

Ryszard Purzyński

MATEMATYCZNY MODEL ZEWNĘTRZNEJ STRUKTURY GEOMETRYCZNEJ
GNIAZD ŁOŻYSKOWYCH

Streszczenie. W artykule rozważono możliwość zastosowania obecnie istniejących metod do oceny cech geometrycznych gniazd na łożyska toczne krążników.

Na podstawie analizy stwierdzono ich nieprzydatność i w związku z tym opracowano nową metodę oceny cech geometrycznych gniazd na łożyska toczne opartą na zasadach statystyki matematycznej. W celu stwierdzenia przydatności zaproponowanej metody przeprowadzono badania kontrolne które wykazały celowość jej stosowania.

Przystępując do kompleksowych badań krążników dokonano podziału prac na szereg tematów o węższym zakresie. Jednym z tematów, który zostanie omówiony jest badanie cech geometrycznych gniazd na łożyska toczne. Jak się okaże metoda badań zastosowana do powierzchni walcowych może być po wprowadzeniu niewielkich zmian skutecznie użyta do wszelkich "regularnych" powierzchni.

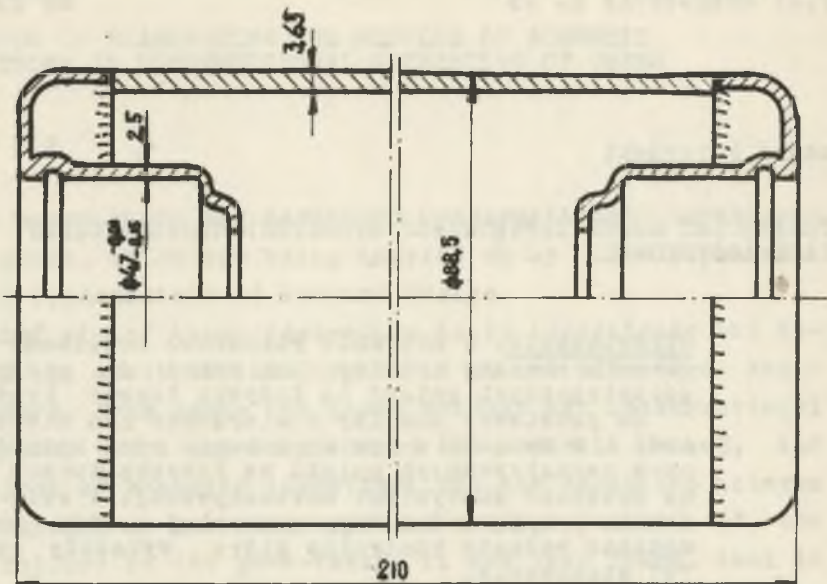
Ze zbioru produkowanych krążników do badań użyto dwóch ich rodzajów:

1. Krążniki wytwarzane przez Mikołowskie Zakłady Budowy Maszyn Górniczych oznaczone symbolem A (rys. 1).

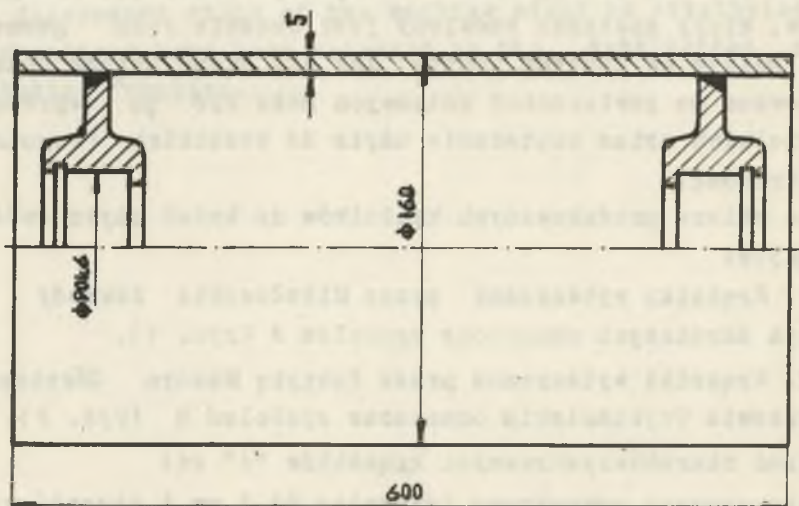
2. Krążniki wytwarzane przez Fabrykę Maszyn Górniczych w Piotrkowie Trybunalskim oznaczone symbolem B (rys. 2).

