

ANDRZEJ KORCZAK

Katedra Maszyn Hydraulicznych i Powietrznych

## ANALIZA DYNAMIKI UKŁADU POMPOWEGO

Streszczenie. W pracy rozpatrzono własności dynamiczne układu pompowego oraz uzasadniono potrzebę takiej analizy. Określono czas ustalenia się parametrów pracy po zmianie charakterystyki układu pompowego. Przyrównano układ pompowy do elementu inercyjnego jako modelu i określono stałą czasową modelu. Przytoczono przykład liczbowy.

## 1. Wstęp

Znajomość dynamiki układów pompowych jest szczególnie konieczna przy ich automatyzacji, w celu analizy współpracy elementów automatyki z układem pompowym.

Również przy badaniach charakterystyk pomp wirowych znajomość dynamiki układu pompowego jest konieczna przy ustalaniu odstępu czasu, jaki powinien być zachowany pomiędzy zmianą parametrów pracy, a kolejnym odczytem ich wartości na przyrządach pomiarowych.

Charakterystyka pompy wirowej nie zależy od układu pompowego w jakim pompa jest zainstalowana [1]. Pomiar charakterystyki pompy zainstalowanej w różnych układach pompowych da w jednakowych zakresach pracy te same zależności  $H = f(Q)$ ,  $N = f(Q)$ ,  $\eta = f(Q)$ .

W ustalonych warunkach pracy, punkt pracy układu pompowego będzie leżał w punkcie przecięcia się charakterystyki pompy i charakterystyki przewodu rurowego.

Przy szybkiej zmianie charakterystyki przewodu rurowego np, przez zdławienie przepływu zasuwą, prędkość ustalenia się nowych parametrów pracy będzie zależeć od własności dynamicznych układu pompowego.

Przy założeniu, że charakterystyka pompy nie uległa zmianie, czas ustalenia się parametrów pracy będzie uzależniony od dynamiki układu pompowego, w którym pompa jest zainstalowana.

## 2. Charakterystyki pompy i układu pompowego

Charakterystykę przepływu pompy wirowej w pewnym zakresie pracy układu pompowego można dla stałej liczby obrotów z wystarczającą dokładnością przedstawić równaniem [2]

$$H = H_0 - A Q^2 \quad (1)$$

gdzie:

- H - użyteczna wysokość podnoszenia pompy,
- Q - wydajność pompy,
- $H_0, A$  - stałe charakterystyki dla danej pompy.

Ze względu na małą objętość pompy w stosunku do objętości przewodu rurowego, nie wzięto pod uwagę bezwładności cieczy wypełniającej pompę. Charakterystykę układu pompowego opisuje równanie [3]

$$H_r = H_{St} + H_{Dy} + \frac{1}{g} \int_0^l \frac{dv}{dt} dl \quad (2)$$

gdzie:

- $H_r$  - wysokość podnoszenia układu pompowego,
- $H_{St}$  - statyczna wysokość podnoszenia,
- $H_{Dy}$  - dynamiczna wysokość podnoszenia,
- $\frac{1}{g} \int_0^l \frac{dv}{dt} dl$  - wielkość przyrostu energii kinetycznej cieczy wypełniającej rurociągi.

Dynamiczną wysokość podnoszenia można opisać równaniem:

$$H_{Dy} = C Q^2 \quad (3)$$

gdzie:

$C$  - współczynnik oporu przewodów rurowych.

Dla danego układu pompowego wielkość przyrostu energii kinetycznej cieczy wypełniającej przewody rurowe, można określić zależnością

$$\frac{1}{g} \int_0^l \frac{dv}{dt} dl = \frac{1}{g} \frac{dQ}{dt} \int_0^l \frac{dl}{F} = \frac{1}{g} Q' \int_0^l \frac{dl}{F} \quad (4)$$

Dla danej instalacji pompowej

$$\frac{1}{g} \int_0^l \frac{dl}{F} = \text{const} = B \quad (5)$$

W wyniku charakterystykę układu pompowego opisuje równanie

$$H_R = H_{St} + C Q^2 + B Q' \quad (6)$$

gdzie:

$$C = \frac{H_0 - H_{St}}{Q^2} - A + \Delta C = C_1 + \Delta C$$

Natomiast współpracę pompy wirowej z układem pompowym przy stanach nieustalonych opisuje równanie

$$H_0 - A Q^2 = H_{St} + C Q^2 + B Q' \quad (7)$$

po przekształceniu

$$H Q' - A + C Q^2 + H_{St} - H_0 = 0 \quad (7a)$$

Uzyskano równanie różniczkowe z zmiennym parametrem  $C$ , którym jest współczynnik oporu przewodów rurowych.

