

GERARD KOSMAN

Katedra Kotłów i Maszyn Ciepłych

PRZYBLIŻONA METODA WYZNACZANIA STANU NAPRĘŻENIA
W KORPUSACH TURBIN CIEPŁYCH

Streszczenie. W pracy przedstawiono przybliżoną numeryczną metodę wyznaczania stanu naprężenia i odkształcenia w korpusach turbin ciepłych. Jako model korpusu przyjęto grubościenną powłokę obrotową składającą się z elementów powierzchni: walcowych, kulistych, stożkowych i innych. Układ równań równowagi rozwiązano metodą różnic skończonych. Przyjęto specjalne układy współrzędnych krzywoliniowych, które pozwoliły zastosować metodę do powłok obrotowych o wspomnianych wyżej postaciach. Ogólne rozwiązanie problemu otrzymano przy założeniu osiowo-symetrycznego, nie stacjonarnego pola temperatury.

1. Wstęp

W eksploatacji turbin parowych i gazowych spotykamy się z zagadnieniami, w których naprężenia cieplne odgrywają znaczną, nieraz dominującą rolę. Dotyczy to przede wszystkim procesów uruchamiania i zmiany mocy turbozespołu, w czasie których elementy korpusu i wirnika pracują w warunkach niestacjonarnego i nierównomiernego nagrzewania. Powstające w trakcie nagrzewania naprężenia i odkształcenia są jednym z podstawowych czynników określających warunki rozruchowe turbin.

Zagadnienie określenia wielkości naprężeń w ściankach korpusów turbin ciepłych stanowi przedmiot prac wielu autorów.

Z uwagi na znaczne trudności związane z dokładnym wyznaczeniem stanu naprężenia i przemieszczenia szereg autorów [4,10,12,14,15] adaptuje do określenia naprężeń znane równania termosprężystości dla prostych form geometrycznych: nieskończenie długiego grubościennego walca, kuli i płyty. Jednocześnie wprowadza się dalsze uproszczenie polegające na założeniu, że rozkład temperatur jest jednowymiarowy. W publikacjach [4,12,15] rozważania oparto na rozkładzie temperatur uzyskanym z rozwiązań analitycznych, natomiast w pracach [10,14] określono naprężenia na podstawie pomiaru rozkładu temperatur w rzeczywistym obiekcie.

Łatwo zauważyć, że wspomniany powyżej model geometryczny znacznie odbiega od rzeczywistych kształtów korpusu. Bardziej zbliżony do badanego obiektu model zaproponował W.K. Naumow w pracy [8]. Przedstawił on korpus w formie powłoki osiowo-symetrycznej i do wyznaczenia naprężeń zastosował teorię powłok cienkościennych. Podobny model korpusu przyjęto w pracach [1,3,15,17]. Tak przyjęty model nieznacznie odbiega od rzeczywistych kształtów korpusu, a dla korpusów niedzielonych jedynie pomija króciec dolotowy. Należy jednak zaznaczyć, że stosunek średniej grubości ścianki korpusu turbiny do promienia waha się w granicach $h/R = 1/6 \div 1/3$, a więc zastosowanie teorii powłok cienkościennych daje mało dokładne wyniki obliczeń. Do wyznaczenia stanu naprężenia w korpusach turbin cieplnych należy zastosować teorię powłok grubościennych.

W niniejszej pracy przedstawiono przybliżoną metodę wyznaczenia stanu naprężenia w korpusach turbin cieplnych. Jako model korpusu przyjęto grubościenną powłokę obrotową. Zagadnienie rozwiązane przy założeniu osiowo-symetrycznego rozkładu temperatur oraz obciążeń mechanicznych.

2. Ogólne sformułowanie i metoda rozwiązania zagadnienia

Pole naprężeń i przemieszczeń w dowolnym ciele otrzymuje się w wyniku rozwiązania układu równań przemieszczeniowych teorii sprężystości łącznie z odpowiednimi warunkami brzegowymi.

Zmiany stałych materiałowych wywołane nierównomiernym nagraniem ścianek korpusów turbin są tak duże, że wpływają znacznie na wielkość naprężeń. Przy określaniu pola naprężeń należy więc uwzględniać zmienność stałych materiałowych od temperatury. Równanie przemieszczeniowe np. dla kierunku 1 przyjmuje w tym przypadku postać [5]:

$$\begin{aligned} \nu^2 u_1 + \frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial \Theta}{\nu x_1} - 2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha T \right) + \frac{1}{G} \left[2 \frac{\partial G}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\nu}{1-2\nu} \Theta \right) + \right. \\ \left. - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha T \right) + \frac{\partial G}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \frac{\partial G}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + X_1 \right] = \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (1) \end{aligned}$$

Dwa dalsze równania otrzymamy przez cykliczną zmianę wskaźników.

