

Waldemar GRZECHCA  
Politechnika Śląska

## ANALIZA PORÓWNAWCZA DWÓCH ALGORYTMÓW BALANSOWANIA LINII MONTAŻOWEJ

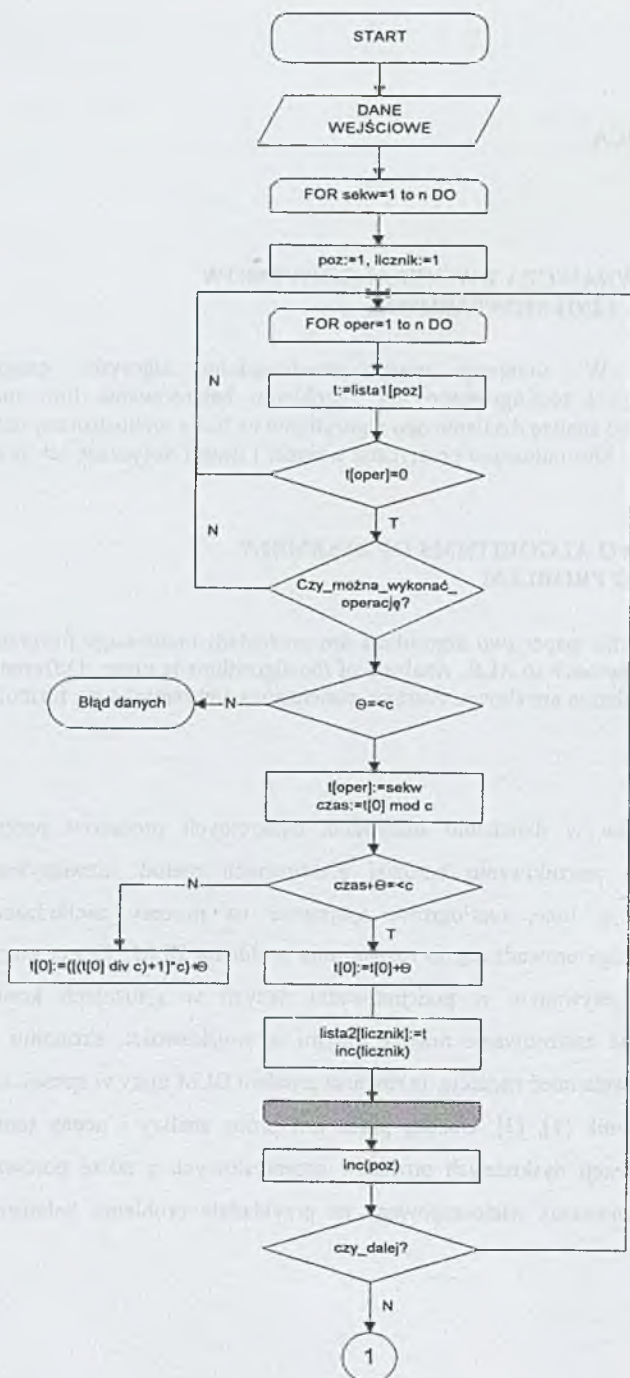
**Streszczenie.** W niniejszej pracy przedstawiono algorytm programowania wieloetapowego i teoriogrowego dla problemu balansowania linii montażowej. Przeprowadzono analizę działania obu algorytmów na bazie wielostronnej ich symulacji komputerowej. Sformułowano praktyczne wnioski i uwagi dotyczące ich praktycznego zastosowania.

