

Stefan POSTRZEDNIK

ANALIZA PARAMETRÓW GAZU DOSKONAŁEGO
PRZEPŁYWAJĄCEGO W POZIOMYM RUROCIĄGU DIATERMICZNYM

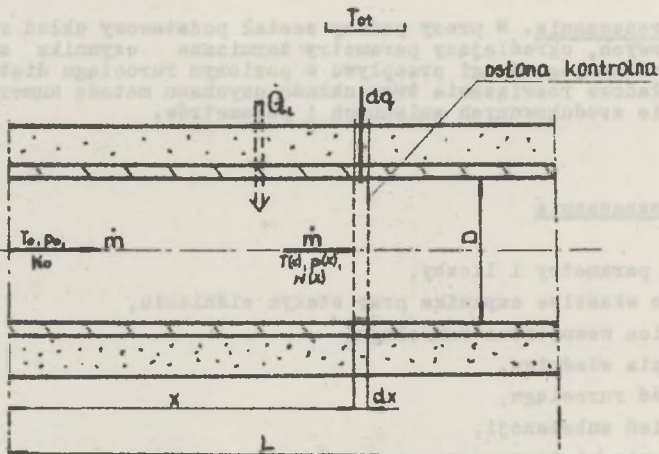
Streszczenie. W pracy podany został podstawowy układ równań różniczkowych, określający parametry termiczne czynnika zmieniające się wzdłuż jego drogi przepływu w poziomym rurociągu diatermicznym. Przykładowe rozwiązania tego układu uzyskano metodą numeryczną w układzie zredukowanych zmiennych i parametrów.

Ważniejsze oznaczenia

- A - stałe parametry i liczby,
c_p - ciepło właściwe czynnika przy stałym ciśnieniu,
D - średnica wewnętrzna rurociągu,
i - entalpia właściwa,
L - długość rurociągu,
 \dot{m} - strumień substancji,
p - ciśnienie statyczne,
q - ciepło jednostkowe,
R - stała indywidualna gazu,
s - entropia właściwa czynnika,
T - temperatura bezwzględna,
w - średnia prędkość przepływu czynnika,
v - objętość właściwa,
x - współrzędna rurociągu wzdłuż drogi przepływu czynnika,
 \dot{x} - suma przyrostów entropii,
 α - względna prędkość,
 β - względna suma przyrostów entropii,
 γ - względna entropia czynnika,
 η - względne ciśnienie,
 ν - względna temperatura,
 λ_F - liczba tarcia,
 ξ - współrzędna zredukowana,
 μ - ciepło jednostkowe względne.

1. Sformułowanie zagadnienia

Podczas przepływu czynnika w rurociągu, w którym występuje tarcie i zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem, parametry czynnika ulegają zmianie wzdłuż jego drogi przepływu. Analizowany będzie przepływ w stanie ustalonym. Jeżeli w dowolnym przekroju, przyjętym za początkowy $x=0$, parametry te wynoszą T_0, p_0, w_0 , to w dowolnym innym miejscu $x > 0$ osiągają one wartość $T(x), p(x), w(x)$ - (rys. 1).



Rys. 1. Model rurociągu diatermicznego

Aby wyznaczyć jednoznacznie, będące przedmiotem analizy funkcje $w(x), p(x), T(x)$, należy rozwiązać podany niżej układ równań różniczkowych.

1.1. Układ równań różniczkowych opisujących zjawisko

Pod uwagę należy brać następujący układ równań:

- równanie ciągłości strugi

$$\frac{w \cdot p}{T} = \text{idem}$$

lub jego formę różniczkową

$$\frac{dw}{w} + \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T} = 0 \quad (1)$$

- równanie bilansu energii dla elementarnego odcinka kanału dx

$$d\left(\frac{w^2}{2}\right) = dq - di \quad (2)$$

gdzie:

$$di = c_p dT,$$

zaś wielkość elementarnego ciepła dq spływającego do układu ze ścianki kanału (źródła ciepła o temperaturze T_{zr}) wynika z warunków wymiany ciepła,

- pierwszą zasadę termodynamiki

$$dq_c = di - v dp \quad (4)$$

gdzie:
$$dq_c = dq + dq_f \quad (5)$$

w którym:

$$dq_f = dl_f = \lambda_f \frac{w^2}{2D} dx \quad (6)$$

oznacza elementarną pracę tarcia płynu w przewodzie [2].