Omawiany problem sprowadza się więc do rozwiązania układu 3 równań typu (1) przy następujących danych:

- 1) wymiary geometryczne korpusu,
- 2) rozkład temperatur w ściankach korpusu:

$$T = T(x_1, x_2, x_3, t)$$

- 3) zależność stałych materiałowych od temperatury:

$$E = E(T); \quad G = G(T); \quad \nu = \nu(T); \quad \alpha = \alpha(T)$$

- 4) rozkład naprężeń lub przemieszczeń na powierzchni korpusu Γ [11]

a) rozkład przemieszczeń:

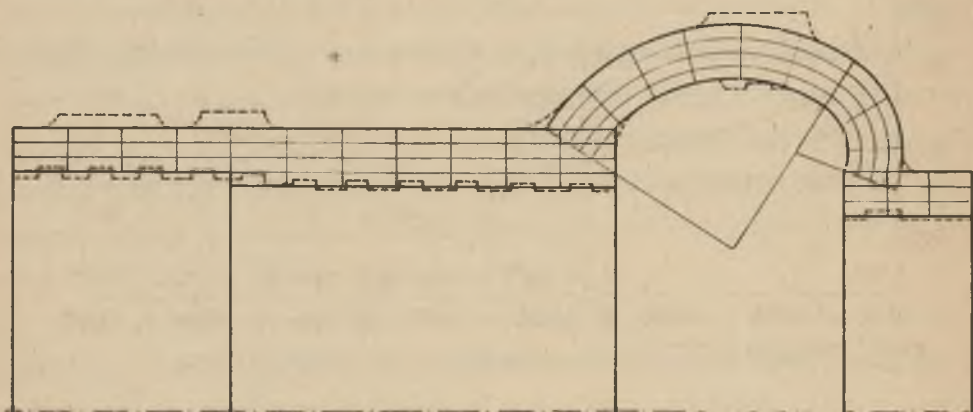
$$u_{i_0} = u_{i_0}(x_1, x_2, x_3, t) \quad \text{dla} \quad x_i \in \Gamma, \quad i = 1, 2, 3$$

b) rozkład naprężeń:

$$\sigma_{ij} = \sum_j 2G \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \delta_{ij} - \frac{1+\nu}{1-2\nu} \alpha T \delta_{ij} \right] \cos(n, j)$$

$$i, j = 1, 2, 3$$

Ścisłe uwzględnienie kształtu korpusu bardzo komplikuje zagadnienie, dlatego też do rozwiązań przyjmujemy uproszczony model geometryczny o regularnych kształtach, w którym pomijamy wszelkie nadlewy, króćce, żebra i kołnierze. Badania laboratoryjne [9] wykazały, że największe naprężenia w ściankach korpusu występują w pionowym przekroju osiowym. Uwaga ta odnosi się tylko do ścianek korpusu, a nie np. do kołnierza, który z punktu widzenia panujących w nim naprężeń termicznych jest elementem najbardziej obciążonym. W oparciu o wspomniane wyżej



Rys. 1. Model geometryczny wewnętrznego korpusu części wysoko-
prężnej turbiny 12 UP 50-0

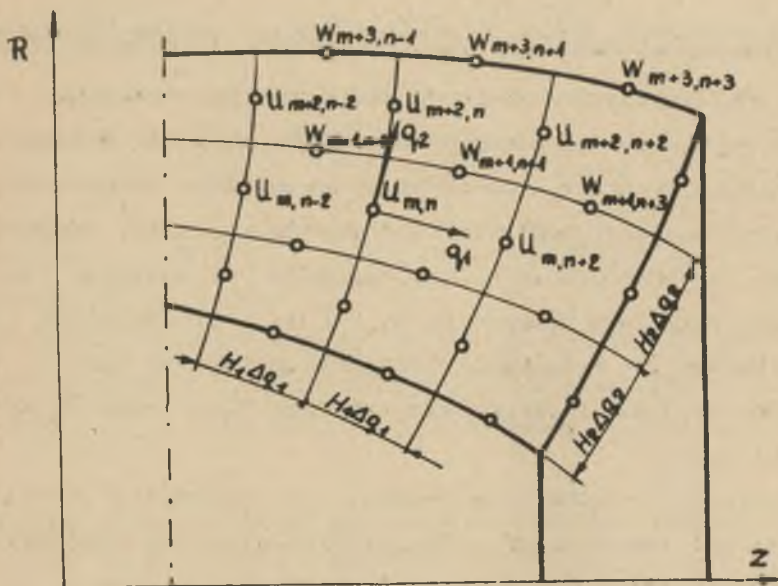
Przybliżona metoda wyznaczania...

badania ściankę korpusu można przedstawić w postaci grubościenniej powłoki obrotowej, składającej się z prostszych form: walcowych, sferycznych, toroidalnych, stożkowych i innych.

Dla przykładu przedstawiono na rys. 1 model geometryczny wewnętrznego korpusu części wysokoprężnej turbiny 13 UP 50-0. Linia przerywaną zaznaczono rzeczywisty kształt korpusu.

