

Tadeusz CHMIELNIAK

Henryk ŁUKOWICZ

ROZWIĄZANIE ODWROTNEGO ZAGADNIENIA
DLA PRZEPŁYWU PARY MOKREJ W STOPNIU TURBINY

Streszczenie. W pracy przedstawiono analizę odwrotnego zagadnienia przepływu pary mokrej przez ostatnie stopnie turbinowe. Wybrano model przepływu równowagowego. Układ równań (29) i (30) opisujący osiowo-symetryczny przepływ pary mokrej wykorzystano do analizy struktury strumienia w szczelinach międzywieńcowych. Dla różnych form skręcenia podstawowe układy równań stanowią związki: (34,35), (36,37), (38,39), (40,41). Dla funkcji $c_{u,r} = f(r)$ podano algorytm obliczeń numerycznych. Schemat rozwiązania oparto o metodę Runge-Kuttego rozwiązywania równań różniczkowych. Załączono w formie przykładu rezultaty obliczeń dla wieńca kierowniczego i wieńca łopatek wirnikowych.

Oznaczenia

- a - prędkość dźwięku $\left[\frac{m}{s}\right]$,
- c - prędkość bezwzględna $\left[\frac{m}{s}\right]$,
- C - stała dla danej funkcji prądu,
- D - stała dla danej funkcji prądu,
- \bar{F} - siła masowa,
- h - ciepło parowania (entalpia właściwa przemiany fazowej) $\left[\frac{J}{kg}\right]$,
- $H^* - I'' - \gamma h' + \frac{w^2 - u^2}{2}$,
- I - entalpia normalna $\left[\frac{J}{kg}\right]$,
- k - wykładnik izentropy,
- $l = \frac{h'}{I''}$,
- M - liczba Macha,
- $n = \frac{k}{k-1}$,
- p - ciśnienie statyczne $\left[\frac{N}{m^2}\right]$,
- r - promień mierzony od osi obrotu [m],
- R - stała gazowa $\left[\frac{J}{kg \text{ deg}}\right]$,

- S - entropia właściwa $\left[\frac{\text{J}}{\text{kg deg}}\right]$,
 T - temperatura bezwzględna $[^{\circ}\text{K}]$,
 u - prędkość obwodowa $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$,
 v - objętość właściwa $\left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}\right]$,
 w - prędkość względna $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$,
 x - stopień suchości pary,
 $y = 1 - x$,
 Z - współczynnik ściśliwości,
 α_1 - kąt między wektorem prędkości wylotowej a kierunkiem obwodowym $[^{\circ}, \text{rd}]$,
 α_2 - kąt między $c_2 = \sqrt{c_z^2 + c_u^2}$ a kierunkiem prędkości obwodowej $[^{\circ}, \text{rd}]$,
 β_1 - kąt między wektorem prędkości wylotowej a kierunkiem obwodowym $[^{\circ}, \text{rd}]$,
 β_2 - kąt między $w_2 = \sqrt{w_z^2 + w_u^2}$ a kierunkiem prędkości obwodowej $[^{\circ}, \text{rd}]$,
 γ - kąt między kierunkiem prędkości merydionalnej a osią obrotu $[^{\circ}, \text{rd}]$,
 δ' - kąt nachylenia średniej powierzchni łopatki do promienia w przekroju prostopadłym do osi obrotu,
 ξ - wektor jednostkowy normalnej do powierzchni łopatki,
 ϱ - gęstość czynnika $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$; reakcyjność,
 μ - współczynnik przepływu,
 σ - współczynnik strat,
 η - sprawność,
 $\nu = \frac{dh'}{dt'}$,
 τ - współczynnik przewężenia przekroju przepływowego,
 Ψ - funkcja prądu $\left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right]$,
 ω° - prędkość kątowna $\left[\frac{1}{\text{s}}\right]$.

Indeksy

- $()'$ - faza ciekła,
 $()''$ - faza gazowa,
 $()^*$ - parametry spoczynkowe,
 $i-1$ - parametry w płaszczyźnie krawędzi wlotowej,
 i - parametry w płaszczyźnie krawędzi wylotowej,
 m - parametry maksymalne,
 r - składowa promieniowa,
 s - składowa wzdłuż stycznej do merydionalnej linii prądu,

- u - składowa obwodowa,
- w - parametry w układzie względnym,
- z - składowa osiowa.

1. Wstęp

Nie ulega wątpliwości, że od postępów w rozwiązywaniu zadania określenia przestrzennej struktury przepływu czynnika w stopniach maszyn przepływowych zależy dalszy wzrost sprawności tych maszyn. Trudności matematyczne, których można oczekiwać przy rozwiązywaniu ogólnie sformułowanego zagadnienia powodują, że wprowadza się w procesie obliczeniowym szereg uproszczeń. Zakłada się zwykle, że czynnik roboczy jest płynem nielepkiem, nieprzewodzącym i spełniającym równanie gazu doskonałego. W większości przypadków analizę ogranicza się do rozpatrzenia przepływów osiowo-symetrycznych w przedziale całego wieńca. Oddziaływanie łopatek zastępuje się w tym przypadku wprowadzeniem fikcyjnych sił masowych. Trudno jest ocenić, w jakim stopniu najnowsze metody obliczeń wykorzystuje się obecnie w praktyce projektowania łopatek. Z dostępnych informacji można wnioskować, że najbardziej rozpowszechnioną w praktyce projektowania jest analiza struktury przepływu w szczelinach międzywieńcowych.

