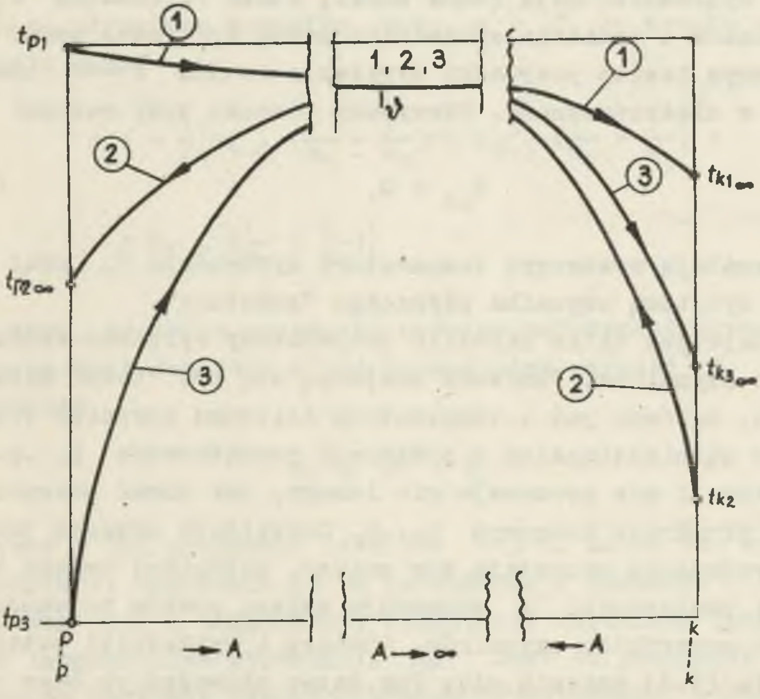
$$w_i = -W_i, \qquad w_j = W_j, \qquad w_k = W_k$$

otrzymamy

$$-W_i + W_j + W_k > 0$$

$$W_j + W_k > W_i \tag{4.2}$$

W obu przypadkach stwierdzamy, że suma pojemności cieplnych czynników płynących w jednym kierunku jest większa od pojemności cieplnej pozostałego czynnika płynącego w kierunku przeciwnym. Alternatywę tę, ujmującą oba przypadki i można krótko nazwać "przewagą dwóch" (rys. 1).



Rys. 1. Przebieg temperatur w rekuperatorze trójczynnikowym o nieskończenie dużej powierzchni ogrzewalnej w przypadku gdy $W_1 + W_3 > W_2$ (przewaga dwóch)

4.2. Wykładniki potęgowe we wzorze (1.2) mają znaki jednakowe. Z oszczędności miejsca nie będziemy przeprowadzać powtórnie analogicznego wywodu. Tutaj również powstają dwie możliwości γ) i δ) prowadzące do identycznego wyniku:

$$\text{dla } \gamma)\ W_i > W_j + W_k \quad \text{oraz dla } \delta)\ W_k > W_i + W_j \tag{4.3}$$

Oznacza to, że czynnik płynący w kierunku przeciwnym w stosunku do obu pozostałych ma większą pojemność cieplną od ich łącznej sumarycznej pojemności cieplnej (krótko: "przewaga jednego").

Tok dalszego postępowania będzie zależny od rodzaju przepływu. W pierwszym przypadku, tj. gdy występuje "przewaga dwóch" a wykładniki mają różne znaki, stałe całkowania C_{in} przy wyrazach o dodatnim wykładniku muszą być równe zeru. W przeciwnym bowiem przypadku wyrażenia te dla $A \to \infty$ również dążyłyby w nieskończoność. Otrzymamy wówczas trzy warunki

$$C_{in} = 0, \tag{4.4}$$

które pozwalają wyznaczyć temperaturę wyrównania ϑ_∞ oraz temperaturę wylotową czynnika płynącego "samotnie".