Analityczne rozwiązanie układu równań (1) przy tak sformułowanych danych jest praktycznie niemożliwe. Do rozwiązania postawionego zagadnienia zastosujemy więc przybliżoną, numeryczną metodę, a mianowicie metodę siatek (różnic skończonych), przedstawioną w pracy [16]. Metoda ta pozwala dostatecznie dokładnie uwzględnić założenia sformułowane w punktach 1-4.

Model korpusu należy podzielić na elementarne wielościany w ten sposób, żeby wielościany wypełniały bryłę dostatecznie ściśle. W związku z tym wprowadzamy specjalne układy współrzędnych krzywoliniowych q_1, q_2, φ [7] o powierzchniach odpowiadających



Rys. 2. Podział dowolnej powłoki obrotowej na elementarne wielościany

kształtem bryły (rys. 2). Badaną powłokę dzielimy na elementarne wielościany za pomocą:

- płaszczyzn południkowych przechodzących przez oś powłoki $\varphi = \text{const.}$
- powierzchni

$$q_{1_m} = q_{1_0} + m \Delta q_1,$$

$$(m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$q_{2_n} = q_{2_0} + n \Delta q_2$$

Powierzchnie środkowe q_{1_0} , q_{2_0} można przyjąć dowolnie. Punkty obliczeniowe obieramy w środkach ścian bocznych wielościanów. Rozpatrywane zagadnienie sprowadza się do wyznaczenia przemieszczeń w punktach obliczeniowych $U_{m,n}$ w kierunku osi q_1 oraz w punktach $W_{m,n}$ w kierunku osi q_2 [13,16].

3. Quasi - stacjonarny stan naprężenia i przemieszczenia

Rozpatrzmy grubościenną powłokę poddaną działaniu niestacjonarnego pola temperatury oraz pola obciążeń mechanicznych w płaszczyźnie q_1, q_2 . Zakładamy, że rozkład temperatury oraz obciążeń mechanicznych jest osiowo-symetryczny. Współczynniki Lamego H_1 nie zależą w tym przypadku od zmiennej φ , a są jedynie funkcjami zmiennych q_1 i q_2 , jednocześnie $H_\varphi = R$, gdzie przez R oznaczono odległość punktu od osi z . Z uwagi na symetrię osiową naprężenia styczne $\tau_1 \varphi$ oraz $\tau_2 \varphi$ równają się zero.

Zależności między składowymi stanu naprężenia oraz przemieszczenia we współrzędnych krzywoliniowych, na podstawie wzorów podanych w pracy [6], przyjmują postać:

$$\zeta_1 = \frac{2\mu + \lambda}{H_1} \frac{\partial u}{\partial q_1} + \frac{\lambda}{H_2} \frac{\partial w}{\partial q_2} + \frac{\lambda u}{H_1} \frac{\partial \ln H_2 R}{\partial q_1} + \frac{w}{H_2} \left[\frac{2\mu + \lambda}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} + \frac{\lambda}{R} \frac{\partial R}{\partial q_2} \right] - \omega T$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi = & \frac{\lambda}{H_1} \frac{\partial u}{\partial q_1} + \frac{\lambda}{H_2} \frac{\partial w}{\partial q_2} + \frac{u}{H_1} \left[\frac{2\mu + \lambda}{R} \frac{\partial R}{\partial q_1} + \frac{\lambda}{H_2} \frac{\partial H_2}{\partial q_1} \right] + \\ & + \frac{w}{H_2} \left[\frac{2\mu + \lambda}{R} \frac{\partial R}{\partial q_2} + \frac{\lambda}{H_1} \frac{\partial H_1}{\partial q_2} \right] - \omega T \end{aligned} \quad (2)$$

$$\tau_{12} = \mu \left[\frac{H_1}{H_2} \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{u}{H_1} \right) + \frac{H_2}{H_1} \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{w}{H_2} \right) \right]$$

Zależność naprężenia ζ_2 od przemieszczeń uzyskamy z pierwszego z równań (2) posługując się regułą przemiany cyklicznej. W równaniach (2) wprowadzono oznaczenia:

$$\mu(T) = \frac{E(T)}{2[1 + \nu(T)]}; \quad \lambda(T) = \frac{E(T) \nu(T)}{[1 + \nu(T)][1 - 2\nu(T)]};$$

$$\omega(T) = \frac{E(T) \alpha(T)}{1 - 2\nu(T)}$$

Współczynniki μ , λ i ω zależą od temperatury T i tym samym są funkcjami zmiennych q_1 i q_2 .