Cechami charakterystycznymi krążników "A" są:

- małe wymiary zewnętrzne (średnica 88,5 mm i długość 210 mm),
- gniazda na łożyska tłoczone z blachy stalowej głębokotłocznej odznaczającej się bardzo dużą podatnością.



Rys. 1. Płaszczyzna krążnika A



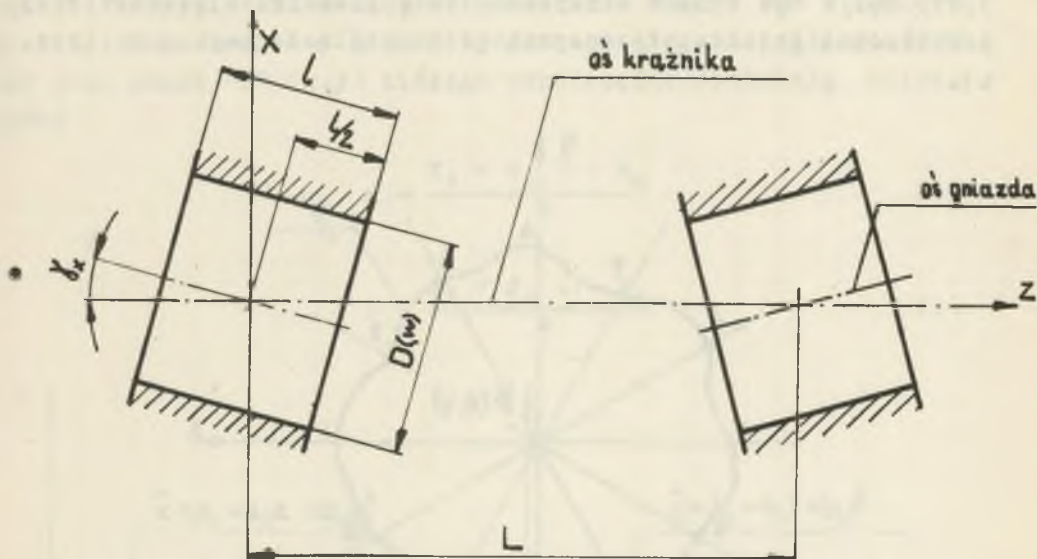
Rys. 2. Płaszczyzna krążnika B

Cechami charakterystycznymi krążników "B" są:

- duże wymiary zewnętrzne (średnica 160 mm i długość 600 mm),
- gniazda na łożyska stalowe kute odznaczające się dużą sztywnością w stosunku do pierścieni łożysk.

Do cech geometrycznych krążników mających zasadniczy wpływ na ich działanie zaliczono (rys. 3):

- wcisk "W" między gniazdem na łożysko a łożyskiem,
- kąt γ jaki tworzy gniazdo łożyska z osią krążnika, a ściślej różnica między kątem swobodnego odchylenia względem siebie pierścieni łożyska tocznego i kątem γ ,
- odchyłka kształtu gniazda na łożysko.