Niniejsza praca stanowi próbę analizy tego zagadnienia dla przepływu pary mokrej. Szereg dodatkowych trudności, które pojawiają się przy rozpatrywaniu przepływu czynnika dwufazowego jakim jest para mokra spowodowało, że do analizy wybrano stosunkowo prosty model przepływu równowagowego [1].

W literaturze przedmiotu brak jest w zasadzie poza opracowaniem [1] prób analizy kształtowania łopatek pracujących w obszarze pary mokrej. Próbam rozwiązania zagadnienia podstawowego przepływu pary mokrej przez ostatnie stopnie turbinowe poświęcono nieco więcej opracowań, np. [2].

W pracy rozpatrywany w [1] ogólny model przepływu przystosowano do różnych form skręcenia łopatek oraz opracowano algorytm i program rozwiązania wprowadzonych równań.

Przedstawione związki i obliczenia numeryczne mogą stanowić podstawę do dalszych, bardziej dokładnych badań teoretycznych tego zagadnienia.

2. Założenia. Podstawowy układ równań

Rozpatrywać będziemy ustalony i osiowo-symetryczny przepływ pary mokrej przez stopień turbiny, przyjmując szereg upraszczających założeń. Główne z nich są następujące:

- a. Termodynamiczne właściwości fazy gazowej opisuje równanie stanu pary doskonałej

$$p''v'' = \frac{k-1}{k} I'' = Z R T'' \quad (1)$$

Wykładnik k i współczynnik ściśliwości Z , są stałe wzdłuż promienia.

b. Fazy parowa i ciekła są w równowadze mechanicznej i termodynamicznej

$$p = p' = p'' , \quad T = T' = T'' . \quad (2)$$

c. Prędkości cząstek fazy gazowej i ciekłej są równe (współczynnik poślizgu jest równy 1)

$$w = w'' = w' .$$

d.

$$\frac{Q''}{Q'} \approx 0 . \quad (3)$$

e. Entalpię spoczynkową i prędkość dźwięku wyraża się przez parametry fazy gazowej

$$I_w^* = I'' - y h' + \frac{w^2}{2} , \quad (4)$$

$$a = \sqrt{(k - 1) I''} . \quad (5)$$

f. Ciepło parowania h' jest jedynie funkcją temperatury.

g. Siły oddziaływania łopatek wieńca na strumień zastępuje się siłami masowymi, podobnie jak czyni się to w przypadku przepływów czynników jednofazowych.

h. Straty w przepływie uwzględnia się w modelu energetycznie przez wprowadzenie współczynnika

$$\zeta = \frac{S_i}{S_{i-1}} . \quad (6)$$

Założenia (a-h) prowadzą do następującego układu równań opisujących względny osiowo-symetryczny przepływ pary mokrej przez osiowy wieńiec turbiny [1]:

$$\frac{\partial(\mu \tau r \rho w_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\mu \tau r \rho w_z)}{\partial z} = 0 , \quad (7)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{c^2 u}{r} - \frac{dw_r}{dt} + F_r , \quad (8)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d(c_u r)}{dt} = F_u, \quad (9)$$

$$\psi_m H^* = \psi'_m \left(I' + \frac{w^2 - u^2}{2} \right) + \psi''_m \left(I'' + \frac{w^2 - u^2}{2} \right) = c(\psi), \quad (10)$$

$$\psi_m S = \psi'_m S' + \psi''_m S'' = D(\psi), \quad (11)$$

$$T dS'' = dI'' - \frac{dp}{\rho''}. \quad (12)$$

Równanie (7) jest równaniem ciągłości. Związki (8) i (9) to równania pędu (równania Eulera). Równania energii dla danej merydionalnej linii prądu ψ oraz równanie dla strumienia entropii stanowią formuły (10) i (11).

Zależność (12) przedstawia pierwszą zasadę termodynamiki dla fazy gazowej czynnika.

Układ równań (7+12) nie jest zamknięty. Należy go uzupełnić równaniem stanu (1) oraz dodatkowymi związkami wynikającymi z warunku równoległości wektora siły masowej \vec{F} i wektora jednostkowego $\vec{\xi}$ normalnej do powierzchni łopatek w przedziale rozpatrywanego wieńca

$$\vec{\xi} \times \vec{F} = 0, \quad (13)$$

oraz formułą określającą skręcenie łopatek wzdłuż promienia.