### 3. Czas ustalenia się parametrów pracy no zmianie charakterystyki układu pompowego

Zmianę charakterystyki przewodu rurowego można spowodować np. zmianą oporu zasowy, na króćcu tłocznym pompy, a więc przez zmianę dynamicznej wysokości podnoszenia.

Przekształcając równanie (7a) otrzymamy:

$$dt = \frac{B d Q}{(H_0 - H_{St}) - (A + C)Q^2} \quad (7b)$$

zaś dla skończonych zmian wielkości parametrów

$$t = B \int_{Q_1}^{Q_2} \frac{dQ}{(H_0 - H_{St}) - (A + C)Q^2} \quad (7c)$$

gdzie:

$Q_1$  - początkowa wydajność dla współczynnika  $C_1$ ,

$Q_2$  - końcowa wydajność dla współczynnika  $C = C_1 + C$ .

Wartość całki (7c) a więc czas ustalenia się nowych parametrów pracy

$$t = \infty \quad (7d)$$

Jak wynika z analizy równania (7c) przebiegi funkcji  $Q = f(t)$  są podobne do charakterystyki elementu inercyjnego, układ osiąga nowy stan równowagi w sposób asymptotyczny. Wobec powyższego dla uproszczenia analizy, celowe jest porównanie układu pompowego z elementem inercyjnym.

### 4. Element inercyjny jako model układu pompowego

W celu ułatwienia analizy równań opisujących charakterystykę pompy wirowej oraz układu pompowego przeprowadzono ich liniaryzację. Przyrost wysokości podnoszenia pompy wyrazi się wzorem:

$$\Delta H = \frac{\partial H}{\partial Q} \Delta Q = - 2 Q_1 \Delta Q \quad (8)$$

Natomiast przyrost wysokości podnoszenia układu pompowego w przypadku zmiany współczynnika oporu przewodów rurowych  $C$  określi wzór:

$$\Delta H_r = \frac{\partial H}{\partial Q} \Delta Q + \frac{\partial H}{\partial C} \Delta C = 2 C_1 Q_1 \Delta Q + B \Delta Q' + Q_1^2 \Delta C \quad (9)$$

Dla współpracy pompy z układem pompowym przyrosty wysokości podnoszenia muszą być sobie równe, w wyniku otrzymamy

$$- 2 A Q_1 \Delta Q = 2 C_1 Q_1 \Delta Q + B \Delta Q' + Q_1^2 \Delta C \quad (10)$$

zaś po przekształceniu

$$\frac{B}{2 (A + C_1) Q_1} \Delta Q' + \Delta Q = - \frac{Q_1}{2 (A + C_1)} \Delta C \quad (10a)$$

Otrzymano równanie jak dla elementu inercyjnego rzędu pierwszego.

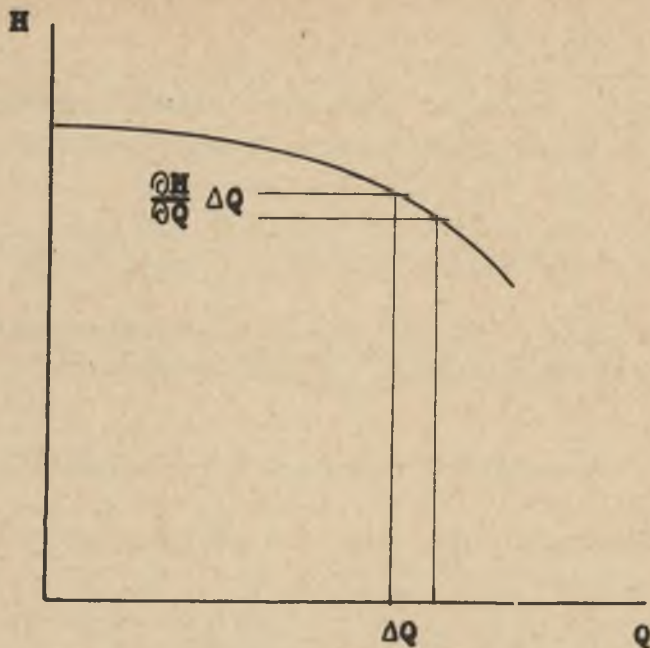
Dla układu pompowego jako dla elementu inercyjnego możemy określić stałą czasową