Rys. 3. Schemat usytuowania gniazd krążnika

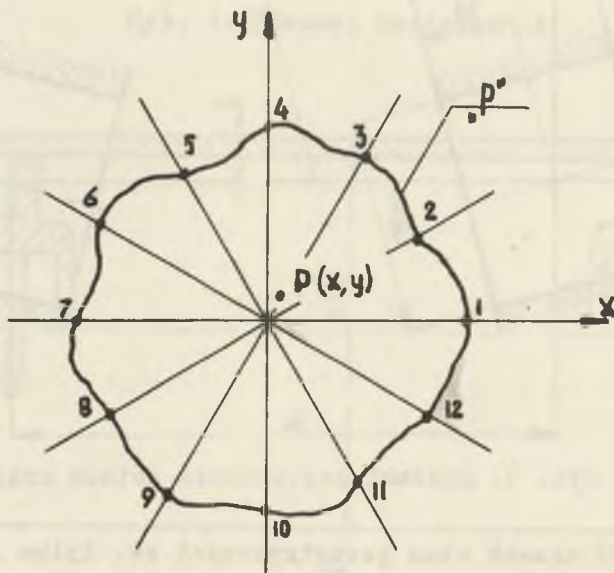
Spośród trzech cech geometrycznych ww. tylko jedna mianowicie wcisk nie nastęroza większych trudności przy jej wyznaczeniu. Przy wyznaczaniu kąta γ rzecz zaczyna się komplikować w sposób zasadniczy. Trudność leży głównie w tym, że na wielkość tego kąta wpływa między innymi odchyłka kształtu.

Jeżeli chodzi o odchyłkę kształtu to w tej chwili istnieje w Polsce dokument obowiązujący w postaci projektu PN/M-02137, PN/M-02138 pozwalający na obliczenie jej wielkości.

Projekt ten budzi wiele zastrzeżeń o spowodowało pojawienie się różnych propozycji rozwiązania zagadnienia.

W badaniu krążników dokonano próby zastosowania projektu PN do obliczenia odohyłki kształtu gniazd na łożyska. Niezgodność z PN polegała na tym, że zamiast budzącej wiele wątpliwości powierzchni przylegającej użyto powierzchni najmniejszych kwadratów.

Do badań użyto 19 krążników "A" oraz 25 "B". Gniazda krążników "A" zmierzono przyrządem TALYROND-HOBSON w Kraśnickiej Fabryce Łożysk Toocznych. W każdym gnieździe dokonano pomiarów w ośterech płaszczyznach równoległych do siebie i prostopadłych do osi krążnika. Odległość między płaszczyznami wynosiła 3,175 mm. W ten sposób otrzymano linię przecięcia rzeczywistej powierzchni gniazda płaszczyzną prostopadłą do jego osi (rys. 4).



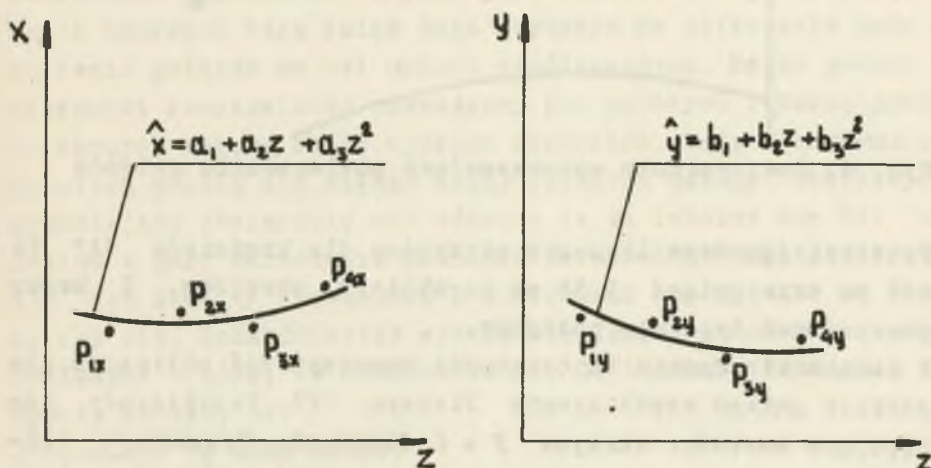
Rys. 4. Rozkład punktów pomiarowych gniazda

Do analizy użyto jednak nie całej linii lecz tylko 12 jej punktów obranych zgodnie z rys. 4. Przyjmując powyższe założenie rzeczywistą powierzchnię jednego gniazda reprezentuje 48 punktów.