Dla przepływów osiowo-symetrycznych wektorowej zależności (13) odpowiadają dwa związki skalarowe:

$$F_r = -F_u \operatorname{tg} \delta', \quad F_z = -F_u \operatorname{ctg} \beta_2. \quad (14)$$

Funkcje wykorzystywane do kształtowania łopatek wzdłuż wysokości przyjmuje się zwykle w postaci:

1. $c_u r = f_1(r),$
2. $w_z(c_z) = f_2(r),$
3. $\rho w_z(\rho c_z) = f_3(r),$
4. $\beta_2(\alpha_1) = f_4(r).$

(15)

W ogólnym przypadku do zamknięcia rozpatrywanego układu równań można wybrać zależność będącą kombinacją związków (15). Rozwiązanie problemu w tym przypadku byłoby jednak bardzo utrudnione.

Wpływ formuł (15) na rozkład parametrów czynnika wzdłuż wysokości kanału oraz jego geometrię nie został dostatecznie kompleksowo przeanalizowany. Dla pary przegrzanej, stosunkowo obszerną analizę tego zagadnienia podano w [1]. Rezultatów dla pary mokrej w zasadzie dotąd w literaturze nie przedstawiono. Trzeba jednak stwierdzić, że ustalenie konkretnych rekomendacji właściwego wyberu jednego ze związków (15) jest zadaniem niezmiernie złożonym nawet, jeżeli kryteria doboru zawężić do kryteriów cieplno-przepływowych.

Po wykorzystaniu zależności:

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1-x}{\varrho'} + \frac{x}{\varrho''},$$

$$x = \frac{\psi_m'}{\psi_m},$$

(16)

$$I' = I'' - h',$$

$$S' = S'' - h'/T,$$

układ równań (7+12) można sprowadzić do postaci

$$\frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{n \mu \tau r p w_s \cos \beta}{x I''}, \quad (17)$$

$$\frac{x}{\varrho''} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{(w_u + u)^2}{r} - \frac{dw_r}{dt} - \frac{tg \delta'}{r} \cdot \frac{d(c_u r)}{dt}, \quad (18)$$

$$H^* = I'' + \frac{1}{2} (w^2 - u^2) - (1-x)h' = C(\psi), \quad (19)$$

$$S'' - \frac{n(1-x)RZh^2}{I''} = D(\psi), \quad (20)$$

$$\frac{dp}{\varrho''} = dI'' + I'' d \left[\ln \left(\frac{p}{I''} \right) \right]. \quad (21)$$

Równania (1), (18+21) oraz jedno z równań (15) stanowią zamknięty układ równań określający niewiadome: p , ϱ'' , I'' , w_s , w_u , x , ψ .

3. Zależności dla merydionalnych linii prądu

Określenie związków łączących zmiany danych parametrów (funkcji) wzdłuż merydionalnych linii prądu pozwala sprowadzić rozpatrywany podstawowy układ równań do układu prostszego z punktu widzenia techniki rozwiązania. Szczegółowe wyprowadzenie tych związków dla przyjętego modelu podano w [1, 3]. Mają one dla każdej merydionalnej linii prądu postać:

$$H_i^* = H_{i-1}^* , \quad (22)$$

$$P_i = (\sigma \sigma_1)_i^{\frac{1}{n_i}} \left(\frac{I_i^*}{I_{i-1}^*} \right)^{n_i} P_{i-1} , \quad (23)$$

$$S_i^* = (\sigma \sigma_1)_i^{\frac{1}{n_i}} S_{i-1}^* , \quad (24)$$

gdzie:

$$\sigma_1 = \exp \left[- \frac{n}{2I^*} w^2 \left(\frac{1}{\sigma} - 1 \right) \right]_i , \quad (25)$$

$$\sigma_{1i} = \exp \left\{ - n_i \left[\left(\frac{y h^*}{I^*} \right)_i - \left(\frac{y h^*}{I^*} \right)_{i-1} \right] \right\} , \quad (26)$$

$$I_i^* = H_{i-1}^* + \frac{(u^2 - w^2)_i}{2} + (y h^*)_i , \quad (27)$$

$$S_{i-1}^* = \frac{1}{n_i} \frac{P_{i-1}}{I_{i-1}^*} . \quad (28)$$

Po wykorzystaniu związków (22÷28) układ równań (17÷21) można sprowadzić do dwóch zwyczajnych równań różniczkowych [1,3]:

$$\frac{1}{2} \frac{dw^2}{dr} - \omega^2 r + \frac{1 - \nu y}{1 - y} \left[\frac{(w_u + u)^2}{r} + \frac{w_s^2}{1 - E^2} x \right. \\ \left. \times \left[\frac{[1 + ky(1 - \nu)] \sin \gamma}{(1 - \nu y) a^2 r} ((w_u + u)^2 \sin \gamma - w_u \frac{\partial (c_u r)}{\partial s}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\cos^2 \gamma}{2r^2} \frac{d(\text{rtg } \gamma)^2}{dr} - \frac{1 - E^2 \cos^2 \gamma}{\cos \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial s} + \sin \gamma \left(\frac{\partial \ln(\mu r)}{\partial s} \right) - \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left. \frac{\partial \ln(1-y)}{\partial s} + h' \frac{1+k(v_l-1)}{(1-v_y) a^2} \cdot \frac{\partial y}{\partial s} - \frac{1}{RZ} \frac{\partial S_t}{\partial s} \right] - \\
 & + \frac{w_s \operatorname{tg} \delta'}{r} \cdot \frac{\partial(c_{u,r})}{\partial s} \left. \right\} = \frac{dH_{1-1}^*}{dr} + \frac{1-v_y}{2} (2 H_{1-1}^* + \\
 & + u^2 - w^2 + 2yh') \frac{d}{dr} \ln \left[S_{1-1}^n (G_1 G)^{\frac{1}{n}} \right] + h' \frac{dy}{dr} \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\frac{dy}{dr} = \frac{n \mu r \tau w_s \cos \delta' p_{1-1} G_1 G}{(1-y) I_{1-1}^n} \left(\frac{2 H_{1-1}^* + u^2 - w^2 + 2yh'}{2 I_{1-1}^n} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (30)$$