Liczbę tarcia λ_f wyznaczyć można z odpowiednich równań jako wielkość zależną od liczby (Re) i chropowatości rurociągu. Dla rurociągu średnio-chropowatego można korzystać ze wzoru [4]

$$\lambda_f = 0,0032 + 0,221/(Re)^{0,237} \quad (7)$$

Jako warunek brzegowy przyjmuje się:

$$\begin{aligned} T(x=0) &= T_0 \\ p(x=0) &= p_0 \\ w(x=0) &= w_0 \end{aligned} \quad (8)$$

Dla danych wymiarów geometrycznych rurociągu (średnicy wewnętrznej D oraz długości L), należy liczyć się również z przypadkiem ograniczenia przepływu wynikającym z maksymalnej przepustowości rurociągu [2].

1.2. Zmienne i parametry zredukowane

Celem uproszczenia zapisu równań różniczkowych i lepszej organizacji obliczeń wprowadzone zostaną następujące zmienne bezwymiarowe:

- zredukowana współrzędna geometryczna wskaź drogi przepływu czynnika

$$\xi = \frac{x}{L}; \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (9)$$

- względna temperatura

$$\tau = \frac{T(x)}{T_0} \quad (10)$$

- względna prędkość czynnika

$$\alpha = \frac{w(x)}{w_0} \quad (11)$$

- względne ciśnienie gazu

$$\eta = \frac{p(x)}{p_0} \quad (12)$$

Wprowadzając te zmienne do układu równań różniczkowych, można utworzyć dodatkowo wielkości bezwymiarowe w formie sympleksów czy też liczb kryterialnych.

1.3. Układ równań różniczkowych w formie zredukowanej

Równania w kolejności od (1) do (8) po przekształceniach przyjmą postać

$$\frac{\alpha(\xi) \eta(\xi)}{v'(\xi)} = 1 \quad (13)$$

lub w formie różniczkowej

$$\frac{d\alpha}{\alpha} + \frac{d\eta}{\eta} - \frac{dv'}{v'} = 0 \quad (14)$$

równanie różniczkowe

$$2 A_5 \alpha \frac{d\alpha}{d\xi} + \frac{dv'}{d\xi} - \mu_1 = 0 \quad (15)$$

gdzie:

$$A_5 = \frac{w_0^2}{2 c_p T_0}; \quad \mu = \frac{q}{c_p T_0}; \quad \mu_1 = \frac{d\mu}{d\xi} \quad (16)$$

dotatkowo zaś z (5), (6) i (1)

$$(1 - A_4) \frac{dv'}{d\xi} + A_4 \left(\frac{v'}{\alpha}\right) \frac{d\alpha}{d\xi} - \mu_1 - A_1 A_5 \alpha^2 = 0 \quad (17)$$

gdzie:

$$A_4 = \frac{\lambda - 1}{\lambda}; \quad A_1 = \lambda_r \frac{L}{D} \quad (18)$$

Liczba tarcia λ_r również jest wielkością zmienną wzdłuż drogi przepływu czynnika, a więc poprzez wielkość $\alpha(\xi)$ i $v'(\xi)$ jest funkcją ξ . Zmiany tej liczby nie są jednak tej wagi co zmiany innych składników równania (17)

i dlatego liczbę λ_f można sukcesywnie korygować już w trakcie samych obliczeń numerycznych.

Warunki brzegowe:

$$\begin{aligned} v(\xi = 0) &= 1 \\ \eta(\xi = 0) &= 1 \\ \alpha(\xi = 0) &= 1 \end{aligned} \quad (19)$$

Z podstawowego układu równań (15) i (16) wraz z warunkami brzegowymi (19) można wyznaczyć, po rozwiązaniu, funkcje $v(\xi)$ oraz $\alpha(\xi)$, a następnie z równania (13) $\eta(\xi)$.

1.4. Parametry opisowe przepływu czynnika

Dla głębszej analizy zjawiska wyznaczone zostaną dodatkowo:

- entropia s czynnika i jej zmiany wzdłuż drogi przepływu

$$s = c_p \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{p}{p_0} \quad (20)$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} = \frac{c_p}{\chi} \frac{dT}{T} + R \frac{dw}{w} \quad (21)$$

- suma $d\dot{I}$ przyrostów entropii dla układu

$$d\dot{I} = \left(ds - \frac{dq}{T} \right) \dot{m} \quad (22)$$

a po uwzględnieniu równania (21)

$$d\dot{I} = \left(\frac{c_p}{\chi} \frac{dT}{T} + R \frac{dw}{w} - \frac{dq}{T} \right) \dot{m} \quad (23)$$

