ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1975
Seria: Energetyka z. 53 Nr kol. 420

Janusz Skorek
Instytut Techniki Cieplnej

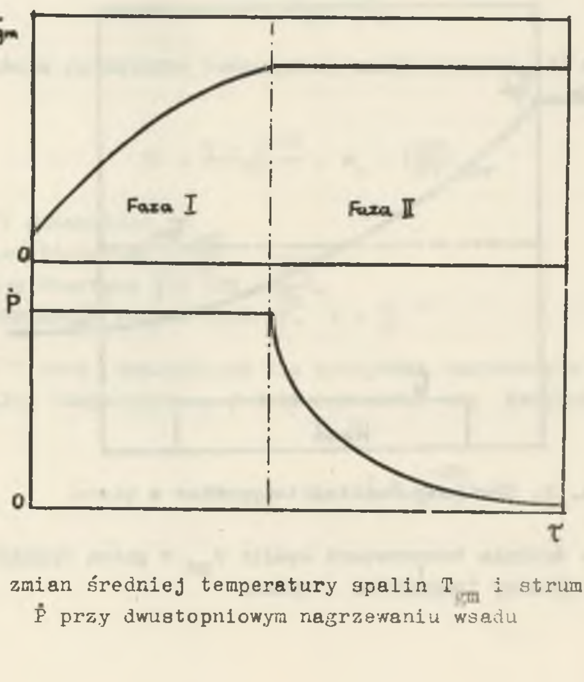
ROZKŁAD TEMPERATURY W DWUSTOPNIOWO NAGRZEWANEJ PŁYCIE

Streszczenie. Wyprowadzono zależności opisujące rozkład temperatury wsadu i spalin w piecu przy dwustopniowym procesie nagrzewania. Rozwiązanie otrzymane dla płaskiej płyty w oparciu o model pieca idealnego zilustrowano przykładem liczbowym.

1. Wstęp

Jednym ze sposobów nagrzewania wsadu w piecach jest metoda dwustopniowa. Wyróżnić z niej można dwie fazy:

- w pierwszej do pieca dopływa stały strumień paliwa, średnia temperatura spalin w piecu jak i temperatura wsadu podnosi się,
- w drugiej strumień dopływających spalin maleje w czasie w taki sposób, że średnia temperatura spalin w piecu utrzymuje się na stałym, założonym poziomie, który winien osiągnąć nagrzewany materiał (rys. 1).



Rys. 1. Wykres zmian średniej temperatury spalin T_{gm} i strumienia paliwa $\dot{P}$ przy dwustopniowym nagrzewaniu wsadu

Obliczenia zmian temperatury wsadu i spalin są możliwe przy pewnych założeniach upraszczających. W [1] podano rozwiązanie dla przypadku wsadu o postaci symetrycznej płyty. Założono przy tym, że średnia temperatura spalin w piecu T_{gm} jest równa temperaturze wylotowej spalin T_{gw}. Założenie takie jest słuszne jedynie w niektórych przypadkach.

Poniżej przytoczono rezultaty analizy procesu przy założeniu, że średnia temperatura spalin różni się od temperatury spalin na wylocie z pieca. Rozwiązania dokonano dla materiału w postaci płyty o grubości 2δ.

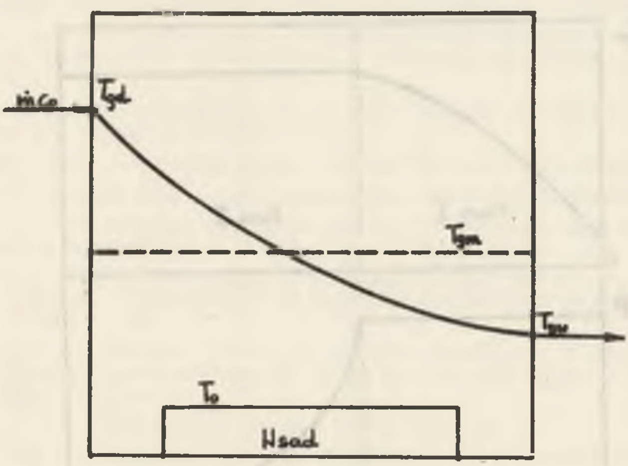
2. Temperatura wsadu

Charakter zmian temperatury wsadu w funkcji czasu jest różny w obydwu fazach nagrzewania. W fazie pierwszej średnia temperatura spalin w piecu podnosi się w miarę nagrzewania materiału. Pomiędzy temperaturą T_{gw} spalin u wylotu i T_{gd} na dopływie do pieca istnieje (rys. 2) zależność [2]

$$T_{gw} = T_o + (T_{gd} - T_o)\exp\left(-\frac{F_m\alpha}{\dot{W}_g}\right) \tag{1}$$

gdzie:

T_o - temperatura powierzchni materiału,
F_m - powierzchnia nagrzewanego materiału,
α - współczynnik wnikania ciepła,
$\dot{W}_g$ - pojemność cieplna strumienia spalin ($\dot{W}_g = \dot{m}\,c_p$).



Rys. 2. Chwilowy rozkład temperatur w piecu

W tym przypadku średnia temperatura spalin T_{gm} w piecu wynika ze średniej logarytmicznej różnicy temperatur i wynosi

$$T_{gm} = T_o + \frac{T_{gd} - T_{gw}}{\ln \frac{T_{gd} - T_o}{T_{gd} - T_{gw}}} \tag{2}$$

Rozkład temperatury we wsadzie w funkcji czasu opisany jest następującym równaniem różniczkowym

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{3}$$

przy warunku brzegowym 3 rodzaju

$$\alpha(T_{gm} - T_o) = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{pow} \tag{4}$$

Zależność (4) można przekształcić opierając się na równaniu bilansu energii w piecu

$$\dot{m}\, c_p(T_{gd} - T_{gw}) = \alpha(T_{gm} - T_o) \cdot F_m \tag{5}$$

oraz wykorzystując równania (1) i (2).
Po wprowadzeniu bezwymiarowej temperatury

$$\Theta = \frac{T_{gd} - T}{T_{gd} - T_p} \tag{6}$$

gdzie T_p oznacza początkową temperaturę wsadu warunek (4) można zapisać w postaci

$$Bi \cdot \frac{1 - e^{-St}}{St} \cdot \Theta_o = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\right)_{pow} \tag{7}$$

We wzorze (7) oznaczono:

Bi - liczba Biota ($Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda}$)

St - liczba Stantona [1] ($St = \frac{F\alpha}{W_g}$),

X - bezwymiarowy wymiar liniowy, $X = \frac{x}{\delta}$.

Warunek (7) jest analogiczny dla przypadku nagrzewania materiału w ośrodku o stałej temperaturze, jeżeli wprowadzi się korygowaną liczbę Biota:

$$Bi_{kor} = Bi \cdot \frac{1 - e^{-St}}{St} \tag{8}$$

czyli:

$$Bi_{kor} \cdot \theta_o = \left(\frac{\partial \theta}{\partial X}\right)_{pow} \tag{9}$$

Po wprowadzeniu w postaci liczby Fouriera bezwymiarowego czasu równanie (3) przybiera postać

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_o} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \tag{10}$$

gdzie:

$$F_O = \frac{a\tau}{\delta^2}$$

Ze względu na symetrię rozwiązania całka ogólna tego równania jest następująca

$$\theta(X,Fo) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \cos \nu_j X \cdot e^{-\nu_j^2 Fo} \tag{11}$$

Stałe A_j oblicza się ze znanego wzoru

$$A_j = \frac{\int_{-1}^{1} f(\zeta) \cos \nu_j \zeta \, d\zeta}{\int_{-1}^{1} \cos^2 \nu_j \zeta \, d\zeta} \tag{12}$$

gdzie $f(\zeta)$ jest funkcją rozkładu temperatury w materiale w chwili $Fo = 0$. W tym przypadku $f(\zeta) = 1$, gdyż początkowa temperatura w całej płycie jest taka sama i wynosi T_p (czyli $\theta = 1$).