Pozostaje już tylko określić temperatury wylotowe dwóch pozostałych czynników. Ponieważ znajdują się one "poza" nieskończonością, zarówno jak i temperatura dolotowa czynnika trzeciego, zatem są nieosiągalne z przekroju początkowego p...p. W tej sytuacji nie pozostaje nic innego, jak obrać początek układu w przekroju końcowym k...k. Oczywiście wówczas temperatura wyrównania pozostaje bez zmiany, natomiast zmiana kierunku osi powierzchni A spowoduje zmianę znaków pojemności cieplnych wszystkich czynników. Również i wykładniki potęgowe w równaniu (1.2) zmienią się. Jak łatwo zauważyć po tego rodzaju transformacji wartość s (wzór (2.6)) zmieni znak, natomiast wartość p jak to wynika z równania (2.9) nie ulegnie zmianie, bowiem wyraz b jest taki sam jak poprzednio, przed zmianą układu.

Mamy teraz sytuację odwróconą: znana jest tylko jedna temperatura dolotowa oraz temperatura wyrównania ϑ_∞, szukamy natomiast obu temperatur wylotowych. Znajdziemy je z warunku aby stałe całkowania stojące przed wyrażeniami o dodatnich wykładnikach w równaniu (1.2) były równe zeru. Otrzymamy dwa równania niezależne o dwu niewiadomych, których rozwiązaniem są szukane temperatury wylotowe.

W drugiej alternatywie ("przewaga jednego") wykładniki potęg w równaniu (1.2) mają jednakowe znaki. Okazuje się, że w tym przypadku można łatwo określić temperaturę wyrównania

$$\vartheta_{\infty} = t_{d1} \tag{4.5}$$

albowiem gdy początek układu znajduje się w miejscu dolotu pojedynczo płynącego czynnika, jest $s > 0$, co wynika z transformacji wzoru

$$s = -\frac{1}{2}\left[k_{1-2}\left(\frac{1}{W_1}+\frac{1}{W_2}\right) + k_{2-3}\left(\frac{1}{W_2}+\frac{1}{W_3}\right) + \right.$$

$$\left. + k_{1-3}\left(\frac{1}{W_1}+\frac{1}{W_3}\right)\right] \tag{4.6}$$

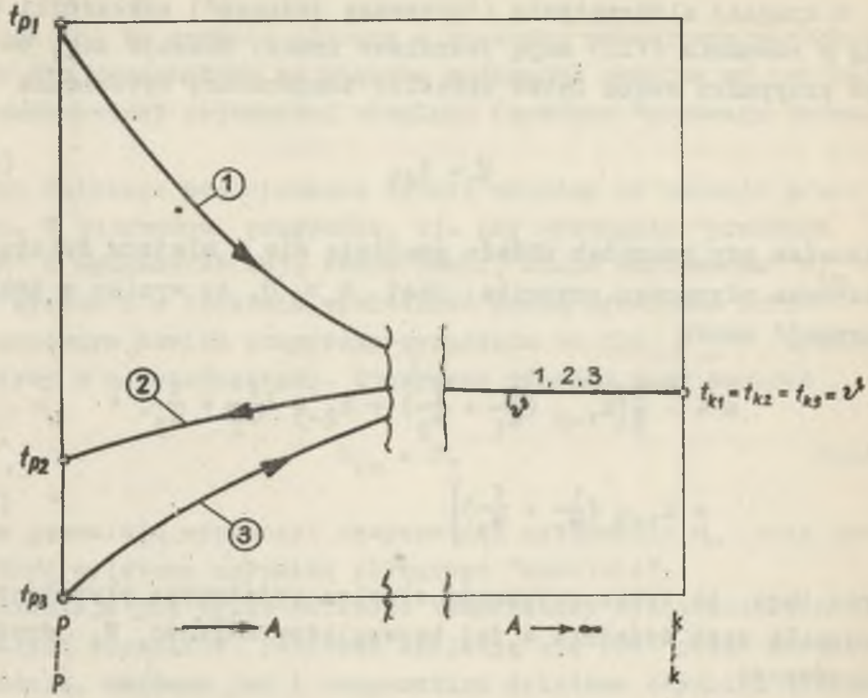
oraz tego, że tylko pojemność cieplna pojedynczo płynącego czynnika jest dodatnia a jej bezwzględna wartość W_i spełnia nierówność

$$W_i > W_j + W_k \tag{4.7}$$

Ponieważ w tym przypadku jest też $b > 0$, zatem oba wykładniki są dodatnie. Wszystkie stałe całkowania w równaniu (1.7) muszą być równe zeru a temperatury wszystkich czynników jednakowe i równe temperaturze wyrównania ϑ_{∞}. Jest to przypadek analogiczny do zwykłego dwuczynnikowego przeciwprądu, w którym temperatury obu czynników zlewają się, gdy $A \to \infty$ przy wlocie czynnika o większej pojemności cieplnej (rys. 2).