Ostatnie równania sprowadzone do postaci zredukowanej przyjmą postać

$$\eta(\xi) = \ln v(\xi) - A_4 \ln \eta(\xi) \quad (24)$$

$$\frac{d\dot{I}}{d\xi} = (1 - A_4) \frac{1}{v} \frac{dv}{d\xi} + A_4 \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{d\xi} \quad (25)$$

gdzie:

$$\eta(\xi) = \frac{s}{c_p} \quad (26)$$

oraz

$$\frac{d\dot{I}}{d\xi} = (1 - A_4) \frac{1}{v} \frac{dv}{d\xi} + A_4 \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{d\xi} - \frac{\mu_1}{v^2} \quad (27)$$

gdzie:

$$\beta(\xi) = \frac{\dot{x}}{m c_p}; \quad v'_{zr} = \frac{\pi \dot{z}_r}{\pi_0} \quad (28)$$

przy czym zakłada się, że w przekroju poprzecznym kanału powyższe parametry są niezmiennie (wówczas też można przyjąć $v'_{zr} = v'$, jako że źródłem ciepła w tym ujęciu jest ścianka kanału przepływowego). Do obliczenia tych zależności wymagana jest znajomość funkcji $\alpha(\xi)$, $v'(\xi)$ oraz ich gradientów $\frac{d\alpha}{d\xi}$, $\frac{dv'}{d\xi}$ wzdłuż drogi przepływu czynnika.

2. Metoda całkowania układu równań

Podstawowy układ równań (13), (15), (17) jest nieliniowym układem równań różniczkowych zwyczajnych. Ze względu jednak na pochodne $\frac{dv'}{d\xi}$, $\frac{d\alpha}{d\xi}$ jest on liniowy. Wyznaczyć można je wtedy jako:

$$\frac{dv'}{d\xi} = \frac{-\mu_1 \left[\frac{1}{2} \frac{A_4}{A_5} \left(\frac{v'}{\alpha^2} \right) - 1 \right] + A_1 A_5 \alpha^2}{(1 - A_4) - \frac{1}{2} \frac{A_4}{A_5} \frac{v'}{\alpha^2}} \quad (29)$$

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = -\frac{1}{2} \frac{A_1 A_5 \alpha^2 + A_4 \mu_1}{A_5 \alpha} \frac{1}{(1 - A_4) - \frac{1}{2} \frac{A_4}{A_5} \frac{v'}{\alpha^2}} \quad (30)$$

zaś z równań (14), (29) i (30)

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{1}{\alpha} \frac{dv'}{d\xi} - \left(\frac{v'}{\alpha^2} \right) \frac{d\alpha}{d\xi} \quad (31)$$

Nieliniowy układ równań (29), (30) najdogodniej jest rozwiązać metodą numeryczną Rungego-Kutty. Wykorzystując tę metodę [1], opracowany został program obliczeń w języku SAKO na maszynę cyfrową ZAM-41.

Wyniki obliczeń przedstawiono i zanalizowano w rozdziale następnym.

3. Dane oraz wyniki obliczeń

Aby przeprowadzić konkretne obliczenia numeryczne należy bliżej zdefiniować wielkość doprowadzanego ciepła μ_1 . Czynnikiem przyjmuje ciepło ze ścianki kanału, która też jest dla niego bezpośrednim źródłem ciepła. Ciepło to może być generowane bezpośrednio w materiale ścianki (np. na

na skutek przepływającego prądu elektrycznego) lub dopływać do niej (drogą konwekcji, promieniowania, przewodzenia) z zewnątrz.

W obliczeniach przykładowych przyjęto tę drugą możliwość i wykorzystano zależność:

$$\mu_1 = -A_2(\nu' - \nu'_{ot}) \quad (32)$$

gdzie:

$$A_2 = \frac{k_r L}{\dot{m} c_p}; \quad \nu'_{ot} = \frac{T_{ot}}{T_o} \quad (33)$$

Do obliczeń przykładowych przyjęte zostały następujące dane:

- strumień substancji (powietrza) $\dot{m} = 50 \text{ kg/s}$
- temperatura przy wlocie do rurociągu $T = 600^\circ\text{K}$
- ciśnienie przy wlocie do rurociągu $p_o = 2\,000\,000 \text{ N/m}^2$
- średnica wewnętrzna rurociągu $D = 0,5 \text{ m}$
- współczynnik przenikania ciepła (przy wlocie) $k_r = 10 \text{ W/m K}$
- całkowita długość rurociągu $L = 10\,000 \text{ m}$
- stosunek ciepła właściwego $\kappa = 1,4$
- masa drobinowa czynnika $M = 29 \text{ kg/kmol}$
- lepkość płynu (przy wlocie) $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- krok całkowania numerycznego $\Delta\xi = 0,0001$

Przyjęto dwie alternatywne wartości temperatur otoczenia: $T_{ot_B} = 300^\circ\text{K}$ oraz $T_{ot_A} = 900^\circ\text{K}$.