Do pomiaru gniazd krążników "B" użyto specjalnie w tym celu zbudowanego przyrządu. W tym przypadku nie uzyskuje się linii ciągłej jak na rys. 4 lecz współrzędne punktów powierzchni rzeczywistej. Pomiaru dokonano w pięciu płaszczyznach równoległych i odległych od 4 mm. W każdej płaszczyźnie zmierzono współrzędne 8 punktów. Powierzchnia rzeczywista jest więc reprezentowana przez 40 punktów. Celem znalezienia składowych odchyłki kształtu zgodnie z projektem PN postanowiono przez punkty gniazd doprowadzić powierzchnię obliczoną metodą najmniejszych kwadratów i wszelkie obliczenia dokonać w oparciu na tej powierzchni. Równania takiej powierzchni mogą być różne, ze względów praktycznych postanowiono oprzeć się na równaniach paraboli. Przyjęto założenie, że środkiem linii "p" (rys. 4) przecięcia powierzchni gniazda płaszczyzną prostopadłą do jego osi jest punkt "P" (x,y) którego współrzędne spełniają zależność

$$x = \frac{x_1 + x_2 \dots x_n}{n} \quad (1)$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 \dots y_n}{n} \quad (2)$$

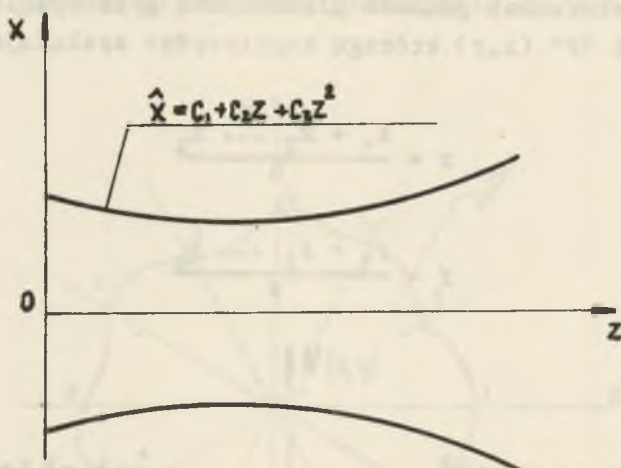


Rys. 5. Linia aproksymująca os gniazda

Jest to równoznaczne z warunkiem, że suma kwadratów odległości poszczególnych punktów od punktu "P" jest najmniejsza. Przez punkty w ten sposób obliczone prowadzimy parabole drugiego stopnia w płaszczyznach xz i yz otrzymując linię przetrzenną będącą osią gniazda.

Na podstawie równań "x" i "y" możemy obliczyć kąt γ . Następnie dokonujemy transformacji takiej, że oś gniazda pokryje się z osią "z". Praktycznie uzyskuje się to przez przesunięcie współrzędnych punktów o wielkości obliczone na podstawie równań osi gniazda.

Przez punkty uzyskane tym sposobem prowadzimy paraboloidę obrotową drugiego stopnia (rys. 6), która łącznie z równaniami osi zastępuje powierzchnię rzeczywistą.



Rys. 6. Powierzchnia aproksymująca powierzchnię gniazda

Podstawiając dane liczbowe otrzymano dla krążników "A" 76 równań na osie gniazd i 38 na paraboloidy obrotowe. Z braku miejsca równań tych nie podajemy.

W celu stwierdzenia skuteczności aproksymacji obliczono dla wszystkich gniazd współczynnik Fishera "F". Przybierały one następujące wartości skrajne $F = 0,16 \div 28,88$. Przeważały jednak wartości niższe. Przy poziomie istotności 0,05; $F = 4,26$ a dla poziomu istotności 0,01; $F = 8,65$. Jak wynika z poda-

nych liczb istnieje bardzo duży rozrzut danych. Należy przypuszczać, że dobra kolieracja niektórych gniazd jest zjawiskiem przypadkowym. Wyciągnięto stąd ogólny wniosek, że powierzchnia przez nas poprowadzona nie reprezentuje powierzchni rzeczywistej w sposób istotny. W tej sytuacji można by poprowadzić inną powierzchnię i zbadać jej istotność. Biorąc pod uwagę to, że powierzchnie badane są stosunkowo krótkie, dla krążników "A" około 12 mm i dla krążników "B" 16 mm nie należy się spodziewać dużo lepszych wyników. Należy więc stwierdzić, że nie jest możliwe zastosowanie projektu PN do określenia odchyłek kształtu badanych powierzchni. Gdyby nawet to było możliwe nie oznaczałoby automatycznie, że należy się opierać przy wyznaczaniu odchyłek kształtu na projekcie PN.