$$T = \frac{B}{2(C + A) Q_1} \quad (11)$$

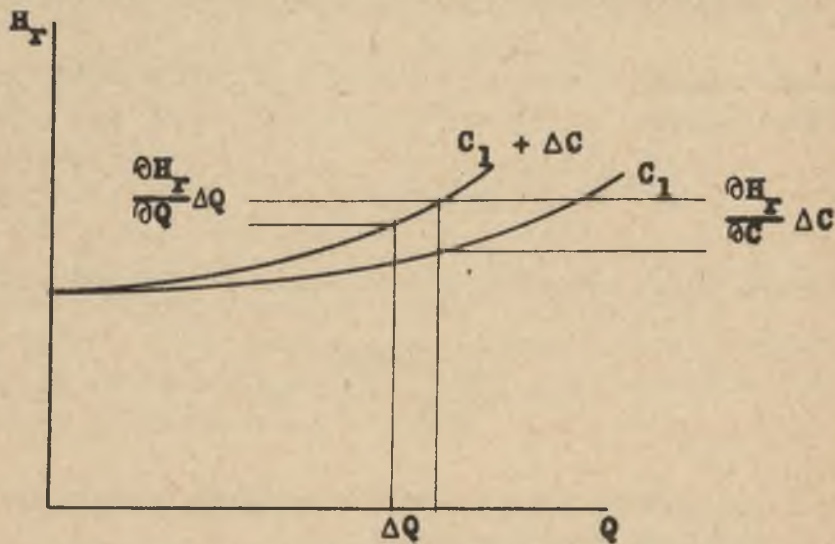
zaś równanie (10a) można przedstawić w postaci operatorowej [4]

$$\Delta Q = \frac{- \frac{Q_1}{2 (A + C_1)} \Delta C}{T_s + 1} \quad (12)$$

Wielkością charakterystyczną elementu inercyjnego jest stała czasowa  $T$  określona równaniem (11).



Rys. 1. Zmienna wysokość podnoszenia pompy



Rys. 2. Zmienne charakterystyki przewodu rurowego

Uwzględniając równanie (5) otrzymamy

$$T = \frac{\frac{1}{g} \int_0^l \frac{dl}{F}}{2(C + A) Q_1} \quad (13)$$

Stała czasowa układu pompowego będzie ta sama przy skokowych zmianach również innych parametrów jak  $H_{St}$  oraz  $H_0$  i  $A$  co wiąże się ze zmianą obrotów. Natomiast funkcja przejścia będzie miała podobny charakter [5].

Z analizy równania (13) wynika, że stała czasowa układu pompowego jako elementu inercyjnego jest proporcjonalna do długości przewodów rurowych  $l$ , zaś odwrotnie proporcjonalna do wydajności początkowej  $Q_1$  oraz do współczynników kierunkowych charakterystyk  $A$  i  $C$  tzn. do nychylenia charakterystyk pompy i układu pompowego w rozpatrywanym zakresie parametrów. Z powyższych rozważań między innymi wynika, że przy charakterystyce układu pompowego bardziej płaskiej, czas ustalenia się nowych parametrów pracy będzie dłuższy.