Wielkości ν_j są wartościami własnymi równania przestępnego

$$\frac{1}{Bi_{kor}} \cdot \nu_j = \operatorname{ctg} \nu_j \tag{13}$$

Ostatecznie funkcja rozkładu temperatury w materiale w pierwszej fazie nagrzewania ($Fo < Fo^*$) przybiera znaną postać:

$$\theta(X,Fo) = \sum_{j=1}^{\infty} 2 \frac{\sin \nu_j}{\nu_j + \cos \nu_j \sin \nu_j} \cos(\nu_j X) e^{-\nu_j^2 Fo} \tag{14}$$

Wielkość Fo^* jest bezwymiarowym czasem po jakim osiągnięto założoną średnią temperaturę spalin w piecu, a więc jest czasem, w którym kończy się pierwsza faza.

W drugiej fazie nagrzewania średnia temperatura spalin T_{gm} jest stała i równa założonej końcowej temperaturze podgrzania wsadu. Z tego powodu dogodniej jest wprowadzić bezwymiarową temperaturę Θ zdefiniowaną następująco

$$\Theta^* = \frac{T_{gm} - T}{T_{gm} - T_p} \tag{15}$$

Jeżeli oznaczy się

$$\psi = \frac{T_{gd} - T_{gm}}{T_{gd} - T_p} \tag{16}$$

to pomiędzy Θ i Θ^* zachodzi związek

$$\Theta^* = \frac{\Theta - \psi}{1 - \psi} \tag{17}$$

Rozkład temperatury we wsadzie w fazie drugiej opisuje równanie różniczkowe

$$\frac{\partial \Theta^*}{\partial (Fo - Fo^*)} = \frac{\partial^2 \Theta^*}{\partial X^2} \tag{18}$$

gdzie Fo oznacza czas upływający od początku procesu nagrzewania, a więc od początku fazy pierwszej. W chwili $Fo = Fo^*$ początkowy rozkład temperatury w fazie drugiej jest taki sam jak wynikający z równania (14) rozkład końcowy w fazie pierwszej.

Warunek brzegowy w fazie drugiej jest następujący

$$Bi \cdot \Theta^* = \left(\frac{\partial \Theta^*}{\partial X}\right)_{pow} \tag{19}$$

Nie występuje tu korygowana liczba Biota, gdyż średnia temperatura spalin jest stała.

Całka ogólna równania (18) ma postać

$$\Theta^*\left[X, (Fo - Fo^*)\right] = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos \mu_i X \, e^{-\mu_i^2 (Fo - Fo^*)} \tag{20}$$

Z warunku (19) otrzymuje się równanie przestępne służące do wyznaczania wartości własnych μ_i

$$\frac{\mu_i}{Bi} = \mathrm{ctg}\, \mu_i \tag{21}$$

Stałe A_i wyznacza się ze wzoru

$$A_i = \frac{\int_{-1}^{1} f^*(\xi)\cos\mu_i\xi\, d\xi}{\int_{-1}^{1}\cos^2\mu_i\xi\, d\xi} \tag{22}$$

gdzie $f^*(\xi)$ jest funkcją rozkładu temperatury w chwili początkowej fazy drugiej tj. dla $Fo = Fo^*$.

$$f^*(\xi) = \frac{1}{1-\psi}\left[\sum_{j=1}^{\infty} 2\,\frac{\sin\nu_j}{\nu_j + \cos\nu_j\sin\nu_j}\cos(\nu_j X)\cdot e^{-\nu_j^2 Fo^*} - \psi\right] \tag{23}$$

Ostatecznie rozwiązanie dla fazy drugiej, tj. dla $Fo > Fo^*$ ma postać

$$\Theta\left[X,(Fo - Fo^*)\right] = \sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{1-\psi}\,\cdot$$

$$\cdot\,\frac{4\mu_i\sin\nu_j\,(\nu_j\sin\nu_j\cos\mu_i - \mu_i\sin\mu_i\cos\nu_j)}{(\mu_i+\sin\mu_i\cos\mu_i)\,(\nu_j+\sin\nu_j\cos\nu_j)\,(\nu_j^2-\mu_i^2)}\,\cdot \tag{24}$$