Ponieważ zagadnienia odchyłki kształtu oraz kąta nachylenia osi gniazda do osi krążnika nie udało się rozwiązać istniejącymi metodami więc zrezygnowano z nich i postanowiono opracować własne metody oceny ww wielkości.

Rezygnujemy z prowadzenia przez punkty powierzchni, ponieważ nie reprezentuje ona powierzchni rzeczywistej w sposób dostateczny a ponadto należy dokonać wiele żmudnych obliczeń aby otrzymać jej równania.

Metoda nasza oparta jest na następującym rozważaniu. Powierzchnia gniazda na łożysko jest walcem. Z tego wynika, że każda tworząca tego walca może posłużyć do obliczenia kąta nachylenia gniazda do osi układu współrzędnych. Przez punkty powierzchni rzeczywistej prowadzimy pęk prostych (tworzących) obliczonych metodą najmniejszych kwadratów. Kąty nachylenia tych prostych różnią się między sobą. Istnieją metody statystyczne pozwalające stwierdzić czy różnice te są istotne czy nie przy jakimś z góry określonym poziomie istotności. Należałoby ustalić ten stopień istotności i stwierdzić czy różnice są istotne czy nie. Rozsądniejsze wydaje się jednak inne rozwiązanie. Zakładamy z góry, że różnice te nie są istotne. Założenie to oparto na tym, że:

- oceniamy tę samą rzecz,
- trudno znaleźć logiczne uzasadnienie wyboru jakiegoś stopnia istotności,

- nie widzimy możliwości wykorzystania różnic między współczynnikami nachylenia poszczególnych tworzących.

Możemy więc obliczyć łączny współczynnik nachylenia prostej b_{py} oraz łączną wariancję oszacowania $s^2(\hat{y})_p$ na podstawie zależności.

$$b_{py} = \frac{\sum' z_1 y_1 + \sum' z_2 y_2 + \dots + \sum' z_n y_n}{\sum' z_1^2 + \sum' z_2^2 + \dots + \sum' z_n^2} \quad (3)$$

$$s^2(\hat{y})_p = \frac{(N_1-2) s^2(\hat{y}_1) + (N_2-2) s^2(\hat{y}_2) + \dots + (N_n-2) s^2(\hat{y}_n)}{(N_1-2) + (N_2-2) + \dots + (N_n-2)} \quad (4)$$

Analogiczne wzory można napisać na b_{px} i $s^2(\hat{x})_p$. Dodając geometrycznie b_{py} i b_{px} otrzymamy współczynnik nachylenia prostej b_p .

$$b_p = \sqrt{b_{py}^2 + b_{px}^2} \quad (5)$$

oraz

$$K = \sqrt{s^2(\hat{y})_p + s^2(\hat{x})_p} \quad (6)$$

gdzie:

$x_1, x_2 \dots x_n$

$y_1, y_2 \dots y_n$ - współrzędne bieżące poszczególnych tworzących

$z_1, z_2 \dots z_n$

$N_1, N_2 \dots N_n$ - liczba punktów poszczególnych tworzących

$s^2(\hat{y}) = \frac{(1-r^2)\sum y'^2}{N-2}$ - wariancja oszacowywania poszczególnej tworzącej

r - współczynnik korelacji

$$\Sigma'y^2 = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} \quad r = \frac{\Sigma'zy}{(\Sigma z^2 \Sigma y'^2)^{1/2}}$$

$$\Sigma'zy = \Sigma zy - \frac{\Sigma z \Sigma y}{N}$$

Wzór (4) znacznie się uprości jeżeli wszystkie tworzące prowadzi się przez jednakową liczbę punktów N .