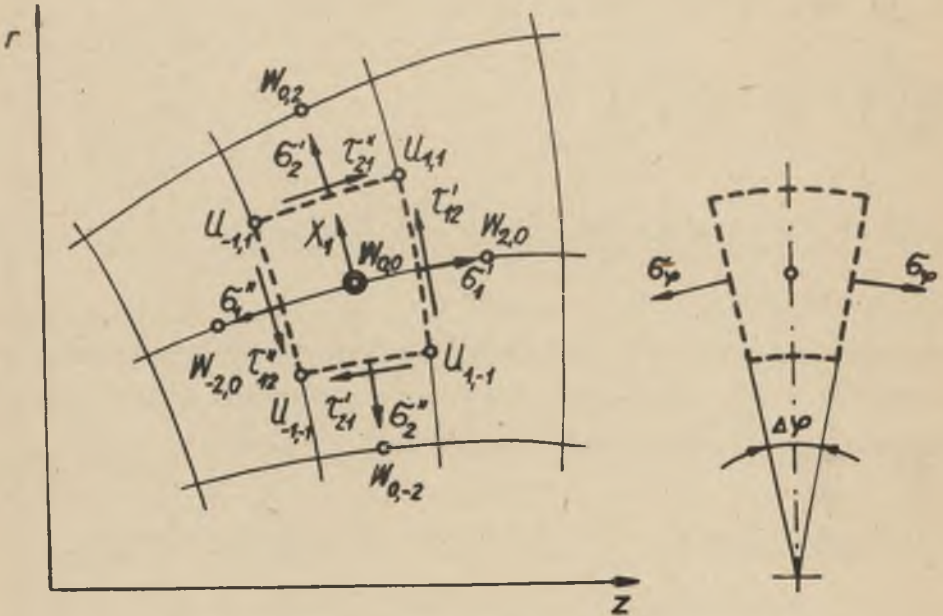
Odpowiednie zależności między przemieszczeniami w punktach sąsiednich uzyskamy z równań równowagi elementarnego wielościanu $\Delta l_1 \cdot \Delta l_2 \cdot R \Delta\varphi$ otaczającego badany punkt obliczeniowy.

Rozpatrzmy najpierw punkt obliczeniowy wewnętrzny (rys. 3). Zakładamy, że $\Delta\varphi = 1$ rd, a dla badanego punktu $m = 0$ i $n = 0$. W celu skrócenia zapisu będziemy stosowali następujące oznaczenia [2]:

$$H_1(m, n) \equiv H_1(q_{1m}, q_{2n}),$$

$$(i = 1, 2)$$

$$\Delta_1 H_1(m, n) \equiv H_1(m+1, n) - H_1(m-1, n)$$



Rys. 3. Punkt obliczeniowy wewnętrzny

Dodatkowo przyjmujemy, że wartości współczynników Lamego w badanym punkcie ($m = 0$ i $n = 0$) podawane będą bez dodatkowych oznaczeń, więc:

$$H_1 \equiv H_1(0, 0)$$

$$(i, j = 1, 2)$$

$$\Delta_j H_1 \equiv \Delta_j H_1(0, 0)$$

Równanie równowagi elementarnego wielościanu w kierunku q_2 przyjmuje postać:

$$P_2' - P_2'' - P_1 - P_\varphi + P_{21} + P_{12}' - P_{12}'' + P_2 = 0 \quad (3)$$

Poszczególne siły występujące w równaniu (3) można wyrazić przez naprężenia w sposób następujący:

$$p_2' = \sigma_2' H_1 (0,1) R (0,1) \Delta q_1,$$

$$p_2'' = \sigma_2'' H_1 (0,1) R (0,-1) \Delta q_1,$$

$$p_1 = \sigma_1 R \Delta_2 H_1 \Delta q_1, \quad (4)$$

$$p_\varphi = \sigma_\varphi H_1 \Delta_2^R \Delta q_1,$$

$$p_{21} = \tau_{21} R \Delta_1 H_2 \Delta q_2,$$

$$p_{12}' = \tau_{12}' H_2 (1,0) R (1,0) \Delta q_2,$$

$$p_{12}'' = \tau_{12}'' H_2 (-1,0) R (-1,0) \Delta q_2,$$

Siłę masową P_2 wyznaczamy z zależności

$$P_2 = H_1 H_2 R \Delta q_1 \Delta q_2 X_2 \quad (5)$$

Zastępując w równaniach (2) pochodne cząstkowe różnicami skończonymi można np. naprężenie σ_1 przedstawić w formie:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & \frac{2\mu + \lambda}{H_1} \frac{U_{1,1} + U_{1,-1} - U_{-1,1} - U_{-1,-1}}{2 \Delta q_1} + \frac{\lambda}{H_2} \frac{W_{0,2} - W_{0,-2}}{2 \Delta q_2} + \\ & + \frac{\lambda}{4} \frac{U_{1,1} + U_{1,-1} + U_{-1,1} + U_{-1,-1}}{H_1 \Delta q_1} \left[\frac{\Delta_1 H_2}{H_2} + \frac{\Delta_1 R}{R} \right] + \\ & + \frac{W_{0,0}}{H_2 \Delta q_2} \left[(2\mu + \lambda) \frac{\Delta_2 H_1}{H_1} + \lambda \frac{\Delta_2 R}{R} \right] - \omega T_{0,0} \end{aligned} \quad (6)$$