### 5. Przykład liczbowy

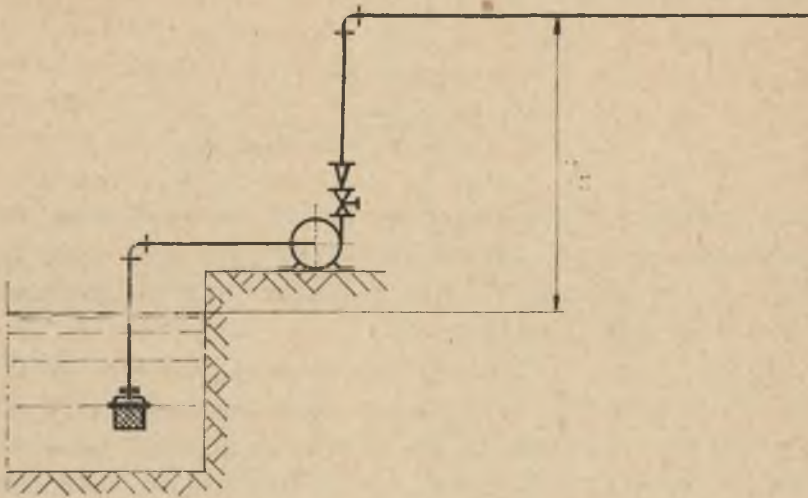
Dla układu pompowego przedstawionego na rys. 3, w którym przewody ssawny i tłoczny zbudowane są z przewodów rurowych o łącznej długości  $l = 100$  m oraz o stałej średnicy  $d = 0,100$  m; określić stałą czasową przy następujących charakterystykach pompy:

$$H = 45 - 70000 Q^2$$

oraz instalacji pompowej:

$$H_r = 30 + 15000 Q^2 + B \frac{dQ}{dt}$$

oraz przy początkowej wydajności  $Q_1 = 0,0133 \text{ m}^3/\text{s}$ .



Rys. 3. Schemat układu pompowego

Stała charakterystyczna układu pompowego

$$B = \frac{1}{g F} = \frac{100}{9,81 \frac{1 \cdot 0,1^2}{4}} = 1295 \text{ s}^2/\text{m}^2$$

Wielkość stałej czasowej w rozważanym przykładzie wyniesie

$$T = \frac{B}{2C + A Q_1} = \frac{1295}{2 \cdot 70000 + 15000 \cdot 0,0133} = 0,573 \text{ s}$$

Czas, po którym zmiana wydajności wyniesie 99% całkowitej zmiany (do parametrów ustalonych) wynosi:

$$T = 4,6 T = 4,6 \cdot 0,573 = 2,63 \text{ s}$$



## 6. Wnioski

Powyższa analiza pozwala na jakościową ocenę wielkości czasu ustalenia się parametrów pracy układu pompowego po zmianie jednego z parametrów, najczęściej charakterystyki układu pompowego. Z wzoru (13) wynika, że stała czasowa, a zatem i czas ustalenia się parametrów pracy jest tym dłuższy im charakterystyka pompy jest bardziej płaska oraz im większe wartości przyjmują długości przewodów rurowych. Wzrost współczynnika oporu liniowego przewodów rurowych, do której proporcjonalna jest stała C charakterystyki układu pompowego wpływa na zmniejszenie stałej czasowej. Wielkość średnicy przewodów rurowych wpływa na wartość stałej czasowej w sposób zmienny i jest określona średnica, dla której stała czasowa osiąga maksimum.

## LITERATURA

- [1] ŁAZARKIEWICZ Szczepan, TROSKOLAŃSKI Adam T. - Pompy wirowe, Wyd. Naukowo-Techniczne, Warszawa 1968.
- [2] KORCZAK Andrzej, ROKITA Jerzy - Niektóre problemy współpracy pompy wirowej ze zbiornikami otwartymi, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Energetyka" Zeszyt nr 27, Gliwice.
- [3] CZETWERTYŃSKI Edward, UTRYSKO Bohdan - Hydraulika i hydro-mechanika, Państwowe Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1968.
- [4] ECKMAN Donald P. - Regulacja automatyczna procesów przemysłowych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1961.
- [5] PROFOS Paul - Die Regelung von Dampfanlagen Springer - Verlag, Berlin 1962.

## АНАЛИЗ ДИНАМИКИ НАСОСНОЙ СИСТЕМЫ

## Р е з ю м е

В работе рассмотрены динамические свойства насосной системы, а также мотивировано необходимость такого анализа. Определено время стабилизации параметров работы после изменения характеристики насосной системы с инерционным элементом, как модель, и определено постоянное времени модели. Приведён числовой пример.

## ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF A PUMP SYSTEM

## S u m m a r y

The paper discusses the dynamic properties of a pump system and motivates the necessity of such an analysis. There has been determined the time which is needed for the establishment of the working parameters after the characteristics of the pump system have been changed. The pump system has been compared with an inertial element as a model and the time constant of this model has been determined. A numerical example is being provided.