Znając temperaturę wyrównania oraz temperatury wylotowe pozostałych czynników

$$\vartheta_{\infty} = t_{d1} = t_{w2} + t_{w3} \tag{4.8}$$



Rys. 2. Przebieg temperatur w rekuperatorze trójczynnikowym przeciwprądowym o nieskończenie dużej powierzchni ogrzewalnej w przypadku gdy $W_1 + W_3 < W_2$ (przewaga jednego)

łatwo można obliczyć temperaturę wylotową czynnika płynącego pojedynczo

$$\vartheta_\infty \sum_{i=1}^{i=3} W_i = \sum_{i=1}^{i=3} W_i T_{pi} \tag{4.9}$$

4.3. Przebieg temperatur

W przypadku,gdy powierzchnia ogrzewalna wzrasta nieskończenie, przebieg temperatur można jedynie przedstawić symbolicznie. W przypadku, gdy $W_i + W_j > W_k$ (przewaga dwóch) następuje po obu stronach rekuperatora charakterystyczne rozgałęzienie się temperatur począwszy od temperatury wyrównania (rys. 1). W przypadku natomiast, gdy $W_i > W_j + W_k$ (przewaga jednego) rozgałęzienie jest tylko po jednej stronie rekuperatora (rys. 2)

4.4. Przykłady liczbowe

Tok postępowania oraz kolejność obliczeń wyjaśniają najlepiej dalsze przykłady liczbowe, w których w możliwie największej mierze uwzględnia się teorię podobieństwa.

Przykład 1

W przeciwprądzie trójczynnikowym dane są następujące wartości:

a) kryteria podobieństwa $(K_{1-2}) = 0{,}4$; $(K_{1-3}) = 0{,}1$; $(K_{2-3}) = -0{,}5$;

b) sympleksy pojemnościowe $w_1/w_3 = 5$; $w_2/w_3 = -2$;

c) temperatury $t_{p1} = 100\ ^oC$; $t_{k2} = 20\ ^oC$; $t_{p3} = 0\ ^oC$.

Należy obliczyć temperatury t_{k1}, t_{k3}, t_{p2} oraz przeprowadzić kontrolę.

Rozwiązanie

Na początku obliczamy trzeci sympleks temperatury

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{w_1}{w_3}}{\frac{w_2}{w_3}} = \frac{5}{-2} = -2{,}5$$

oraz pozostałe kryteria podobieństwa

$$(K_{3-1}) = (K_{1-3})\frac{w_1}{w_3} = 0{,}1 \cdot 5 = 0{,}5$$

$$(K_{2-1}) = (K_{1-2})\frac{w_1}{w_2} = 0{,}4(-2{,}5) = 1 \qquad (2.4)$$

$$(K_{3-2}) = (K_{2-3})\frac{w_2}{w_3} = -0{,}5(-2) = +1$$

Przeprowadzamy kontrolę za pomocą równania

$$(K_{1-2})(K_{2-3})(K_{3-1}) = (K_{1-3})(K_{3-2})(K_{2-1}) \quad \text{z ([3], równ.(1.12)}$$

$$0,4.(-0,5)(0,5) = 0,1.1.(-1)$$

$$-0,100 = -0,1$$

W dalszym ciągu liczymy cztery następujące zespoły kryterialne

$$A_o\, s = -\frac{1}{2}(0,4 - 0,1 - 0,5 - 1 + 0,5 + 1) = -0,25 \text{ z} \quad (2.6)$$

$$(K_c^2) = 0,4\,(-0,5) + (-0,5)(0,1) + 0,1(-1) = 0,35 \text{ z} \quad (2.8)$$

$$A_o^2\, b = (1 - 2 + 5)(-0,35) = -1,4 \text{ z} \quad (2.7)$$

$$A_o\, p = \sqrt{(-0,25)^2 - (-1,4)} = \sqrt{1,4625} = 1,209 \text{ z} \quad (2.9)$$