W podobny sposób można wyrazić pozostałe naprężenia występujące w równaniach (4). Po wstawieniu tych zależności do równań (4) i uwzględnieniu współczynników podanych w tabelicy 2 otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
 P_2' &= A_1 (0,1) W_{0,2} - A_2 (0,1) W_{0,0} + A_3 (0,1) U_{1,1} + \\
 &- A_4 (0,1) U_{-1,1} + \omega H_1 (0,1) R (0,1) \Delta q_1 T_{0,1}, \\
 P_2'' &= A_1 (0,-1) W_{0,0} - A_2 (0,-1) W_{0,-2} + A_3 (0,-1) U_{1,-1} - \\
 &- A_4 (0,-1) U_{-1,-1} + \omega H_1 (0,-1) R (0,-1) \Delta q_1 T_{0,-1}, \\
 P_1 &= B_1 (U_{1,1} + U_{1,-1}) - B_2 (U_{-1,1} + U_{-1,-1}) + B_3 (W_{0,2} + W_{0,-2}) + \\
 &+ B_4 W_{0,0} - \omega R \Delta_2 H_1 \Delta q_1 T_{0,0}, \quad (7) \\
 P_\varphi &= C_1 (U_{1,1} + U_{1,-1}) - C_2 (U_{-1,1} + U_{-1,-1}) + C_3 (W_{0,2} + W_{0,-2}) + \\
 &+ C_4 W_{0,0} - \omega H_1 \Delta_2 R \Delta q_1 T_{0,0}, \\
 P_{21} &= D_1 (U_{1,1} + U_{-1,1}) - D_2 (U_{-1,-1} + U_{1,-1}) + \\
 &+ D_3 (W_{2,0} - W_{-2,0}) - D_4 W_{0,0}, \\
 P_{12} &= E_1 (1,0) U_{1,1} - E_2 (1,0) U_{1,-1} + E_3 (1,0) W_{2,0} - E_4 (1,0) W_{0,0}, \\
 P_{12}'' &= E_1 (-1,0) U_{-1,1} - E_2 (-1,0) U_{-1,-1} + \\
 &+ E_3 (-1,0) W_{0,0} - E_4 (-1,0) W_{-2,0},
 \end{aligned}$$

Wstawiając (7) do (3) otrzymujemy równanie równowagi elementarnego wielościanu wyrażone przez przemieszczenia:

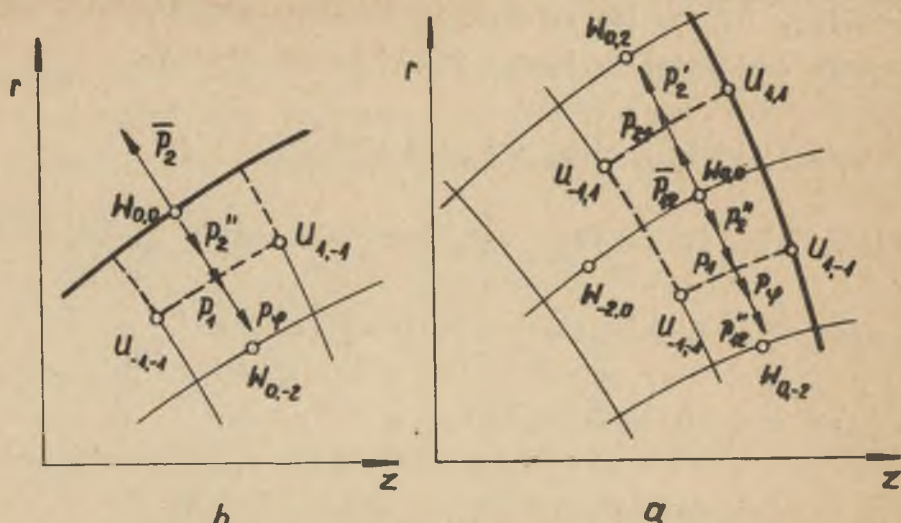
$$\begin{aligned}
 & [D_3 + E_3(1,0)]W_{2,0} + [-D_3 + E_{-4}(-1,0)]W_{-2,0} + \\
 & + [A_1(0,1) - B_3 - C_3]W_{0,2} + [A_2(0,-1) - B_3 - C_3]W_{0,-2} - [A_2(0,1) + \\
 & + A_1(0,-1) + C_4 + D_4 + E_4(1,0) + E_3(-1,0)]W_{0,0} + \\
 & + [A_3(0,1) - B_1 - C_1 - D_1 + E_1(0,1)]U_{1,1} + \quad (8) \\
 & - [A_4(0,1) - B_2 - C_2 - D_1 + E_1(1,0)]U_{-1,1} + [A_4(0,-1) + B_2 + \\
 & + C_2 - D_2 + E_2(-1,0)]U_{-1,-1} - [A_3(0,-1) + B_1 + C_1 + D_2 + E_2(1,0)]U_{1,-1} + \\
 & + P_2 - F(T_{0,1} - T_{0,-1}) = 0
 \end{aligned}$$

Ostatni człon równania (8) otrzymamy z niżej podanej zależności, zastępując w niej pochodne cząstkowe różnicami skończonymi

$$- \frac{\partial(H_1 R \omega T)}{\partial q_2} + \omega T \frac{\partial H_1 R}{\partial q_2} = - H_1 R \frac{\partial \omega T}{\partial q_2} \quad (9)$$