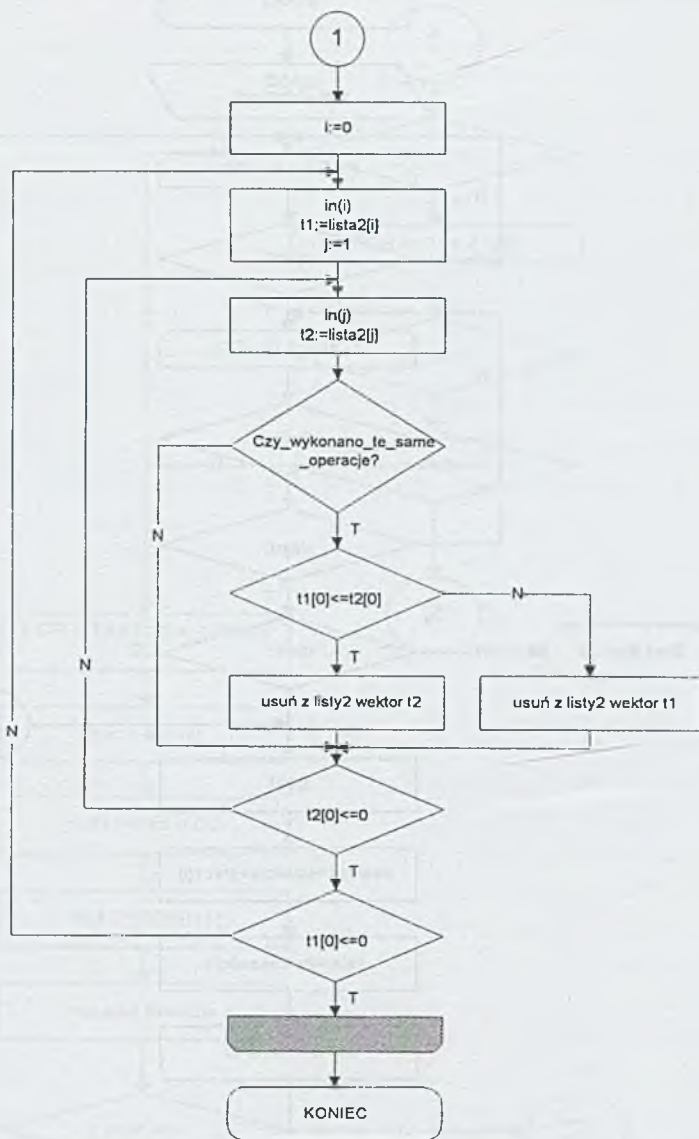
## ANALYSIS OF TWO ALGORITHMS OF ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM

**Summary.** In the paper two algorithms are presented: multi-stage programming and theory game approach to ALB. Analysis of the algorithms is given. Different results of computer simulation are shown. Practical conclusions and remarks are formulated.