$$s^2(\hat{y})_p = \frac{s^2(\hat{y}_1) + s^2(\hat{y}_2) + \dots + s^2(\hat{y}_n)}{N} \quad (4a)$$

Łączna wariancja oszacowywania K^2 jest faktycznie pewną miarą rozrzutu punktów powierzchni rzeczywistej. Nie więc nie stoi na przeszkodzie aby wartość tę przyjąć jako miarę odchyłki kształtu. Może ona również posłużyć do obliczenia przedziału ufności współczynnika nachylenia prostej przy założonym stopniu istotności. Na podstawie dalszych badań jako odchyłkę kształtu przyjęto wielkość K a nie K^2 .

Okazało się, że wielkość K lepiej się nadaje do obliczenia funkcji korelacyjnej oporu ruchu krążników oraz odkształceń pierścieni łożysk tocznych włączanych w badane gniazda. Ostatecznie przyjmujemy dwie wielkości b_p i K , które pozwolą ocenić kąt nachylenia gniazda oraz odchyłkę kształtu. Łatwo zauważyć, że po niewielkich zmianach metodę tę można zastosować do wszelkich powierzchni obrotowych i płaskich. (W zasadzie do wszystkich powierzchni najczęściej stosowanych w budowie maszyn).

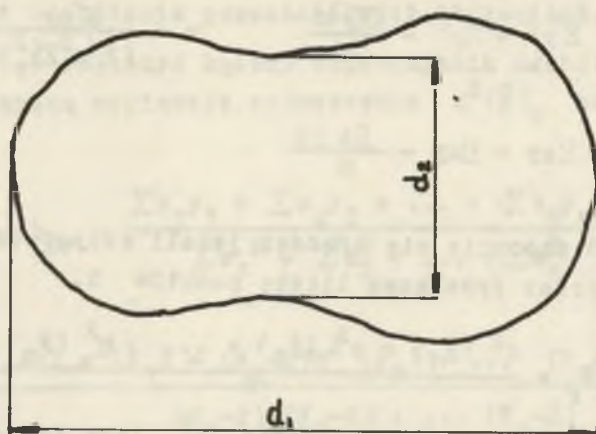
Celem sprawdzenia przydatności wprowadzonej metody dokonano kilku badań kontrolnych. Jedno z nich polegało na wciskaniu pierścieni łożysk tocznych w badane gniazda i pomiarze odkształceń tych pierścieni. Odkształcenia wszystkich pierścieni były bardzo do siebie podobne i przedstawiały się jak na rys. 7.

Odkształcenie pierścieni oznaczono przez $y = d_1 - d_2$.

Należy przypuszczać, że największy wpływ na "y" mają:

- wcisk (x_1) oraz
- odchyłka kształtu (x_2).

($x_2 = K$; wprowadzono w celu ujednoczenia oznaczeń).



Rys. 7. Deformacja pierścienia łożyskowego wtłoczonego w badane gniazdo

Tablica 1

Wartości liczbowe woisku x_1 , odchyłek kształtu x_2 oraz deformacji y pierścieni wtłoczonych w badane gniazda

Lp.	y mikrony	x_1 mikrony	x_2 mikrony
1	9	49	49
2	20	89	34
3	23	72	47
4	29	115	24
5	30	108	38
6	31	36	37
7	36	140	55
8	42	85	31
9	42	99	41

od. tablicy 1

Lp.	y mikrony	x ₁ mikrony	x ₂ mikrony
10	65	-2	44
11	122	132	65
12	130	101	47
13	145	31	133

Założono, że między liczbami z tablicy 1 istnieje zależność liniowa

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

Po dokonaniu obliczeń otrzymano

$$a = -19,97 \quad b_1 = 0,17055 \quad b_2 = 1,24594$$

Równanie przybierze więc postać

$$\hat{y} = -19,97 + 0,17055 x_1 + 1,24594 x_2$$

Współczynnik Fischera $F = 5,206$

Z tablic przy odpowiedniej liczbie stopni swobody

$$F_{0,05} = 3,98$$

$$F_{0,01} = 7,20$$

Z porównania wartości F wynika, że korelacja jest istotna na poziomie istotności 0,05 ale nie poziomie 0,01.