Zależność (8) odpowiada punktowi obliczeniowemu położonemu wewnątrz jednorodnego ciała stałego. W podobny sposób można otrzymać równania dla punktów obliczeniowych zewnętrznych. Na rys. 4 przedstawiono możliwe położenia punktów obliczeniowych zewnętrznych z zaznaczeniem sił działających na wielościan otaczający badany punkt w kierunku q_2 . Wartość siły \bar{P}_{12} dla położenia punktu jak na rys. 4a wyznaczamy z zależności:

$$\bar{P}_{12} = H_2(1,0) R(1,0) \Delta q_2 \bar{X}_{12} \quad (10)$$



Rys. 4. Punkty obliczeniowe zewnętrzne

Natomiast siłę \bar{P}_2 dla punktu jak na rys. 4b określa formuła

$$\bar{P}_2 = H_1 R \Delta q_1 \bar{X}_2, \quad (11)$$

Równania przemieszczeniowe zestawiono w tabelicy 1.

Współczynniki występujące w tych równaniach podano w tabelicy 2. Podstawiając do tych równań odpowiednie wartości współczynników Lamego otrzymamy zależności szczegółowe dla powłok walcowych, kulistych, stożkowych, toroidalnych i innych.




W charakterze przykładu w tabelicy 2 podano również współczynniki we współrzędnych walcowych i stożkowych, osiowo-symetrycznych o powierzchniach określonych równaniami:

$$\sqrt{x_1^2 + x_2^2} = \frac{b}{a} x_3 + \frac{x}{a}; \quad \sqrt{x_1^2 + x_2^2} = -\frac{a}{b} x_3 + \frac{y}{b}; \quad \frac{x_2}{x_1} = \operatorname{tg} \varphi \quad (12)$$

Równania podane w tabelicy 1 dotyczą punktów obliczeniowych $W_{m,n}$ położonych na ściankach prostopadłych do osi q_2 . Równa-

Tablica 1

Wzory do rozwiązywania układu równań przemieszczeniowych

Op.	Schemat	Wzór
	$ \begin{aligned} & [D_3 + E_3(1,0)]v_{2,0} + [-D_3 + E_4(1,0)]w_{-2,0} + [A_1(0,1) - B_3 - C_3]v_{0,2} + \\ & + [A_2(0,-1) + B_3 + C_3]w_{0,-2} - [A_2(0,1) + A_1(0,-1) + B_4 + C_4 + D_4 + E_4(1,0) + \\ & + E_3(1,0)]v_{0,0} + [A_3(0,1) - B_4 - C_1 - D_1 + E_1(0,1)]u_{1,1} - [A_4(0,1) - B_2 - C_2 + \\ & - D_1 + E_1(-1,0)]u_{-1,1} + [A_4(0,-1) + B_2 + C_2 - D_2 + E_2(-1,0)]u_{-1,-1} + \\ & - [A_3(0,-1) + B_1 + C_1 + D_2 + E_2(1,0)]u_{1,-1} + P_2 - F(\tau_{0,1} - \tau_{0,-1}) = 0 \end{aligned} $	
	$ \begin{aligned} & [-D_3 + E_4(-1,0)]w_{-2,0} + [A_1(0,1) - B_3 - C_3]v_{0,2} + [A_2(0,-1) + B_3 + C_3]w_{0,-2} + \\ & - [A_2(0,1) + A_1(0,-1) - B_4 - C_4 + D_3 - D_4 - E_3(-1,0)]w_{0,0} + [A_3(0,1) - B_4 + \\ & - C_1 - D_1]u_{1,1} - [A_4(0,1) - B_2 - C_2 - D_1 + E_1(-1,0)]u_{-1,1} + \\ & + [A_4(0,-1) + B_2 + C_2 - D_2 + E_2(-1,0)]u_{-1,-1} - [A_3(0,-1) + B_1 + C_1 + D_2]u_{1,-1} + \\ & + \bar{P}_2 - F(\tau_{0,1} - \tau_{0,-1}) = 0 \end{aligned} $	
	$ \begin{aligned} & [A_2(0,-1) + B_3 + C_3]w_{0,-2} - [A_1(0,-1) + B_3 + \frac{1}{2}B_4 + C_3 + \frac{1}{2}C_4]w_{0,0} + \\ & + [A_4(0,-1) + B_2 + C_2]u_{-1,-1} - [A_3(0,-1) + B_1 + C_1]u_{1,-1} + \bar{P}_2 + F\tau_{0,0} = 0 \end{aligned} $	