gdzie:

$$E^2 = \frac{1 + kv(1-v)}{1-v_y} M_s^2.$$

Jeżeli ograniczyć się do analizy przepływu w szczelinach międzywieńcowych, te równania: (29), (30) upraszczają się, bowiem w tym przypadku można przyjąć:

$$\frac{\partial(c_{u,r})}{\partial s} = \frac{\partial S}{\partial s} = \frac{\partial \mu}{\partial s} = \frac{\partial \tau}{\partial s} = -\frac{\partial y}{\partial s} = 0. \quad (31)$$

W ten sposób uproszczone równania stanowią przedmiot analizy w dalszym ciągu pracy.

4. Układy równań wyjściowych

Do numerycznego rozwiązania układu równań (29) i (30) w przedziale szczelin międzywieńcowych wybrano metodę Runge-Kutta. Zastosowanie tej metody wymaga przedstawienia równania (29) w postaci:

$$\frac{dw}{dr} = \varphi(w, r). \quad (32)$$

Dla założeń (31) z (29) otrzymujemy po wykorzystaniu (25), (26) następującą postać funkcji $\varphi(w, r)$

$$\varphi(w, r) = \frac{1}{w \cdot A} \left\{ - \frac{1-v_y}{1-y} \left[\left(\frac{(w_u + u)^2}{r} - \frac{w_s^2}{\cos \delta'} \frac{\partial \delta'}{\partial s} \right) x \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & x \left[\frac{1 - E^2 \cos^2 \gamma}{1 - E^2} + \frac{w_s^2 \cos^2 \gamma}{2r^2(1-E^2)} \frac{d(\operatorname{rtg} \gamma)^2}{dr} \right] + \\
 & + \frac{(1 - \nu y)w^2}{2\eta^2} \cdot \frac{d\eta}{dr} + \left(1 + (1 - \nu)y + \frac{(1-\eta)w^2}{2\eta I^n} \right) x \\
 & x \left(\frac{dH_{i-1}^+}{dr} + \omega^2 r \right) + (1 - \nu y) I^n \left[\frac{d \ln S_{i-1}^n}{dr} + \right. \\
 & \left. + \frac{d}{dr} \left(\frac{\gamma h^+}{I^n} \right)_{i-1} \right] + \left(y l + \frac{(1-\eta)w^2}{2\eta I^n} \right) h^+ \frac{dy}{dr} \quad , \quad (33)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$$A = y l + \frac{1 - \nu y}{\eta} + \frac{(1 - \eta)w^2}{2\eta I^n} .$$

Równanie (33), równanie ciągłości, jeden ze związków (15) oraz z funkcją opisującą zmianę stopnia suchości wzdłuż wysokości łopatek stanowią układ zamknięty, którego rozwiązanie pozwala określić podstawowe charakterystyki kinematyczne i geometryczne stopnia.

Dla każdego ze związków (15) podstawowy układ równań ma inną postać. Po przekształceniach otrzymamy związki:

a. $\underline{c_u r = f_1(r)}$

$$\begin{aligned}
 \frac{dw_s}{dr} = & - \frac{1}{w_s} \frac{f_1(r) - \omega r^2}{r} \left[\frac{1}{r} \frac{d f_1(r)}{dr} - \frac{f_1(r)}{r^2} - \omega \right] + \\
 & + \frac{1}{w_s A_1} \left\{ - \frac{1 - \nu y}{1 - y} \left[\left(\frac{w_u + u}{r} \right)^2 - \frac{w_s^2}{\cos^2 \gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right] \frac{1 - E^2 \cos^2 \gamma}{1 - E^2} + \right. \\
 & + \left. \frac{w_s^2 \cos^2 \gamma}{2r^2(1 - E^2)} \frac{d(\operatorname{rtg} \gamma)^2}{dr} \right] + \frac{(1 - \nu y) \left[w_s^2 + \frac{(f_1(r) - \omega r^2)^2}{r^2} \right] \frac{d\eta}{dr}}{2\eta^2} + \\
 & + \left(1 + (1 - \nu)y + \frac{(1 - \eta) \left[w_s^2 + \frac{(f_1(r) - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2\eta I^n} \right) \left(\frac{dH_{i-1}^+}{dr} + \omega^2 r \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (1 - \nu_y) I'' \left[\frac{d \ln S_{i-1}''}{dr} + \frac{d}{dr} \left(\frac{y h'}{I''} \right)_{i-1} \right] + \left(y_1 + \right. \\
 & \left. + \frac{(1 - \nu) \left[w_s^2 + \frac{(f_1(r) - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2 \nu I''} \right) h, \frac{dy}{dr} \Big\} \quad (34)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\psi}{dr} = \frac{n \mu r \tau w_s \cos \delta p_{i-1} \sigma_1 \sigma}{(1 - y) I''_{i-1}} x$$