Stałe charakterystyczne dla tego procesu obliczone w oparciu o powyższe dane wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 122,11 \\ A_2 &= 2.000 \end{aligned} \right\} \text{ dotyczy parametrów przy wlocie}$$

$$\nu'_{ot_B} = 0,5 \quad \text{oraz} \quad \nu'_{ot_A} = 1,5$$

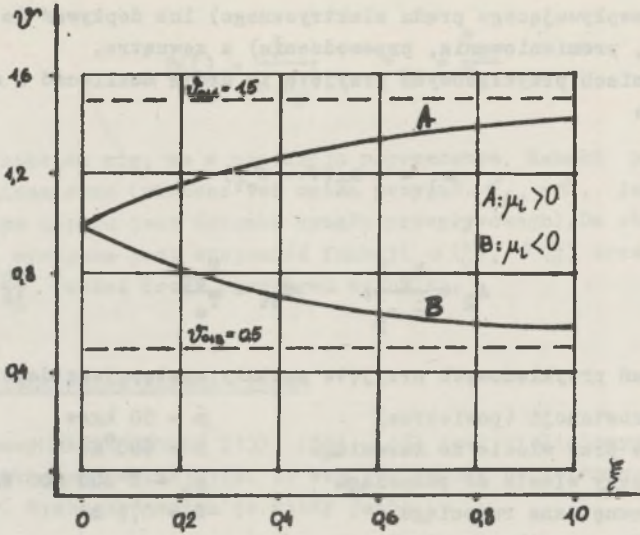
$$A_4 = 0,286$$

$$A_5 = 7,97 \cdot 10^{-4}$$

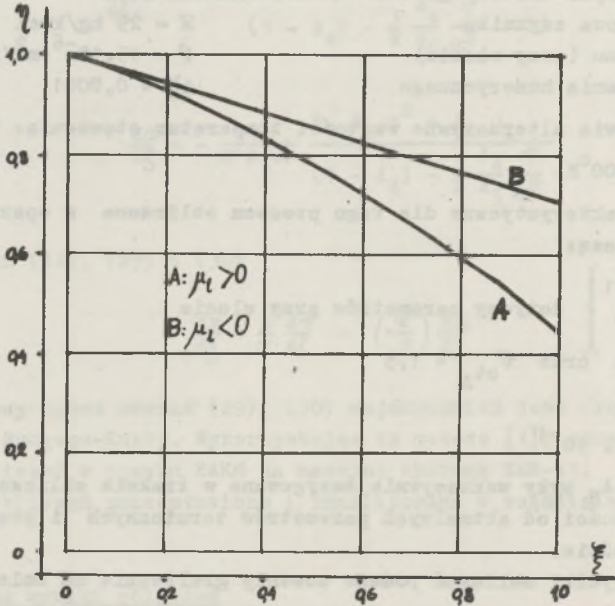
Stałe A_1, A_2 były sukcesywnie korygowane w trakcie obliczeń numerycznych w zależności od aktualnych parametrów termicznych i prędkości czynnika w przewodzie.

Uzyskane wyniki obliczeń podane zostały graficznie na kolejnych rysunkach.

Na rys. 2, 3, 4 przedstawiono kolejno zredukowane parametry termiczne $\nu(\xi), \eta(\xi)$ oraz prędkość $\alpha(\xi)$.