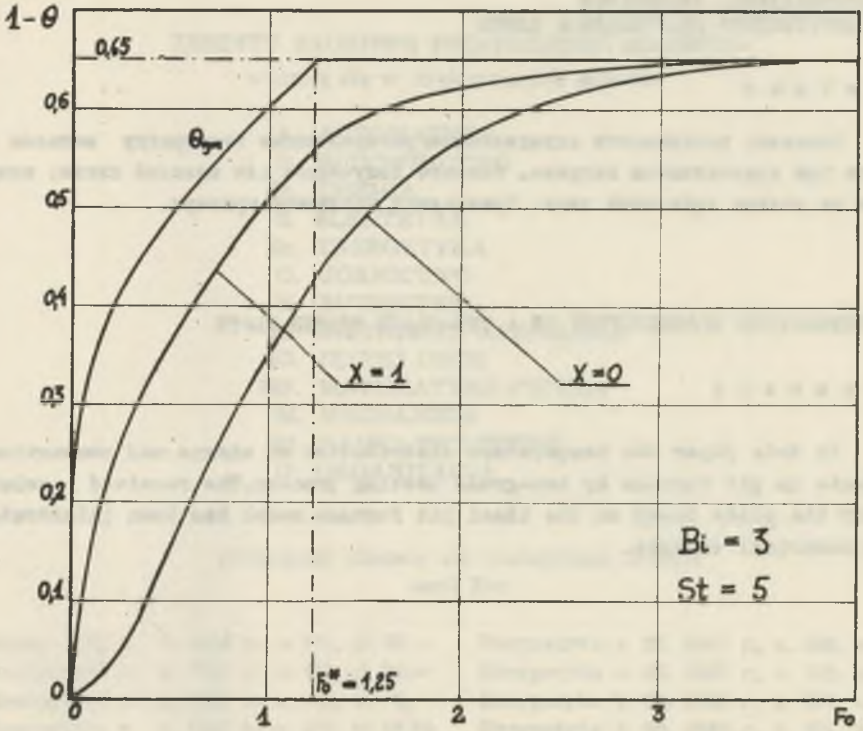
$$\cdot\, e^{-\nu_j^2 Fo^*}\cos(\mu_i X)\, e^{-\mu_i^2(Fo - Fo^*)} - \frac{\psi}{1-\psi}\sum_{i=1}^{\infty} 2\,\cdot$$

$$\cdot\,\frac{\sin\mu_i\cos(\mu_i X)}{\mu_i+\sin\mu_i\cos\mu_i}\cdot e^{-\mu_i^2(Fo - Fo^*)}$$

Powyższy szereg jest szybko zbieżny i na ogół wystarczy uwzględnić tylko 3 pierwsze wyrazy.

3. Przykład liczbowy

Dla zilustrowania otrzymanych wyników sporządzono wykres zmiany temperatury powierzchni i środka płyty w zależności od bazwymiarowego czasu (rys. 3). Do obliczeń przyjęto Bi = 3 i St = 5. Przyjęto graniczną wartość temperatury nagrzewania = 0,35. Dla większej przejrzystości na osi pionowej wykresu odkładane są wartości 1 - Θ zamiast Θ (jeżeli przyjmie się $T_p = 0$, to $1 - \Theta = \frac{T}{T_{gd}}$). Wartość liczby Stantona jest stała jedynie w fazie pierwszej. W fazie drugiej maleje ona asymptotycznie do zera.



Rys. 3. Rozkład średniej temperatury spalin Θ_{gm}, temperatury powierzchni płyty (X=1) oraz temperatury środka płyty (X=0) w funkcji bezwymiarowego czasu Fo

LITERATURA

[1] Jeschar R.: Chem. Ing. Technik 43, nr 5, (1971).
[2] Kostowski E.: Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Energetyka z. 45, 1973.

Praca wpłynęła do Redakcji w dniu 22 kwietnia 1974 roku.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР
В ДВУСТЕПЕННО ОБОГРЕВАЕМОЙ ПЛИТЕ

Р е з ю м е

Выведено зависимости определяющие распределение температур металла и газов при двустепенном нагреве. Решение полученное для плоской плиты, опирается на модели идеальной печи. Приводятся численные примеры.

TEMPERATURE DISTRIBUTION IN A TWO-GRADE HEATED PLATE

S u m m a r y

In this paper the temperature distribution of charge and combustion products in pit furnace by two-grade heating process.The received solution for the plate based on the ideal pit furnace model has been illustrated by a numerical example.