Wykładniki potęgowe w równaniu (1.7) dla $A = A_o$ wynoszą

$$A_o(s + p) = -0,25 + 1,209 = +0,959$$

$$A_o(s - p) = -0,25 - 1,209 = -1,459$$

W dalszym ciągu należy wyznaczyć temperaturę jako funkcję t_{p2}

$$\vartheta = \frac{\frac{W_1}{W_3} t_{p1} + \frac{W_2}{W_3} t_{p2} + t_{p3}}{1 + \frac{W_2}{W_3} + \frac{W_1}{W_3}} = \frac{5 \cdot 100 - 2\, t_{p2} + 0}{1 + (-2) + 5} =$$

$$= 125 - 0,5\, t_{p2} \quad \text{z (1.3)}$$

Początkowo dążymy do wyznaczenia nieznanych wartości temperatury ϑ oraz t_{p2}. W tym celu bierzemy pod uwagę czynnik 2 i wyznaczamy stałe C_{n2} i C_{p2} jako funkcje ϑ i t_{p2}:

$$0,959\ C_{n2} - 1,459\ C_{p2} = (\vartheta - 100) + 0,5\vartheta \quad \text{z ([4], s.19 r. (20) i (19))}$$

$$C_{n-2} + C_{p2} = t_{p2} - \vartheta \quad \text{z ([4] s.19 równ.(16)}$$

$$\vartheta = 125 - 0,5\ t_{p2} \quad \text{z (1.3)}$$

Po rozwiązaniu powyższego układu równań otrzymamy

$$C_{n2} = 1,525\ t_{p2} - 117,0; \quad C_{p2} = -\ 0,025\ t_{p2} - 8,0$$

Znalezione wartości C_{n2} i C_{p2} jako funkcje temperatury t_{p2} umożliwiają wyznaczenie nieznanej temperatury t_{p2}. Po wykorzystaniu równania (1.7) dla $A = A_o$ otrzymamy

$$(1,525\ z_{p2} - 117)e^{0,959} - (0,025\ t_{p2} + 8)e^{-1,459} =$$

$$= 20 - 125 + 0,5\ t_{p2} \quad \text{z (1.2)}$$

Stąd $t_{p2} = 58$ deg oraz $\vartheta = 96$ deg z (1,8).

Znając ϑ łatwo wyznaczyć stałe C_{n1} i C_{p1}:

$$0,959\ C_{n1} - 1,459\ C_{p1} = -\ 26,8 \quad \text{z ([4], s.19 r.(20) i (19))}$$

$$C_{n1} + C_{n2} = 100 - 96 = 4 \quad \text{z ([4], s.19 równ. (16)}$$

$$C_{n1} = -\ 8,66\ \text{deg}, \quad C_{p1} = 12,66\ \text{deg}$$

oraz t_{k1}:

$$- 8{,}66\, e^{0{,}959} + 12{,}66\, e^{-1{,}459} = t_{k1} - 96 \qquad z\ (1.2)$$

stąd

$$t_{k1} = 76{,}34\ ^{o}C.$$

Stosując identyczny tok postępowania w stosunku do stałych C_{n3} i C_{p3} otrzymamy: $C_{n3} = -\ 13{,}2$ deg; $C_{p3} = -\ 82{,}8$ deg oraz $t_{k3} = 42{,}25\ ^{o}C$.

Niezbędna jest kontrola otrzymanych wyników. Przeprowadzimy ją wykorzystując równanie (1.9). Dla $A = 0$ czyli dla przekroju początkowego p-p oraz dla $A = A_o$ dla przekroju k-k otrzymamy

$$5.100 - 2.58 + 1.0 = 5.76{,}34 - 2.20 + 1.42{,}25 \quad z \qquad (2.10)$$

$$384{,}0 \approx 383{,}95$$

Przykład 2

W przeciwprądzie trójczynnikowym z przykładu nr 1 należy określić temperatury wylotowe czynników w przypadku, gdy powierzchnia A_o rośnie w nieskończoność.