Rys. 2. Względna temperatura czynnika

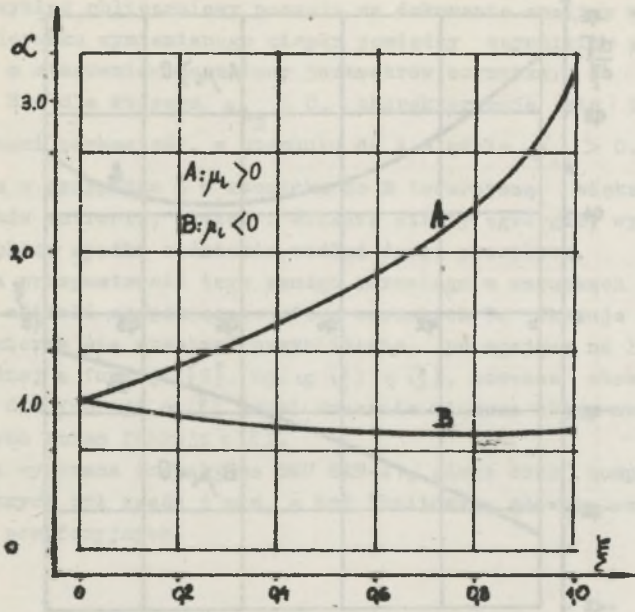


Rys. 3. Ciśnienie względne czynnika

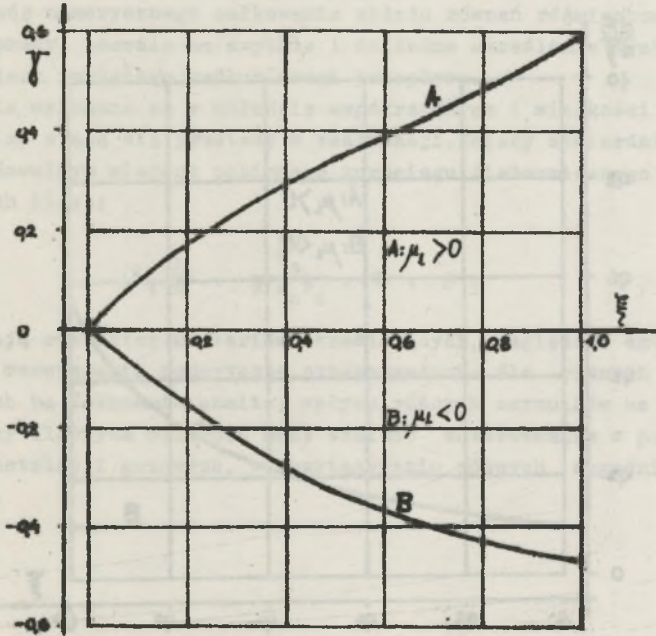
Wielkości związane z II zasadą termodynamiki, tzn.

$$\tau(\xi), \quad \frac{d\tau}{d\xi}, \quad \frac{d\theta}{d\xi}$$

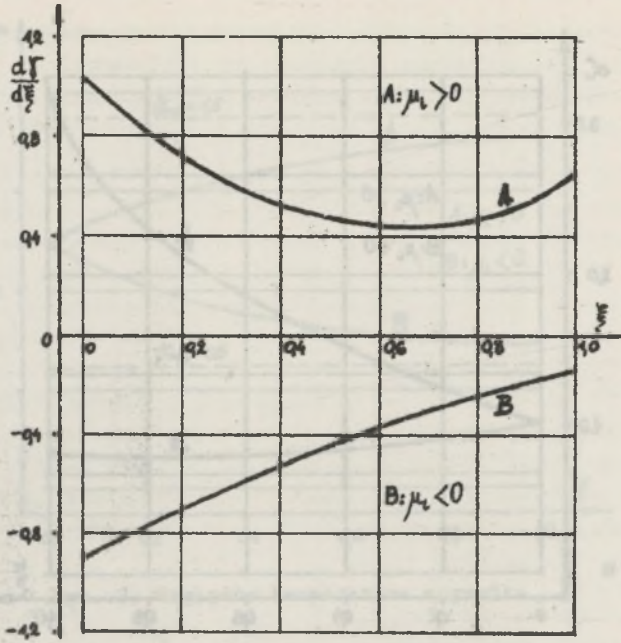
pokazano na rys. 5, 6, 7.