$$x \left[\frac{2 H_{i-1}^* + u^2 + 2 y h' - w_s^2 - \frac{(f_1(r) - \omega r^2)^2}{r^2}}{2 I''_{i-1}} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (35)$$

b. $w_z = f_2(r)$

$$\begin{aligned}
 \frac{d(c_u r)}{dr} &= \frac{1}{\frac{c_u r - \omega r^2}{r^2}} \left[- \frac{f_2(r)}{\cos^3 \delta} \frac{d}{dr} \left(\frac{f_2(r)}{\cos \delta} \right) + \frac{(c_u r)^2}{r^3} - \omega^2 r \right] + \\
 & + \frac{1}{\frac{c_u r - \omega r^2}{r^2}} A_2 \left\{ - \frac{1 - \nu_y}{1 - y} \left[\left(\frac{c_u r - \omega r^2}{r} + u \right)^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{f_2^2(r)}{\cos^3 \delta} \frac{\partial \delta}{\partial s} \right) \frac{1 - E^2 \cos^2 \delta}{1 - E^2} + \frac{f_2^2(r)}{2r(1 - E^2)} \frac{d(r \operatorname{tg} \delta)^2}{dr} \right] + \\
 & + \frac{(1 - \nu_y) \left[\frac{f_2^2(r)}{\cos^2 \delta} + \frac{(c_u r - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2 \nu^2} \frac{d \nu}{dr} + \left(1 + (1 - \nu) y + \right. \\
 & \left. + \frac{(1 - \nu) \left[\frac{f_2^2(r)}{\cos^2 \delta} + \frac{(c_u r - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2 \nu I''} \right) \left(\frac{d H_{i-1}^*}{dr} + \omega^2 r \right) +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + (1 - \nu y) I^w \left[\frac{d \ln S_{i-1}^w}{dr} + \frac{d}{dr} \left(\frac{y h^0}{I^w} \right)_{i-1} \right] + \left(y l + \right. \\
 & \left. + \frac{(1 - \nu) \left[\frac{f_2^2(r)}{\cos^2 \gamma} + \frac{(c_u r - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2 \Omega I^w} \right) h^0 \frac{dy}{dr} \Bigg| \quad (36)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\Psi}{dr} = \frac{n \mu r \tau f_2(r) P_{i-1} \theta_1 \theta}{(1 - \nu) I_{i-1}^w} \left[\frac{2 H_{i-1}^* + u^2 + 2 y h^0 - \frac{(c_u r - \omega r^2)^2}{r^2} - \frac{f_2^2(r)}{\cos^2 \gamma}}{2 I_{i-1}^w} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (37)$$

c. $\underline{Qw_z = f_3(r) = F(r) \cos \delta}$

$$\begin{aligned}
 \frac{dw}{dr} = & \frac{1}{\Lambda w} \left[- \frac{1 - \nu y}{1 - y} \left[\left(\frac{[w(1 - \sin^2 \beta)^{\frac{1}{2}} + u]^2}{r} + \right. \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{w^2 \sin^2 \beta}{\cos^2 \delta} \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) \frac{1 - E^2 \cos^2 \gamma}{1 - E^2} + \frac{w^2 \sin^2 \beta \cos^2 \gamma}{2r(1 - E^2)} \frac{d(rtg \delta)}{dr} \right]^2 + \\
 & + \frac{(1 - \nu y) w^2}{2 \Omega^2} \frac{d\Omega}{dr} + \left(1 + (1 - \nu) y + \frac{(1 - \nu) w^2}{2 \Omega I^w} \left(\frac{d H_{i-1}^*}{dr} + \omega^2 I \right) + \right. \\
 & \left. + (1 - \nu y) I^w \left[\frac{d \ln S_{i-1}^w}{dr} + \frac{d}{dr} \left(\frac{y h^0}{I^w} \right)_{i-1} \right] + \left(y l + \frac{(1 - \nu) w^2}{2 \Omega I^w} \right) h^0 \frac{dy}{dr} \right] \quad (38)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\Psi}{dr} = r \cos \gamma F(r) .$$