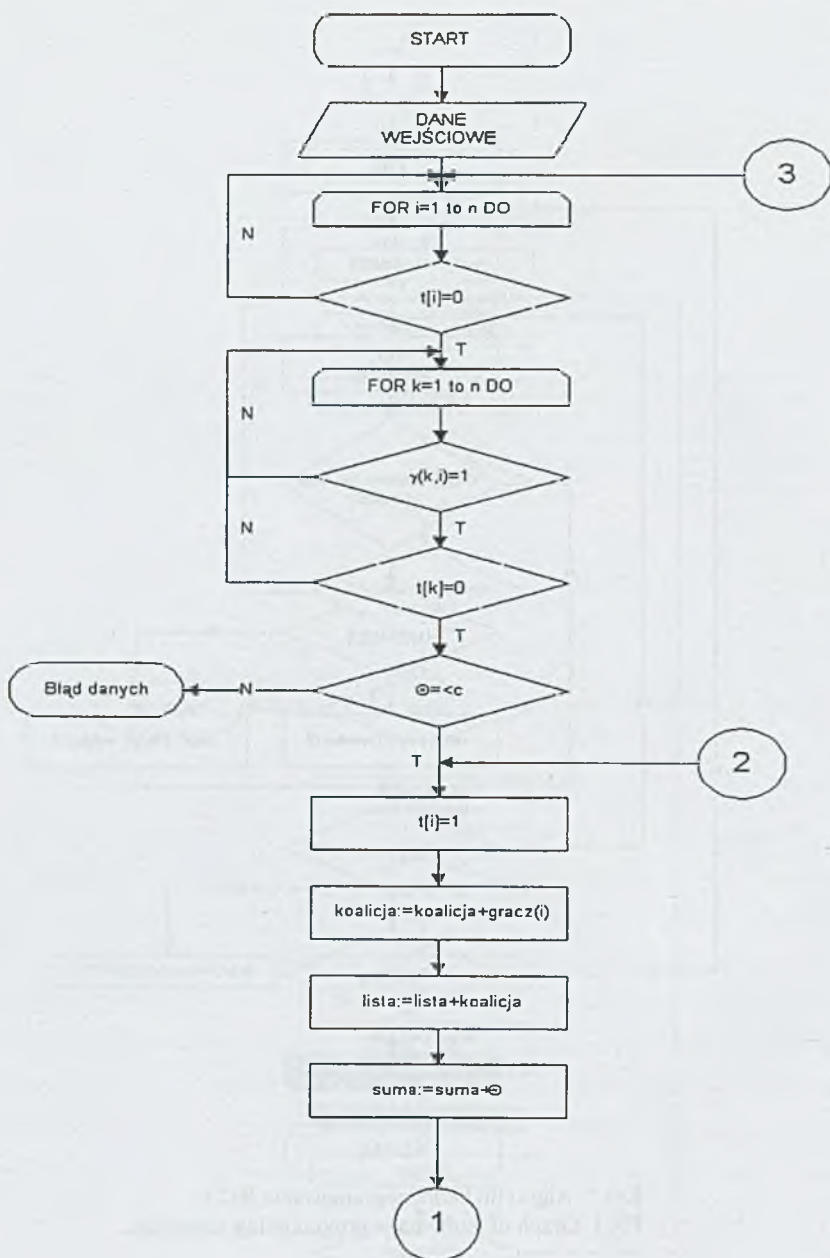
### 1. Wstęp

Obecnie prace w dziedzinie sterowania dyskretnych procesów przemysłowych koncentrują się na poszukiwaniu bardziej efektywnych metod rozwiązywania zadań sterowania produkcją. Inne, teoriogrowe spojrzenie na procesy zachodzące na linii montażowej było drogą prowadzącą do rozwiązania problemu BLM. Teoria gier, która jest narzędziem wykorzystywanym w podejmowaniu decyzji w sytuacjach konfliktowych, znalazła już szerokie zastosowanie między innymi w wojskowości, ekonomii czy też w psychologii. To pozwala mieć nadzieję, iż również problem BLM ujęty w sposób teoriogrowy da zadowalający wynik [1], [3]. Obecna praca jest próbą analizy i oceny teoriogrowego algorytmu optymalizacji dyskretnych procesów przemysłowych a także porównania go z algorytmem programowania wieloetapowego na przykładzie problemu balansowania linii montażowej.