Rozwiązanie

Ponieważ tok postępowania zależy od rodzaju przeciwprądu, trzeba na wstępie określić, której z dwu alternatyw omówionych w rozdziale 4 odpowiada przypadek omówiony w przykładzie nr 1. Kwestię tę można od razu rozstrzygnąć biorąc pod uwagę wartości dwóch sympleksów pojemnościowych o identycznych mianownikach:

$$w_1/w_3 = 5 \quad \text{oraz} \quad w_2/w_3 = -\ 2$$

Znak dodatni pierwszego z tych sympleksów świadczy o tym, że czynniki pierwszy i trzeci płyną w kierunku zgodnym co również potwierdza znak drugiego sympleksu: czynnik drugi płynie przeciwnie. Trzeba więc obliczyć sumę bezwzględnych wartości

$$W_1/W_3 + W_3/W_3 = 5 + 1 = 6$$

i porównać ją z bezwzględną wartością

$$W_2/W_3 = 2$$

Ponieważ $6 > 2$ zatem mamy do czynienia z przypadkiem pierwszym (przewaga dwóch), w którym wykładniki potęgowe w równaniu (1.2) mają znaki różne. Istotnie w przykładzie 1 dla $A = A_0$ dodatni wykładnik wynosi +0,959 natomiast ujemny ma wartość -1,459. Należy zatem wykorzystać warunek (4.4) nieparzyste stałe całkowania muszą być równe zeru. Temperatura wyrównania ϑ będzie również spełniała zależność wynikającą z równania (1.3) będzie jednak miała inną wartość ponieważ t_{p2} zmieni się

$$\vartheta_{\infty} = 125 - 0,5\ t_{p2}$$

Nieparzystą stałą całkowania C_{n2} dla czynnika 2 wyznaczyliśmy w przykładzie 1 w zależności od t_{p2} korzystając z równania (1.3):

$$C_{n2} = 1,525\ t_{p2} - 117,0\ \text{deg}$$

Zgodnie z warunkiem (4.4) ma ona być równa zeru. Nastąpi to wówczas, gdy

$$t'_{p2} = \frac{117,0}{1,525} = 76,6^{\circ}C$$

zatem

$$\vartheta_\infty = 125 - 0{,}5\ t_{p2} = 125 - 38{,}3 = 86{,}7^oC$$

Znając temperaturę wyrównania, przechodzimy do obliczenia temperatur wylotowych czynnika pierwszego i trzeciego. W tym celu obieramy początek układu w przekroju k-k i korzystamy z tego, że znana tu jest temperatura dolotowa czynnika drugiego $t_{d2} = t_{k2} = 20^oC$ oraz temperatura wyrównania $\vartheta = 86{,}7^oC$. Również tu nieparzyste stałe całkowania muszą być równe zeru, jednak wartości $s+p$ oraz $s-p$ trzeba obliczyć na nowo. Jak wykazaliśmy w rozdziale 4 wartość s zmienia tylko znak, natomiast p pozostaje bez zmiany. Zatem $A_o s = +0{,}25$ oraz $A_o p = +1{,}209$ z równań (2.6) i (2.9) oraz

$$A_o(s + p) = +1{,}459 \qquad A_o(s - p) = -0{,}959$$

Wszystkie kryteria podobieństwa K_{i-j} zmieniają znaki, bowiem przy przyjęciu początku układu w przekroju k-k pojemności cieplne w_i też zmieniają znaki. Oczywiście również i tutaj nieparzyste stałe całkowania zgodnie z warunkiem (4.4) muszą być równe zeru. Ostatecznie otrzymamy

$$1{,}459\ t'_{k1} - 0{,}1\ t'_{k3} = 91{,}2 \qquad \text{z ([4], s. 19 równ. (20) i (19))}$$

oraz

$$0{,}5\ t'_{k1} + 2{,}459\ t'_{k3} = 103{,}1 \qquad \text{z ([4], s. 19 równ. (16)}$$

Po rozwiązaniu tego układu równań wyznaczamy szukane temperatury:

$$t'_{k1} = 66{,}2^oC \qquad t'_{k3} = 56{,}0^oC$$

Kontrolę przeprowadzamy w oparciu o równanie bilansowe (2.10), które stosujemy w przekrojach p-p oraz k-k:

$$5 \cdot 100 - 2 \cdot 76{,}6 + 1 \cdot 0 = 5 \cdot 66{,}2 - 2 \cdot 20 + 1 \cdot 56{,}0$$

$$346{,}8 \approx 347$$

Przykład 3

Dla przeciwprądu rozpatrywanego w przykładach 1 i 2 należy określić sprawności termodynamiczne η_{p1}, η_{p2}, η_{p3}.