d. $\underline{\beta = f_4(r)}$

$$\begin{aligned}
 \frac{dw}{dr} = & \frac{1}{\Lambda w} \left[- \frac{1 - \nu y}{1 - y} \left[\left(\frac{(w \cos f_4(r) + u)^2}{r} - \frac{(w \sin f_4(r))^2}{\cos^2 \delta} \frac{\partial \gamma}{\partial s} \right) \times \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1 - E^2 \cos^2 \gamma}{1 - E^2} + \frac{(w \sin f_4(r))^2 \cos^2 \gamma}{2r^2 (1 - E^2)} \frac{d(rtg \delta)}{dr} \right]^2 + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{(1 - \nu y)w^2}{2\eta^2} \frac{d\eta}{dr} + \left(1 + (1 - \nu) y + \frac{(1 - \nu)w^2}{2\eta^2 I^{n-1}} \right) \left(\frac{dH_{i-1}^*}{dr} + \omega^2 r \right) + \\
 & + (1 - \nu y) I^n \left[\frac{d \ln S^n}{dr} \frac{i-1}{i-1} + \frac{d}{dr} \left(\frac{y h'}{I^{n-1}} \right) \right] + \left(y l + \frac{(1 - \nu)w^2}{2\eta^2 I^{n-1}} \right) h' \frac{dy}{dr}, \quad (40)
 \end{aligned}$$

$$\frac{d\psi}{dr} = \frac{n \mu r \tau w \sin f_+(r) \cos \gamma p_{i-1} \sigma_1 \sigma}{(1 - y) I_{i-1}^n} \left(\frac{2H_{i-1}^* + u^2 - w^2 + 2 y h'}{2 I_{i-1}^n} \right)^{\frac{1}{k-1}}, \quad (41)$$

gdzie (w zal. (34)):

$$A_1 = y l + \frac{1 - \nu y}{\eta} + \frac{(1 - \nu) \left[w_s^2 + \frac{(f_1(r) - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2\eta^2 I^n}$$

(w zal. (36))

$$A_2 = y l + \frac{1 - \nu y}{\eta} + \frac{(1 - \nu) \left[\frac{r_2^2(r)}{\cos^2 \gamma} + \frac{(c_u r - \omega r^2)^2}{r^2} \right]}{2\eta^2 I^n}$$

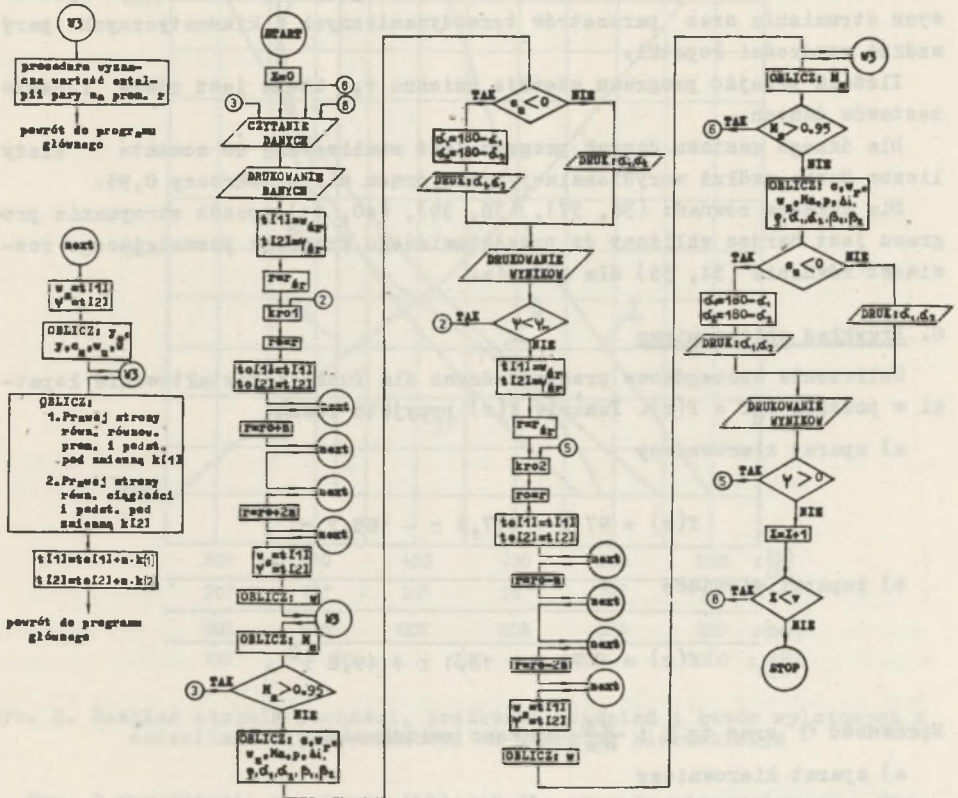
(w zal. (38))

$$\sin \beta = \frac{F(r) (1 - y) I_{i-1}^n}{n \mu \tau w \sigma_1 \sigma p_{i-1} (I_1^n / I^n)^{n-1}}$$

5. Opis programu obliczeniowego

Program rozwiązuje układ równań: (34), (35) dla pojedynczego wienca lub całego stopnia. Ogólny układ programu przedstawia rys. 1. Dane wejściowe do obliczeń zawierają informacje dotyczące parametrów termodynamicznych i kinematycznych czynnika na wlocie oraz wartości nachylenia i krzywizny merydionalnych linii prądu w szczelinach międzywieńcowych. Punkt początkowy obliczeń obrano na średnim promieniu. W punkcie tym przyjmuje się określone z obliczeń wstępnych wartości prędkości merydionalnej i funkcji prądu. Obliczenia prowadzi się od średniego promienia w górę i w dół łopatki z krokiem 2 n.