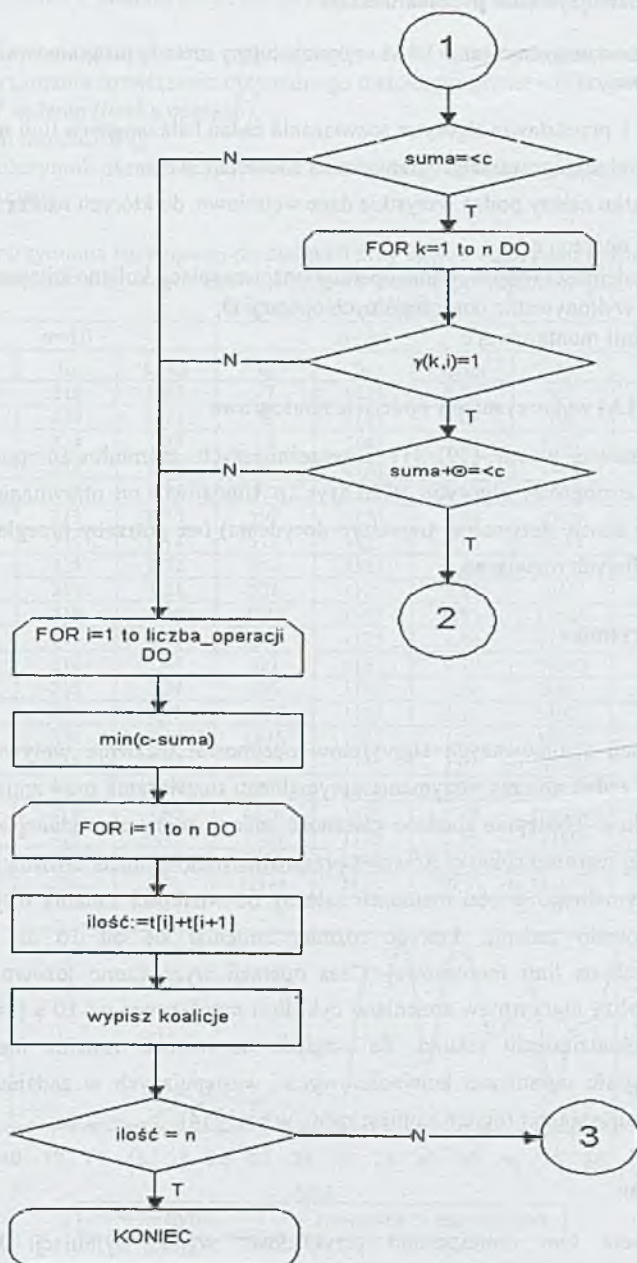




Rys.1. Algorytm harmonogramowania BLM  
 Fig.1. Graph of multi-stage programming algorithm







Rys.2. Algorytm teoriogrowy BLM

Fig.2. Graph of game theory algorithm

## 2. Algorytmy rozwiązywania problemu BLM

### 2.1. Algorytm harmonogramowania BLM wykorzystujący metodę programowania wieloetapowego [2]

Rysunek 1 przedstawia algorytm rozwiązania zadań balansowania linii montażowej za pomocą algorytmu szeregowania programowania wieloetapowego.

Na początku należy podać wszystkie dane wejściowe, do których należą:

- liczba operacji  $n$ ,
- graf kolejności wykonywania operacji (macierz relacji kolejności operacji  $G$ ),
- czasy wykonywania poszczególnych operacji  $\Theta$ ,
- cykl linii montażowej  $c$ .

### 2.2. Algorytm BLM wykorzystujący podejście teoriogrowe

Na podstawie wzoru (19) [1] i wcześniejszych sformułowań powstał poniżej przedstawiony teoriogrowy algorytm BLM (rys.2). Umożliwia on otrzymanie rozwiązania optymalnego (w sensie optymalnej trajektorii decydenta) bez potrzeby przeglądu zupełnego wszystkich możliwych rozwiązań.

## 3. Analiza algorytmów

### 3.1. Zakres badań

Plan badań analizowanych algorytmów obejmował ustalenie wpływu rozmiaru  $n$  rozpatrywanych zadań na czas otrzymania optymalnego rozwiązania przy zmianie wielkości założonego cyklu  $c$ . Następnie zbadano zależność zmiany rozmiaru zadania przy zachowaniu stałej wartości cyklu  $c$ . Również przeanalizowano moment zrównania otrzymania rozwiązania optymalnego w obu metodach zależny od wielkości zadania  $n$ , jak i cyklu  $c$ . Badanie obejmowało zadanie, którego rozmiar zmieniał się od 10 do 250 operacji przeprowadzanych na linii montażowej. Czas operacji wyznaczono losowo z przedziału [1,10] s. Dla analizy algorytmów zmieniano cykl linii montażowej od 10 s (najdłuższy czas operacji) do kilkudziesięciu sekund. Ze względu na rozmiar zadania niemożliwe jest przedstawienie grafu ograniczeń kolejnościowych występujących w zadaniu. Do analizy algorytmów wykorzystano program zamieszczony w pracy [4].

### 3.2. Wyniki badań

W punkcie tym umieszczono przykładowe wyniki symulacji komputerowej przeprowadzonej na komputerze z mikroprocesorem Pentium II 350 MHz 128MB RAM. Otrzymane rezultaty umieszczono w zamieszczonych tabelach 1 i 2 oraz, w formie wykresów, na rysunkach 3÷10.

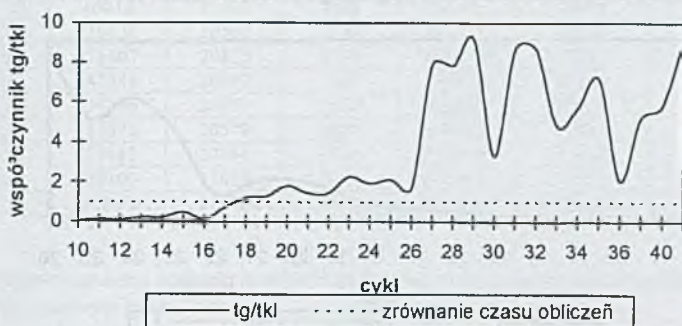
3.2.1. Wpływ rozmiaru zadania n na czas otrzymania rozwiązania optymalnego

$t_g$  – czas otrzymania rozwiązania optymalnego metodą wykorzystującą teorię gier,  
 $t_{kl}$  – czas otrzymania rozwiązania optymalnego metodą programowania wieloetapowego,  
 $n$  – rozmiar zadania (liczba operacji),  
 $c$  – cykl linii montażowej,  
 $t_g/t_{kl}$  – współczynnik określający stosunek czasów otrzymania rozwiązania optymalnego w obu algorytmach.