Rozwiązanie

Początkowo obliczamy zmianę (spadki lub wzrosty) temperatury każdego z czynników

$$\theta_{1-1} = t_{p1} - t_{k1} = 100 - 76{,}34 = 23{,}66 \text{ deg}$$

$$\theta_{2-2} = t_{p2} - t_{k2} = 58 - 20 = 38{,}0 \text{ deg}$$

$$\theta_{3-3} = t_{k3} - t_{p3} = 42{,}25 - 0 = 42{,}25 \text{ deg}$$

Dalej liczymy analogiczne spadki, lecz dla przypadku, gdy powierzchnia ogrzewalna rośnie do nieskończoności

$$\theta_{01} = t_{p1} - t'_{k1} = 100 - 66{,}2 = 33{,}8 \text{ deg}$$

$$\theta_{02} = t'_{p2} - t_{k2} = 76{,}6 - 20 = 56{,}6 \text{ deg}$$

$$\theta_{03} = t'_{k3} - t_{p3} = 56{,}0 - 0 = 56{,}0 \text{ deg}$$

oraz sprawności:

$$\eta_{p1} = \frac{23{,}66}{33{,}8} = 0{,}70 \qquad \text{z (1.1)}$$

$$\varrho_{p2} = \frac{38,0}{56,6} = 0,672$$

$$\varrho_{p3} = \frac{42,25}{56,0} = 0,754 \qquad z\ (1.1)$$

Zakończenie

Problem określenia sprawności termodynamicznej w odniesieniu do trójczynnikowych rekuperatorów jest nowością. Temat ten był poprzednio poruszony ([3] , str. 7-25) ale w bardzo ograniczonym zakresie i jedynie dla rekuperatorów trójczynnikowych współprądowych.

W stosunku do przeciwprądu trójczynnikowego problem ten wymagał pokonania szeregu trudności. W trakcie opracowywania wyłoniła się konieczność zastosowania teorii podobieństwa i w rezultacie wszystkie przykłady liczbowe udało się rozwiązać przy wyłącznym (poza temperaturami) użyciu kryteriów podobieństwa oraz bezwymiarowych sympleksów. Tego rodzaju ujęcie zagadnienia pogłębia znacznie zrozumienie tematu i pozwala na wyciągnięcie pewnych wniosków praktycznych. Kryteria podobieństwa typu $(k_{i-j}\ A_o)/w$ są proporcjonalne do kosztów instalacji przypadających na jednostkę pojemności cieplnej poszczególnych strumieni.

LITERATURA

[1] Ochęduszko St.: Teoria maszyn cieplnych, cz. III, PWT, Warszawa, 1953 r.

[2] Ochęduszko St.: Termodynamika stosowana, PWN, Warszawa, 1966 r.

[3] Około-Kułak W.: Podobieństwo termodynamiczne trójczynnikowych nagrzewnic powietrza, ZNPS, Energetyka nr 25, 1967 r.

[4] Około-Kułak W.: Trójczynnikowe wymienniki ciepła, ZNPS, Mechanika nr 1.

[5] Około-Kułak W.: Cieplna problematyka konstrukcji rekuperatorów Fielda (w przygotowaniu).

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ
ТРЕХАГЕНТНОГО, ПРОТИВОТОЧНОГО РЕКУПЕРАТОРА

Р е з ю м е

В работе рассмотрено проблему термодинамического коэффициента полезного действия трехагентного, противоточного рекуператора. Проблема этого типа до сих пор была рассмотрена только в очень простых случаях прямотока. После выяснения существенных трудностей, приведено метод исчисления коэффициента полезного действия. Конкретный численный пример, указанный в работе, хорошо иллюстрирует полученные результаты.

THE THERMODYNAMIC EFFICIENCY
OF THE THREE MEDIUM COUNTERFLOW RECUPERATORS

S u m m a r y

In this paper the problem of the termodynamic efficiency of the three medium counterflow recuperator has been analysed. So far the problem in a simpler case of the parrallel - flow and three or two - medium and three - medium flows recuperator was discussed. After the explanation of the main difficulties which made impossible so far the solution of that problem, the way of the efficiency calculation is given. The procedure is explained on the numerical example.