Program zawiera dwie podstawowe procedury. Procedura W3 oblicza z równania strumienia entropii wartość entalpii normalnej pary. Procedura next oblicza wartość prędkości merydionalnej i funkcji prądu na promieniu r,



Rys. 1. Schemat blokowy algorytmu obliczeń

w oparciu o metodę Runge-Kuttego przybliżonego rozwiązywania równań różniczkowych.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymujemy rozkład kątów wylotowych strumienia oraz parametrów termodynamicznych i kinematycznych pary wzdłuż wysokości łopatkki.

Ilością przejść programu steruje zmienna v , która jest równa liczbie zestawów danych.

Dla danego zestawu danych program jest realizowany do momentu kiedy liczba Macha wzdłuż merydionalnej linii prądu nie przekroczy 0,95.

Dla układów równań: (36, 37), (38, 39), (40, 41) sposób otrzymania programu jest bardzo zbliżony do przedstawionego programu pozwalającego rozwiązać równanie (34, 35) dla stopnia.

6. Przykład obliczeniowy

Obliczenia szczegółowe przeprowadzono dla funkcji kształtowania łopatkki w postaci $c_{u,r} = f(r)$. Funkcję $f(r)$ przyjęto równą:

a) aparat kierowniczy

$$f(r) = 97,2 + 477,8 r - 169,2 r^2,$$

b) łopatkki wirujące

$$f(r) = -74,1 - 13,1 r + 49,6 r^2.$$

Sprawność η oraz $\text{tg } \delta$ i $\frac{\partial \delta}{\partial s}$ opisano związkami:

a) aparat kierowniczy

$$\eta = 0,887 + 0,042 r,$$

$$\text{tg } \delta = -\frac{0,471}{r} + 0,564 r,$$

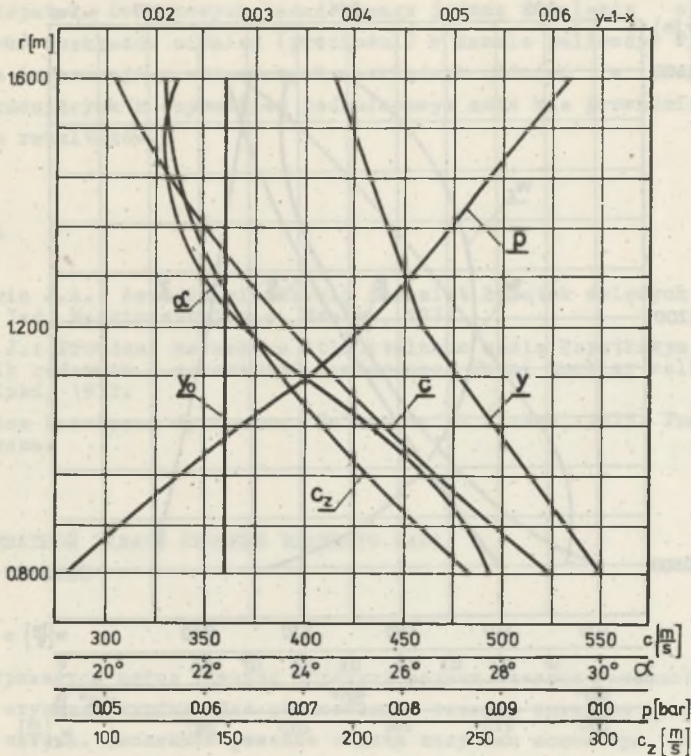
$$\frac{\partial \delta}{\partial s} = 0.$$

b) łopatkki wirujące

$$\eta = 0,754,$$

$$\text{tg } \delta = 0,$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial s} = 0.$$

