ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1978

Seria: ENERGETYKA z. 66 Nr kol. 562

Jaromír NOSKIEVIČ
Technische Hochschule Ostrava

GENAUERE FORMEL FÜR DIE BERECHNUNG DER SAUGFÄHIGKEIT DER KREISELPUMPEN

Für die Berechnung des Haltedruckes der Kreiselpumpen wird sehr oft die Pfleiderer'sche Formel

$$\Delta Y_k = (1 + \zeta_c) \frac{c_1^2}{2} + \zeta_w \frac{w_1^2}{2} \tag{1}$$

benutzt. Ähnliche Formel [1] ist

$$\Delta y_k = (1 + k) \frac{c_1^2}{2} + k \frac{u_1^2}{2} \tag{2}$$

Fur die Beiwerte werden folgende Werte angegeben:

Pfleiderer $\zeta_c = 0{,}1-0{,}3$; $\zeta_w = 0{,}25-0{,}35$

Kováts, Desmur $k = 0{,}16-0{,}20$ für Radialräder mit dünnen Schaufeln.

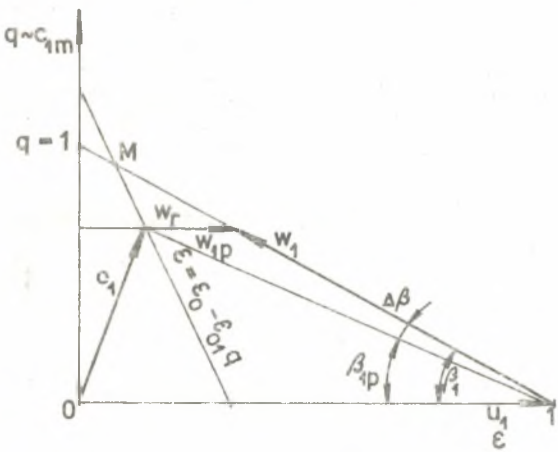

Bild 1. Das Geschwindigkeitstrâpez am Eintritt ins Laufrad der Kreiselpumpe

Nach mehreren Messungen an der Kreiselpumpen von Yedidiah [2] folgen diese Werte: $\zeta_c = 0{,}56-3{,}3$; $\zeta_w = 0{,}06-0{,}32$. Die bisher bekannten Kavitationsformeln wurden in [4] verglichen. Aus dem Verlauf sind relativ grosse Abweichungen ($\pm 50\%$) des Haltedruckes (NPSH) sichtbar.

Es ist bekannt, dass die angewandten Formeln fur ein rechtwinkliges Geschwindigkeitsdreieck am Eintritt ins Laufrad der Kreiselpumpe gelten. Die Strömung vor dem Laufrad ändert sich mit dem Durchfluss. Die Bedingungen für die Umströmung der Schaufeln des Laufrads verändern sich auch, insbesondere die seiner Eintrittskante, die einen Einfluss auf die Entstehung der Kavitation ausübt. Die Strömung beim Eintritt in das Laufrad wird durch das rechtwinklige Dreieck nicht genau erfasst, da dieses nur dem stossfreien Durchfluss mit senkrechtem Eintritt entspricht. Unter anderen Betriebsbedingungen, z.B. bei einer Veränderung des Durchflusses, entsteht beim Eintritt ins Laufrad sowohl die Stossgeschwindigkeit w_r (die das Mass für die Abweichung der Strömung ist) als auch die Vordrallkomponente c_{1u}, die den Vordrall der Strömung vor dem Laufrad zum Ausdruck bringt - Bild 1. Die Existenz beider Komponenten, und zwar sowohl der Stoss- als auch der Vordrallkomponente ist in [5 , 6 , 8 , 9 , 10 , 12] erklärt.