Tabela 1

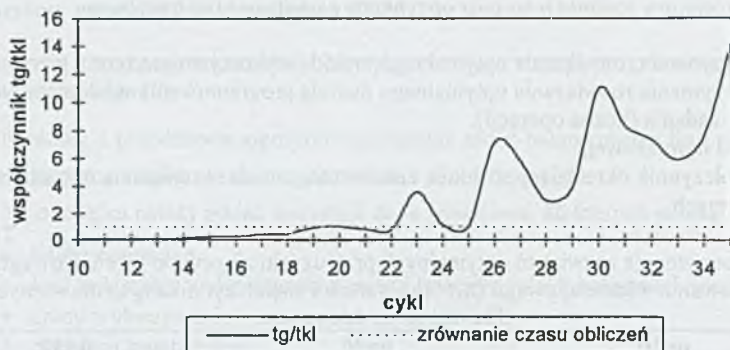
Czasy [ms] otrzymania rozwiązań optymalnych przy użyciu algorytmu teoriogrowego ( $t_g$ ) i programowania wieloetapowego ( $t_{kl}$ ) oraz wartości współczynnika  $t_g/t_{kl}$  dla różnych rozmiarów zadania n

c	n=10			n=30			n=50		
	$t_g$	$t_{kl}$	$t_g/t_{kl}$	$t_g$	$t_{kl}$	$t_g/t_{kl}$	$t_g$	$t_{kl}$	$t_g/t_{kl}$
10	16	219	0,07	47	1125	0,04	531	5640	0,09
11	31	219	0,14	78	1141	0,07	703	6047	0,12
12	31	234	0,13	78	1141	0,07	1547	5875	0,26
13	47	218	0,22	94	1125	0,08	1828	5656	0,32
14	47	219	0,22	172	1125	0,15	3172	5938	0,53
15	110	219	0,55	297	1156	0,26	2969	6078	0,49
16	31	219	0,14	312	1125	0,26	6844	5937	1,15
17	156	218	0,72	484	1125	0,43	10375	5656	1,83
18	265	219	1,21	531	1125	0,47	10391	5656	1,84
19	281	219	1,28	1047	1125	0,93	18828	5656	3,33
20	391	219	1,79	1172	1125	1,04	47594	5656	8,41
21	313	218	1,44	891	1141	0,79	59343	5891	9,97
22	314	219	2,29	906	1125	0,81	24891	5953	4,18
23	500	219	1,93	4109	1125	3,65	55922	5672	9,86
24	422	234	2,14	1375	1125	1,22	47906	5656	8,47
25	468	218	1,67	1172	1141	1,03	107281	5656	18,97
26	391	219	7,96	8109	1125	7,21	165172	5688	29,04
27	1735	218	7,85	6516	1125	5,79	299734	5657	52,98
28	1719	219	9,17	3328	1125	2,96	141609	5672	24,97
29	2000	235	3,22	5156	1328	3,88	4331156	5672	76,01
30	703	234	8,71	12344	1125	10,97	324875	5656	57,44

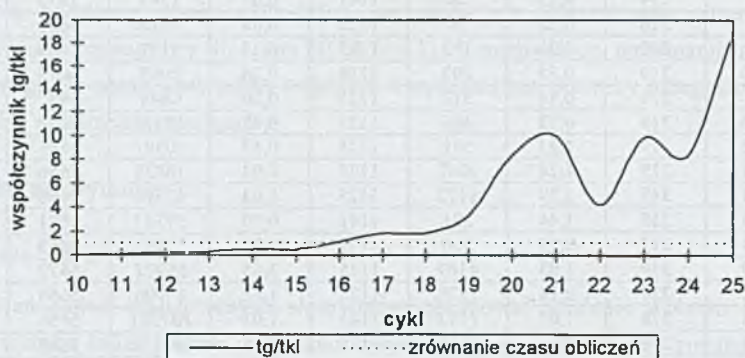


Rys.3. Wpływ cyklu linii na czas otrzymania rozwiązania optymalnego dla n=10  
 Fig.3. Influence of cycle time on time of getting optimal solution for n=10