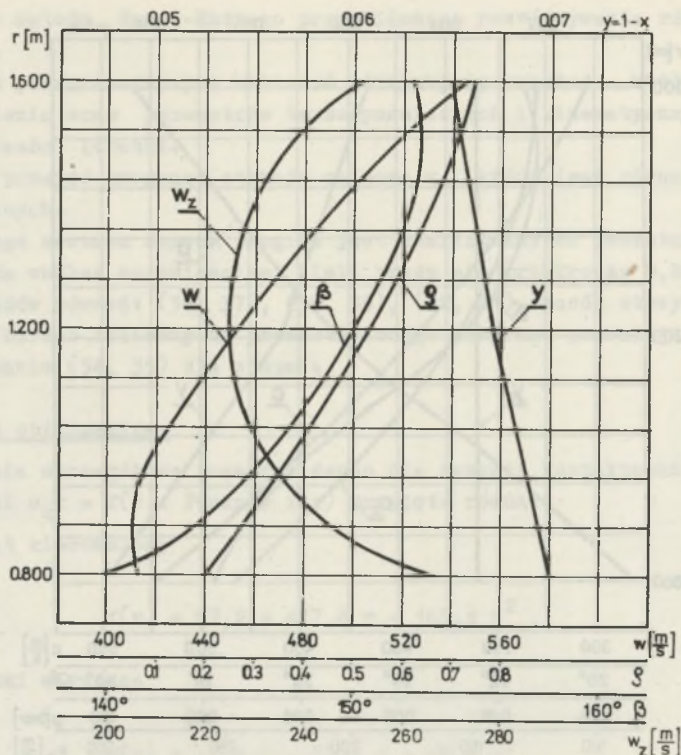


Rys. 2. Rozkład stopnia suchości, prędkości, ciśnienia i kątów wylotowych w szczelinie międzywieńcowej za aparatem kierowniczym

Rys. 2 przedstawia rezultaty obliczeń dla aparatu kierowniczego. Stopień suchości przed aparatem przyjęto $x = 1 - y_0 = 0,973$. Wartości ciśnienia i entalpii spoczynkowej przed aparatem kierowniczym założono stałe wzdłuż wysokości łopatki. Wyniki obliczeń wskazują na znacznie zróżnicowany przebieg funkcji $\alpha = f(r)$ i $c = c(r)$. Prędkość bezwzględna c zmienia się wzdłuż wysokości łopatki w przedziale 300 - 525 $\frac{m}{s}$. Stopień suchości $x = 1 - y$ ustalony w procesie kolejnych przybliżeń z wykorzystaniem równania strumienia entropii dla wieńca (wzdłuż merydionalnej linii prądu). Dla założonych danych stopień suchości osiąga wartość maksymalną u wierzchołka łopatki.

Krzywe na rys. 3 ilustrują rozwiązanie zagadnienia dla wieńca łopatek wirujących.

Na rysunku przedstawiono dodatkowo przebieg reakcyjności wzdłuż promienia.



Rys. 3. Rozkład reakcyjności, stopnia suchości, prędkości i kątów wylotowych w szczelinie międzywieńcowej za kołem wirującym

7. Uwagi końcowe

Przedstawiony program obliczeniowy może być wykorzystywany do rozwiązywania zagadnienia odwrotnego dla pojedynczego stopnia. Wstępne obliczenia wskazują, że nawet w oparciu o model przepływu równowagowego drogą eksperymentu numerycznego uzyskać można szereg interesujących danych, dla projektowania ostatnich stopni turbin.

Rozwiązanie osiowo-symetrycznego zagadnienia odwrotnego w przedziale całego wieńca, z pominięciem założenia równowagowego charakteru przepływu fazy gazowej i ciekłej, wymaga w pierwszej kolejności rozwiązania odwrotnego zagadnienia płaskiego dla palisady. Zagadnienie takie można sformułować w ogólnej postaci. Jeżeli jednak uwzględnić oddziaływania między fazami to problem określa układ 13 równań różniczkowych. Zadanie można uprościć przez pominięcie wpływu fazy ciekłej na ruch fazy gazowej oraz rozpatrywanie upraszczających równań kondensacji i ruchu cząstek fazy ciekłej w kanale. Wydaje się, że uproszczenia idące w tym kierunku pozwolą uzyskać praktyczne rezultaty rozwiązania problemu kształtowania wieńców

wysokich łopatek. Dodatkowych badań wymaga jednak ustalenie optymalnych (pożądanych) rozkładów ciśnień (prędkości) w kanale palisady. Wykorzystanie bowiem informacji o stosowanych rozkładach ciśnień w projektowaniu kanałów pracujących z czynnikiem jednofazowym może nie prowadzić do zadowalających rezultatów.

LITERATURA

- [1] Sirotkin J.A.: Aerodynamiczieskij rascziet łopatok osiewych turbemaszin. Izd. Maszinstrojenie. Moskwa, 1972.
- [2] Valha J.: Proudni nevazkeho stlacitelneho media łopatkowym stupnem. Sbornik referatu 5 celostatni konference. Parni turbiny velkych vykonu. Plzeň, 1972.
- [3] Łukowicz H.: Praca dyplomowa. Politechnika Śląska, 1975. Praca nieopublikowana.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ ВЛАЖНОГО ПАРА В СТУПЕНИ ТУРБИНЫ

Р е з ю м е

Рассматривается метод решения обратной задачи течения влажного пара в последних ступенях турбин. Для равновесного течения выведена полная система уравнений потока. Численное решение задачи получено используя метод Рунге-Кутты.

Приводятся избранные результаты расчёта для соплового и рабочего аппаратов.

THE SOLUTION OF THE INVERTED PROBLEM OF WET-STEAM FLOW IN TURBINE STAGE

S u m m a r y

The inverted problem of wet-steam flow in the last turbine stages was analysed in this paper. The equilibrium flow model was chosen. The flow pattern in the blade clearance was also analysed. Numerical solution of differential equations system was based on the Runge-Kutta. Results of turbine nozzles and moving blades calculations were given as examples.