Tablica 2

Współczynniki równań przemieszczeniowych

Współczynniki	Dowolna powłoka obrotowa Układ współrzędnych: q_1, q_2, φ Współczynniki Lamego: H_1, H_2, R	Powłoka kulista z, r, φ $1, 1, r$	Powłoka stożkowa x, y, φ $1, 1, xa + yb$
$A_{1,2}$	$(2\mu + \lambda) \frac{H_1 R}{H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} + \frac{\lambda}{2H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} [R\Delta_2 H_1 + H_1 \Delta_2 R]$	$(2\mu + \lambda) \frac{r\Delta z}{\Delta r} + \frac{\lambda\Delta z}{2}$	$(2\mu + \lambda)(xa + yb) \frac{\Delta x}{\Delta y} + \frac{\lambda\Delta x b}{2}$
$A_{3,4}$	$\lambda R + \frac{R}{2} [(2\mu + \lambda) \frac{\Delta_1 H_2}{H_1} + \lambda \frac{\Delta_1 R}{R}]$	λr	$\lambda(xa + yb) + \frac{\lambda\Delta xa}{2}$
$B_{1,2}$	$\frac{R\Delta_2 H_1}{2H_1} [(2\mu + \lambda) + \frac{\lambda}{2} (\frac{\Delta_1 H_2}{H_2} + \frac{\Delta_1 R}{R})]$	0	0
B_3	$\frac{\lambda R \Delta_2 H_1}{2H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}$	0	0
B_4	$\frac{R\Delta_2 H_1}{H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} [(2\mu + \lambda) \frac{\Delta_2 H_1}{H_1} + \lambda \frac{\Delta_2 R}{R}]$	0	0
$C_{1,2}$	$\frac{\lambda}{2} \Delta_2 R + \frac{\Delta_2 R}{4} [(2\mu + \lambda) \frac{\Delta_1 R}{R} + \lambda \frac{\Delta_1 H_2}{H_2}]$	$\frac{\lambda\Delta r}{2}$	$\frac{\lambda\Delta y b}{2} + \frac{2\mu + \lambda}{4} \frac{\Delta x \Delta y a b}{xa + yb}$
C_3	$\frac{\lambda H_1 \Delta_2 R}{2H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2}$	$\frac{\lambda\Delta z}{2}$	$\frac{\lambda\Delta x b}{2}$
C_4	$\frac{H_1 \Delta_2 R \Delta q_1}{\Delta_2 \Delta q_2} [(2\mu + \lambda) \frac{\Delta_2 R}{R} + \lambda \frac{\Delta_2 H_1}{H_1}]$	$(2\mu + \lambda) \frac{\Delta \Delta r}{r}$	$(2\mu + \lambda) \frac{\Delta x \Delta y b^2}{xa + yb}$
$D_{1,2}$	$\frac{\mu R \Delta_1 H_2}{2H_2} (1 + \frac{\Delta_2 H_1}{2H_1})$	0	0
D_3	$\frac{\mu R \Delta_1 H_2}{2H_1} \frac{\Delta q_2}{\Delta q_1}$	0	0
D_4	$\frac{\mu R}{H_1 H_2} \frac{\Delta q_1}{\Delta q_2} (\Delta_1 H_2)^2$	0	0
$E_{1,2}$	$\mu R + \frac{\mu R \Delta_2 H_1}{2H_1}$	μr	$\mu(xa + yb)$
$E_{3,4}$	$\frac{\mu R}{H_1} \frac{\Delta q_2}{\Delta q_1} (H_2 + \frac{\Delta_1 H_2}{2})$	$\mu \frac{r\Delta r}{\Delta z}$	$\mu(xa + yb) \frac{\Delta x}{\Delta y}$
F	$\omega H_1 R \Delta q_1$	$\omega r \Delta z$	$\omega \Delta x (xa + by)$

nia równowagi w przemieszczeniach dla punktów obliczeniowych $U_{m,n}$ otrzymamy przez cykliczną zmianę wskaźników. Rozwiązując układ równań dla wszystkich punktów obliczeniowych otrzymujemy stan przemieszczenia, a następnie z zależności (6) i podobnych wyznaczamy stan naprężenia.

4. Uwagi końcowe

Przedstawiona metoda pozwala wyznaczyć stan naprężenia w przypadku, gdy znany rozkład naprężeń lub przemieszczeń na powierzchniach korpusu turbiny, a także w przypadku mieszanych warunków brzegowych. Należy jednak zaznaczyć, że w dowolnym punkcie obliczeniowym może być podane albo przemieszczenie albo siła. Dla węzłów, w których znany wartość przemieszczenia nie układamy równań równowagi, natomiast w równaniach dla węzłów sąsiednich zmienia się wartość wyrazów wolnych.

W rozważaniach nie nakładano żadnych warunków na zmienność współczynników μ , λ i ω od temperatury, a więc stan naprężenia można wyznaczyć z uwzględnieniem rzeczywistej zależności stałych materiałowych od temperatur.

Przedstawiona metoda jest metodą różnicową bezpośrednią. Dotychczas dla tych metod nie określono formuł umożliwiających oszacowanie błędu w zależności od wielkości kroków siatki Δq_1 i Δq_2 . Dokładność otrzymanych rozwiązań można ocenić przez powtórzenie obliczeń dla zmniejszonych wielkości kroków Δq_1 i Δq_2 .