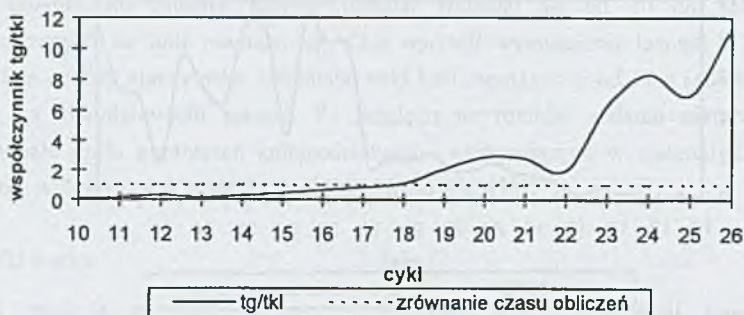




Rys.4. Wpływ cyklu linii na czas otrzymania rozwiązania optymalnego dla  $n=30$   
 Fig.4. Influence of cycle time on time of getting optimal solution for  $n=30$

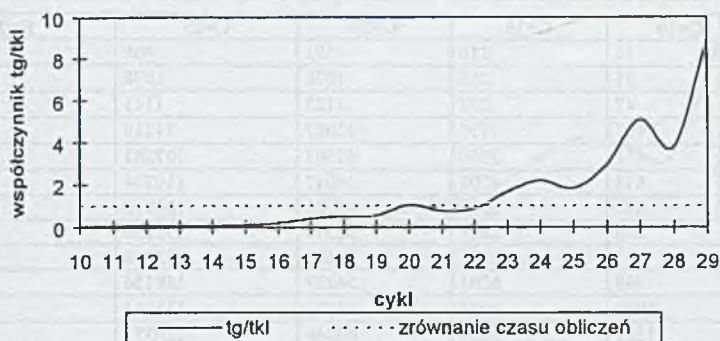


Rys.5. Wpływ cyklu linii na czas otrzymania rozwiązania optymalnego dla  $n=50$   
 Fig.5. Influence of cycle time on time of getting optimal solution for  $n=50$



Rys.6. Wpływ cyklu linii na czas otrzymania rozwiązania optymalnego dla  $n=150$   
 Fig.6. Influence of cycle time on time of getting optimal solution for  $n=150$





Rys.7. Wpływ cyklu linii na czas otrzymania rozwiązania optymalnego dla  $n=250$   
 Fig.7. Influence of cycle time on time of getting optimal solution for  $n=250$

cd. tabeli 1

C	n=150			n=250		
	$t_R$	$t_{kl}$	$t_R/t_{kl}$	$t_R$	$t_{kl}$	$t_R/t_{kl}$
10	1390	20844	0,07	3000	75484	0,04
11	3750	20828	0,18	3828	75422	0,05
12	6968	20813	0,33	9625	85250	0,11
13	3594	20547	0,17	5765	85672	0,07
14	6484	20766	0,31	8813	85734	0,10
15	9203	20562	0,45	12234	85672	0,14
16	13594	21016	0,65	17204	85391	0,20
17	17813	21250	0,84	32641	75828	0,43
18	23406	20828	1,12	38953	75531	0,52
19	43766	21000	2,08	41907	75907	0,55
20	68906	23734	2,90	80704	75985	1,06
21	58781	20938	2,81	65891	85796	0,77
22	40938	20593	1,98	66187	76094	0,87
23	129531	20562	6,30	143719	85859	1,67
24	174407	20875	8,35	188140	85616	2,20
25	145844	20847	7,00	158375	85860	1,84
26	234796	20797	11,29	259609	87875	2,95
27	421672	20578	20,49	441844	87047	5,08
28	322812	20844	15,49	322484	85360	3,78
29	618109	21039	29,38	677282	75705	8,98
30	1188609	21562	55,13	1212421	85844	14,18