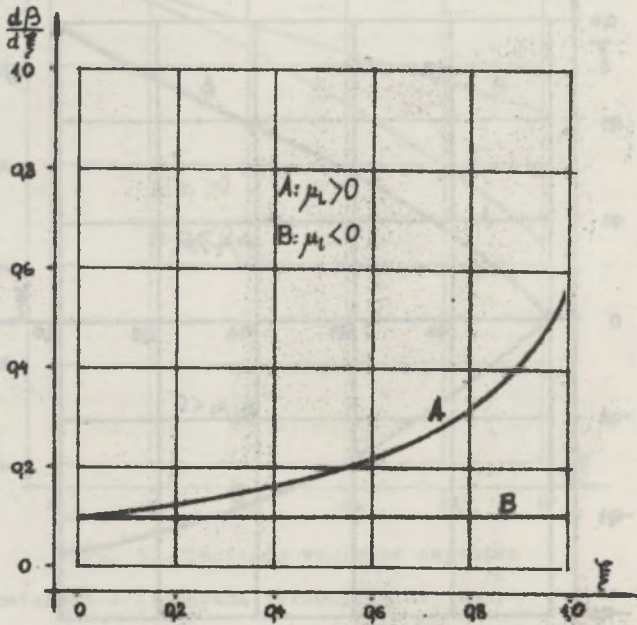
Rys. 4. Względna prędkość przepływu



Rys. 5. Entropia czynnika



Rys. 6. Zmiany entropii czynnika



Rys. 7. Lokalne sumy przyrostów entropii

Podany przykład obliczeniowy pozwala na dokonanie analizy wpływu wielkości oraz kierunku wymienianego ciepła pomiędzy czynnikiem przepływającym w kanale a otoczeniem na zmiany parametrów czynnika.

Przypadek B - dla którego $\mu_{1B} < 0$, charakteryzuje się bardziej łagodnymi zmianami parametrów, w stosunku do A - gdzie $\mu_{1A} > 0$. Transportowi czynnika w przypadku A w stosunku do B towarzyszą większe lokalne sumy przyrostów entropii, a więc i większe straty energii, występują tutaj także większe spadki ciśnienia wzdłuż drogi przepływu.

Maksymalna przepustowość tego samego rurociągu w warunkach A jest znacznie mniejsza aniżeli znajdującego się w warunkach B. Okazuje się również że jeżeli zamierza się stosować przybliżenie, polegające na linearyzacji przebiegu jednej z funkcji [2], np. $\alpha(\xi)$ $\eta(\xi)$, wówczas stosowanie tego przybliżenia dla funkcji $\alpha(\xi)$ wnosi znacznie większe błędy aniżeli założenie liniowych zmian funkcji $\eta(\xi)$.

Obliczenia wykonane zostały na EMC ZAM-41, gdzie czas kompletu obliczeń numerycznych był rzędu 1 min, a był limitowany głównie czasem działania urządzeń peryferyjnych.

4. Uwagi końcowe

Ułożony program do obliczeń parametrów czynnika (gazu doskonałego), oparty o metodę numerycznego całkowania układu równań różniczkowych podanych w tej pracy, pozwala na szybkie i dokładne określenie tych wielkości w danym miejscu rurociągu wzdłuż drogi przepływu.

Obliczenia wykonane są w układzie współrzędnych i wielkości zredukowanych, przez co stają się prostsze w realizacji. Należy stwierdzić, że stan czynnika w dowolnym miejscu poziomego rurociągu diatermicznego zależy od następujących liczb:

$$\left(\lambda_f \frac{L}{D}\right), \quad \frac{w_0^2}{2 c_p T_0}, \quad \kappa, \quad \mu_1$$

Liczby te mają charakter kryteriów określających, względnie sympleksów.

Uzyskane rozwiązania numeryczne przeprowadzono dla różnych przypadków pozwalających na dokonanie analizy wpływu różnych czynników na przepływ.

Opracowany algorytm obliczeń może znaleźć zastosowanie w pracach projektowych instalacji gazowych, w rozwiązywaniu różnych zagadnień optymalizacyjnych.

LITERATURA

- [1] Legras J.: Praktyczne metody analizy numerycznej, WNT, 1974.
- [2] Ochęduszek St.: Termodynamika stosowana, WNT 1970.
- [3] Szargut J.: Termodynamika, PWN, 1974.
- [4] Szargut J.: Teoria procesów cieplnych, PWN, 1973.

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА,
ТЕКУЩЕГО В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ДИАМЕТРИЧЕСКОМ ТРУБОПРОВОДЕ

Резюме

В работе определено основную систему дифференциальных уравнений, определяющих термические параметры идеального газа текущего в горизонтальном диаметрическом трубопроводе. Примерное решение получено при помощи численных методов, при использовании относительных переменных и параметров.

THE ANALYSIS OF THE IDEAL GAS PARAMETERS FLOWING IN THE
IN THE HORIZONTAL DIATHERMYCAL PIPELINE

Summary

In this paper the basic differential equations system, determining the thermal parameters of the ideal gas flowing in the horizontal diathermycal pipeline, has been given. The exemplary solutions of this system have been obtained using numerical methods in the relative variables and parameters system.