Podaną metodę wyspecyfikowano dla korpusów turbin ciepłych, jednak może ona być zastosowana do przybliżonego wyznaczania naprężeń w dowolnych elementach maszyn ciepłych o kształcie grubościennych powłok obrotowych.

Zestawienie ważniejszych oznaczeń

x_1, x_2, x_3	- współrzędne prostokątne
u_1, u_2, u_3	- przemieszczenia w kierunku osi x_1, x_2, x_3
q_1, q_2, φ	- współrzędne krzywoliniowe
u, w	- przemieszczenia w kierunku osi q_1, q_2
U, W	- przybliżone wartości przemieszczeń u, w
H_1, H_2, R	- współczynniki Lamego
z, r, φ	- współrzędne walcowe
x, y, φ	- współrzędne stożkowe
σ, τ	- naprężenia normalne i styczne
Θ	- rozszerzenie objętościowe
X_1, X_2, X_3	- składowe sił masowych
$\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$	- składowe sił powierzchniowych
T	- temperatura
t	- czas
E	- moduł Younga
G	- moduł sprężystości postaciowej
ν	- współczynnik Poissona
α	- współczynnik rozszerzalności cieplnej
δ_{ij}	- delta Kroneckera

LITERATURA

- [1] BERLJAND W.J.: Pribliżennyj rascziet temperaturnych de-
formacji i naprjażenij w cilindrach parowych turbin. Tiepło
energetika nr 6, 1969.

- [2] COLLATZ L.: Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych PWN, Warszawa 1960.
- [3] CZERNINA W.S.: Ocienka żestkost i naprjażennogo sostojanija torcowych stienok korpusów turbin. "Energomaszynostrojenie" nr 5, 1963.
- [4] ENDRESS W.: Wärmespannungen beim Aufheizen dickwandiger Hohlzylinder. Brown Boveri Mitteilungen, 45, nr 1, 1958.
- [5] GOLDENBLAT I.I.: Rascziety na procznost i kolebanija w usłowijach wysokich tiempieratur. Maszynostrojenije, Moskwa 1965.
- [6] LURIE A.J.: Prostranstwiennyje zadaczi teorii uprugosti. GTTJ, 1955.
- [7] MARGENAU H.: Matematyka w fizyce i chemii. PWN, Warszawa 1956.
- [8] NAUMOW W.K.: Rascziet stienki korpusa parowej turbiny. Issledowanije eliemientow parowych i gazowych turbin, Maszgiz, 1960.
- [9] NAUMOW W.K.: Eksperimentalnoje issledowanije naprażeńij w korpusach parowych turbin (Praca jw).
- [10] PAHL G., REITZ W., SALM M.: Überwachungseinrichtung für zulässige Temperaturänderungen bei Dampfturbinen. Brown. Boveri Mitteilungen, 51, nr 3, 1964.
- [11] PARKUS H.: Instationäre Wärmespannungen. Springer-Verlag, Wien, 1959.
- [12] PAWŁOWSKI G.I., SZEWIELIEW A.A.: O rasczietie rieżima nagriewanija korpusa parowej turbiny pri puskie. Energietičeskoje maszynostrojenie. Wypusk 3, 1966.
- [13] POŁOŻY G.N.: Metody przybliżonych obliczeń. WNT, Warszawa 1966.
- [14] SIEMIENOW A.C., ANTONOWICZ A.B.: Tiempieraturnyje naprjażenija w eliemientach cilindrow gazowych turbin. IWUZ Energetika, nr 9, 1968.
- [15] SUBIENKO-SZUBIN L.A.: Procznost elementow parowych turbin, Maszgiz 1962.
- [16] Tiepłowyje naprjażenija w eliemientach konstrukcji. Wypusk 7, 1967.
- [17] WOZNIESIENSKIJ A.A.: K rasczietu stienki korpusa parowej turbiny "Energomaszynostrojenie" nr 1, 1967.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ В КОРПУСАХ ТЕПЛОВЫХ ТУРБИН

Р е з ю м е

В работе представлено приближенный численный метод определения термических напряжений в корпусах тепловых турбин. Модель корпуса принята в виде осесимметричной оболочки составленной из элементов оболочек простых форм: цилиндрических, сферических, конических и др. Уравнения равновесия решено методом конечных разностей. Применено специальные системы криволинейных координат, позволяющие использовать метод по отношению к осесимметрическим телам вышеприведенных форм. Общее решение задачи получено исходя из предпосылки осесимметрического температурного поля.

AN APPROXIMATE METHOD FOR DETERMINING OF THE STATE OF STRESS IN TURBINE CYLINDERS

S u m m a r y

In this paper an approximate numerical method for determining of the thermal stress in steam and gas turbine cylinders has been presented. Pattern of turbine cylinder has been taken as axially symmetric thick-walled shells composed of cylindrical, spherical and conical segments. Equations of equilibrium by way of finite differences have been solved. Special sets of curvilinear coordinates have been used to enable the application of the method to axially symmetric solids of forms as described above. A general solution of this problem by assumption of an axially symmetric nonsteady temperature field has been given.