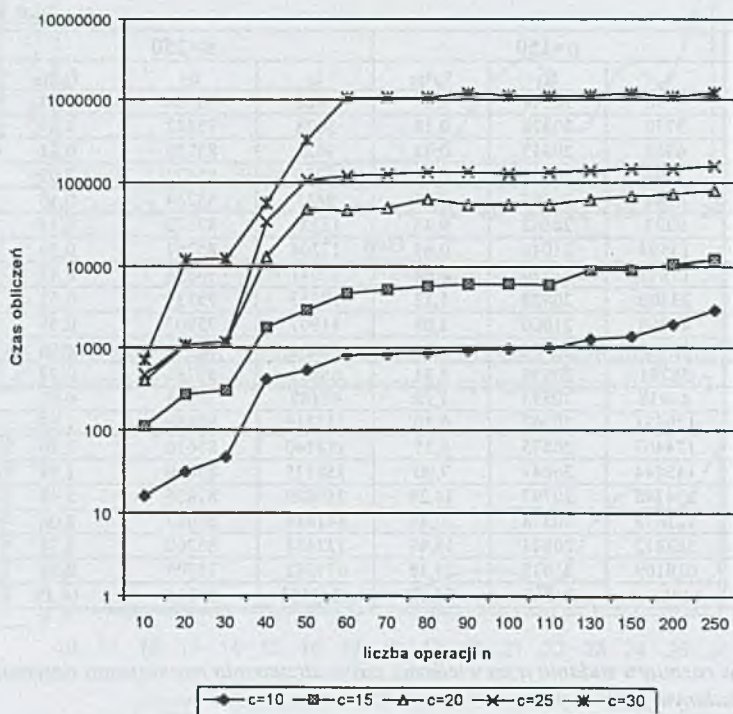
### 3.2.2. Wpływ rozmiaru zadania $n$ na wielkości czasu otrzymania rozwiązania optymalnego przy zadanym cyklu linii $c$

W tym punkcie przeprowadzono analizę wpływu liczby operacji przeprowadzanych na linii montażowej na czas uzyskania rozwiązania optymalnego na bazie algorytmu teoriogrowego. Wyniki przedstawiono w formie tabeli 2 i rysunku 8, który ze względu na wielkość rezultatów wyrażono w skali logarytmicznej.

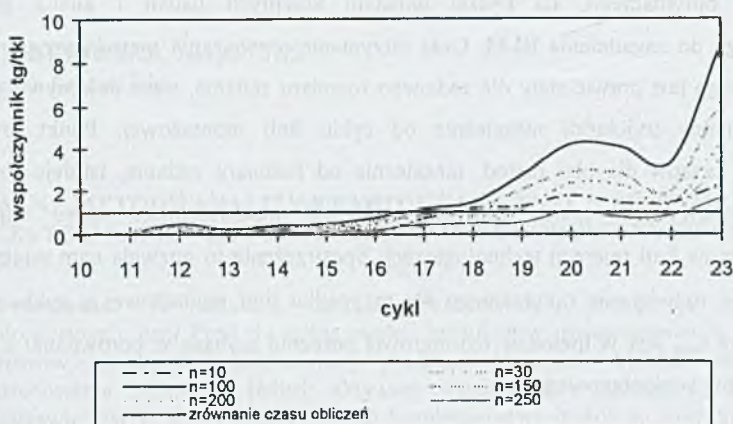
Tabela 2

Wpływ rozmiaru zadania  $n$  na czas obliczeń  $t_g$  dla różnych cykli linii montażowej

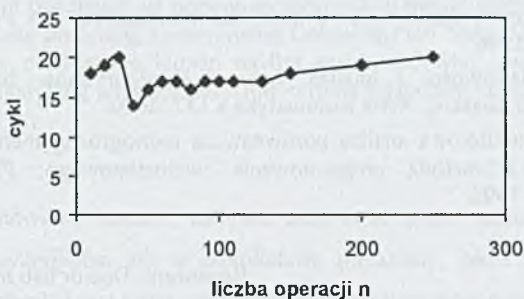
$n$	C=10	C=15	C=20	C=25	C=30
10	16	110	391	468	703
20	31	266	1078	1078	11922
30	47	297	1125	1141	1125
40	407	1797	13087	34219	56266
50	531	2969	47594	107281	324875
60	813	4703	46047	119734	1052031
70	828	5281	49703	125715	1059391
80	860	5828	62578	132250	1060125
90	921	6171	54125	133938	1191156
100	969	6203	54203	128156	1106437
110	1000	6094	54234	132844	1090593
130	1281	9234	63046	139391	1118000
150	1390	9208	68906	145844	1188609
200	1984	10672	73469	145703	1085562
250	3000	12234	80704	158375	1212421