Porównując współczynniki " b_1 " i " b_2 " należy stwierdzić, że na odkształcenie pierścieni łożysk w sposób zdecydowanie większy wpływa odchyłka kształtu niż wcisku. Wobec tego znaleziono zależność

$$\hat{y} = a + b x_2$$

Po dokonaniu obliczeń

$$\hat{y} = - 2,72 + 1,17716 x_2$$

Kwadrat współczynnika korelacji $r^2 = 0,487$. Z tablic

$$r_{0,01} = 0,684; \quad r_{0,01}^2 = 0,467$$

Przedział ufności korelacji wynosi powyżej 99%. Przy uwzględnieniu tylko odchyłki kształtu korelacja jest nieco lepsza niż przy uwzględnieniu odchyłki kształtu łącznie z wciskiem.

Innym rodzajem kontroli proponowanej metody był pomiar oporów ruchu krążników i szukania związku między nimi a cechami geometrycznymi gniazd. Badaniom poddano krążniki "A" i "B" w różnych warunkach ruchu. Dla przykładu podajemy wyniki uzyskane z badań krążników "B".

Jeżeli wprowadzimy oznaczenia:

- \hat{y} - opory ruchu w dkg,

x_1 - wcisk w mikronach,

x_2 - odchyłka kształtu w mikronach,

$x_3 = x'_3 + 30$, x'_3 - różnica między kątem wychylenia pierścieni łożysk tocznych i kątem nachylenia gniazda do osi krążnika

to zależność między tymi wielkościami jest

$$\log \hat{y} = 0,32714 + 0,47274 \log x_1 + 0,21492 \log x_2 + 0,32838 \log x_3$$

Przedział ufności korelacji oceniono na 90%.

Dla krążników "B" korelacja liniowa okazała się nieistotna. Jeżeli weźmiemy udział procentowy poszczególnych wielkości w sumie kwadratów zniesionych przez korelację to przedstawia on następująco

$$x_1 - 59,5\%$$

$$x_2 - 22,3\%$$

$$x_3 - 18,1\%$$

Как widzimy z powyższego zestawienia wszystkie trzy wielkości mają duży wpływ на опоры z tym, że decydujące znaczenie mają wałki.

Analizując powyższe uważamy за uzasadnione stosowanie zaproponowanej metody в badaniach cech geometrycznych krążników.

LITERATURA

- [1] Jakubowski Tadeusz - Analiza wymiarowa zmienności części PWT, 1958.
- [2] Kolman Romuald, Meller Elżbieta, Meller Andrzej - Dokładność kształtu i położenia в процесach technologicznych WNT 1969 r.
- [3] Volk W. - Statystyka stosowana dla inżynierów WNT 1961.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВНЕШНЕЙ СТРУКТУРЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОДШИПНИКОВЫХ ГНЕЗД

Резюме

В статье рассмотрели применение сейчас находящихся методов, для оценки геометрических черт роликовых подшипников скольжения. На основе анализа пришли к выводу их непригодности и в связи с этим разработали новый метод метод геометрических свойств гнезд для скользящих подшипников, опираясь основах математической статистики.

С целью выявления пригодности предлагаемого метода провели проверочные испытания, которые подтвердили целесообразность его применения.

A MATHEMATICAL MODEL OF THE OUTER STRUCTURE OF GEOMETRICAL BEARING SOCKETS

S u m m a r y

The article discusses the possibility of applying the existing methods for the estimation of the geometrical features of sockets for the rolling bearings of runners. Their uselessness has been proved by means of analysis, and thus a new method of estimating the geometrical features of the sockets for rolling bearings has been developed, which is based on the principles of mathematical statistics.

In order to find out whether this method is applicable control tests have been carried out, and these have proved the usefulness of its application.