Die Strömung vor dem Laufrad ist bei den wirklichen Flüssigkeiten mit einer Energiezerstreuung verbunden. Durch die Vordrallkomponente wird vor dem Laufrad ein hydraulischer Verlust hervorgerufen, der proportional der kinetischen Energie ist ($\zeta_u \frac{c_{1u}^2}{2}$). Die kinetische Energie ($\frac{c_{1u}^2}{2}$) des Vordralls beeinflusst auch den Haltedruck.

Durch die Veränderung der Stromrichtung, für die der Winkel $\Delta\beta$ und die Stossgeschwindigkeit w_r massgebend ist, werden hydraulische Verluste ($\zeta_r \frac{w_r^2}{2}$) hervorgerufen. Ebenso durch die Grössenveränderung der relativen Geschwindigkeit w_{1p} zu w_1 werden hydraulische Verluste durch die Stromverzögerung ($\zeta_e \frac{w_{1p}^2 - w_1^2}{2}$) hervorgerufen. Alle hydraulischen Verluste und die kinetische Energie des Vordralls beeinflussen den Haltedruck und daher werden sie in der Gleichung fur NPSH zugerechnet.

Die ergänzte Formel für den kritischen Haltedruck ($NPSH_k$) ist dann [3 , 5 , 7 , 9 , 11]

$$y_k = (1 + \zeta_c)\frac{c_{1m}^2}{2} + (1 + \zeta_u)\frac{c_{10}^2}{2} + \zeta_w \frac{w_1^2}{2} + \zeta_r \frac{w_r^2}{2} + \zeta_e \frac{w_{1p}^2 - w_1^2}{2} \quad (3)$$

Mit Hilfe der dimensionslosen Zahlen

$q = \frac{Q}{Q_n} = \frac{c_{1m}}{c_{1mn}}$ relativer Durchfluss (die Grössen Q_n, c_{1mn} entsprechen dem Geschwindigkeitsdreieck)

$$Q_n = \pi^2 k_s D_{1s} b_1 \omega \operatorname{tg}\beta_1 ; \qquad k_s = 1 - \frac{s_1 z}{\pi D_{1s} \sin\beta_1}$$

$\varepsilon = \frac{c_{1u}}{u_1}$ relativer Vordrall; $\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1}$

s_1 - Schaufeldicke am Eintritt,

z - Zahl der Schaufeln,

ω - Winkelgeschwindigkeit des Laufrads,

k_s - Kontraktionsbeiwert,

β_1 - Schaufelwinkel am Eintritt ins Laufrad,

D_{1s} - mittlerer Durchmesser der Eintrittskante,

b_1 - Eintrittsbreite des Laufrads

wird die Gleichung (3) einfacher geschrieben. Für den relativen Haltedruck $\varkappa_k$ ist dann die Formel

$$\varkappa_k = \frac{2y_k}{u_1^2} a_2 q^2 - 2a_1 q + a_o \tag{4}$$

Beim Umformen wurden aus dem Geschwindigkeitstrapez folgende Beziehungen angewandt

$$c_{1m} = qu_1 \,\mathrm{tg}\,\beta_1; \qquad w_1 = qu_1\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\beta_1}$$

$$w_r = (1 - \varepsilon - q)u_1; \qquad w_{1p}^2 - w_1^2 = \left[(1 - \varepsilon)^2 - q^2\right]u_1^2 \tag{5}$$

Unter der Voraussetzung, dass der relative Vordrall so gross ist, dass der Haltedruck ein Minimum $(\frac{d\varkappa_k}{d\varepsilon} = \Theta)$ hat (Stromung mit einem kleinsten Widerstand), folgt die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{\zeta_r + \zeta_e}{1 + \zeta_u + \zeta_r + \zeta_e} - \frac{\zeta_r}{1 + \zeta_u + \zeta_r + \zeta_e} q = \varepsilon_o - \varepsilon_{01} q \tag{6}$$