Rys. 8. Wpływ rozmiaru zadania  $n$  na czas otrzymania rozwiązania optymalnego  $t_g$  przy wykorzystaniu algorytmu teoriogrowego dla  $c = \text{const}$ Fig. 8. Influence of operations' number on time of getting optimal solution  $t_g$  using game theory algorithm for  $c = \text{const}$

3.2.3. Punkt zrównania czasu otrzymania rozwiązania optymalnego dla obu metod



Rys.9. Wpływ rozmiaru zadania i cyklu na zrównanie czasu obliczeń  
 Fig.9. Influence of operations' number and cycle on calculation time



Rys.10. Wartość cyklu zależna od liczby operacji dla współczynnika  $t_g/t_{kl}=1$   
 Fig.10. Value of cycle which depends on operations' number for  $t_g/t_{kl}=1$

4. Wnioski

Przeprowadzone badania algorytmu programowania wieloetapowego i teoriogrowego podejścia do zagadnienia balansowania linii montażowej wykazały, iż zarówno jedna, jak i druga metoda zawsze prowadzi do znalezienia rozwiązania optymalnego. Kilka tysięcy analiz nigdy nie stworzyło sytuacji, w której otrzymane rozwiązania różniłyby się między sobą wartością liczbową lub liczbą wygenerowanych etapów. Tak jak należało się spodziewać, czas uzyskania rozwiązania optymalnego w teoriogrowym modelu rośnie wraz z rozmiarem zadania oraz ze wzrostem cyklu. Można to w prosty sposób wytłumaczyć wręcz lawinowym wzrostem możliwości tworzenia koalicji dla rosnącej wartości rozmiaru zadania  $n$  i cyklu  $c$ .



Ciekawą obserwacją jest również oscylacyjny charakter wzrostu czasu otrzymania rozwiązania optymalnego, co będzie tematem kolejnych badań i analiz podejścia teoriogrowego do zagadnienia BLM. Czas otrzymania rozwiązania metodą programowania wieloetapowego jest prawie stały dla zadanego rozmiaru zadania, gdyż dokonywany jest tu przegląd zupełny trajektorii niezależnie od cyklu linii montażowej. Punkt zrównania powyższych czasów dla obu metod, niezależnie od rozmiaru zadania, istnieje zawsze w okolicy niewielkiego wzrostu wartości cyklu od maksymalnego czasu najdłuższej wykonywanej na linii operacji technologicznej. Spostrzeżenie to pozwala nam wnioskować, iż znalezienie rozwiązania optymalnego dla przypadku linii montażowej o cyklu niewiele większym niż  $t_{\max}$  jest w metodzie teoriogrowej znacznie szybsze w porównaniu z metodą programowania wieloetapowego.

## LITERATURA

1. Marecki F.: Model matematyczny i algorytmy alokacji operacji i zasobów na linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.82. 1986.
2. Kałuski J.: Teoriogrowy model balansowania linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.117. 1996.
3. Grzechca W.: Właściwości i analiza wybranych algorytmów balansowania linii montażowej. ZN Pol. Śląskiej. Seria Automatyka z.137. 2000.
4. Hetmański A.: Komputerowa analiza porównawcza teoriogrowej metody balansowania linii montażowej z metodą programowania wieloetapowego. Praca dyplomowa Politechnika Śląska 1998.

Recenzent: Doc.dr hab.inż. J. Kałuski

## Abstract

In the paper analysis of two algorithms is presented. First the graphs of the algorithms are shown and the basic definitions and input value are given. Next an example of assembly is considered. The results of different simulations in form of tables and figures are presented. The influence of cycle time on time getting solution for different numbers of operations is described. Also the influence of operations' number on getting the time of solution is presented. Finally, remarks and conclusions about the application and properties of algorithms are presented.