Der relative Vordrall ist proportional dem relativen Durchfluss. Die Beiwerte a_o, a_1, a_2 in der Gleichung werden folgendermassen definiert:

$$a_2 = (1 + \zeta_o + \zeta_w)Ag^2\beta_1 + \zeta_w - \zeta_e + \frac{1 + \zeta_u + \zeta_e}{1 + \zeta_u + \zeta_r + \zeta_e}\zeta_r \tag{7}$$

$$a_1 = \frac{(1 + \zeta_u)\zeta_r}{1 + \zeta_u + \zeta_r + \zeta_e} \tag{8}$$

$$a_0 = (1 + \zeta_u)\left(1 - \frac{1 + \zeta_u}{1 + \zeta_u + \zeta_r + \zeta_e}\right) \tag{9}$$

Die drei Beiwerte a_0, a_1, a_2 sind durch die fünf Koeffizienten ζ_o, ζ_u, ζ_w, ζ_r, ζ_e bestimmt. Aus Messergebnissen kann man mit Hilfe der Gleichung (4) nur drei Beiwerte berechnen. Darum müssen zwei Grössen gewählt werden. Am besten werden die Verlustfaktoren ζ_c, ζ_u gewahlt und zwar $\zeta_c = \zeta_u = 0{,}1-0{,}3$. Dann werden die ubrigen Beiwerte aus den folgenden Gleichungen berechnet:

$$\zeta_r = \frac{a_1}{1 - \frac{a_o}{1 + \zeta_u}} \tag{10}$$

$$\zeta_e = \left(\frac{a_o}{a_1} - 1\right)\zeta_r \tag{11}$$

$$\zeta_w = \left[a_2 - \frac{a_1}{1 + \zeta_u} + \zeta_e - (1 + \zeta_c)\,tg^2\beta_1\right]\cos^2\beta_1 \tag{12}$$

Manchmal ist bei Betriebsbedingungen mit einer Wirbelströmung in der Saugleitung der Kreiselpumpe der Verlustbeiwert ζ_u viel grösser als der oben angegebene Wert. Mit dem Beiwert ζ_u ist in der Beziehung auch der Beiwert ζ_r (siehe Gl. (10)). In solchem Fall wird der Verlustbeiwert ζ_u so gewählt, dass er schon einen sehr kleinen Einfluss auf den Beiwert ζ_r ausübt, z.B. wird gewählt $\frac{d\zeta_r}{d\zeta_u} = -0{,}1$. Für die Wahl erhält man dann den Ausdruck

$$\zeta_u \geqq a_0 - 1 + \sqrt{10a_0a_1} \tag{13}$$

Der Verlustbeiwert ζ_u ist darum im Bereich

$$0{,}1 \leqq \zeta_u \geqq a_0 - 1 + \sqrt{10\,|a_0a_1|} \tag{14}$$

Der Stossfreie Eintritt in das Laufrad (Punkt M im Bild 1) entsteht bei $w_r = \emptyset$, d.h.

$$q_M = \frac{1 - \varepsilon_o}{1 - \varepsilon_{01}} = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_e}{1 + \zeta_u}} = 1 - \varepsilon_M \tag{15}$$

Der Anlaufwinkel $\Delta\beta$ (Bild 1) für den relativen Durchfluss q wird aus folgenden Gleichungen berechnet:

$$\Delta\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{1 - p}{1 + p\,tg^2\beta_1}\,tg\beta_1\right), \tag{16}$$

wo die Funktion $p = p(q)$ ist

$$p = \frac{1}{1 + (1 - \varepsilon_o)(\frac{1}{q} - \frac{1}{q_M})} \tag{17}$$

wo der Beiwert ε_o aus dem Ausdruck (6) folgt aus und nach dem Umformen mit (10), (11) ist

$$\varepsilon_o = \frac{1}{1 + \frac{1 + \zeta_u}{\zeta_r + \zeta_e}} = \frac{a_o}{1 + \zeta_u} \tag{18}$$

Die dimensionslose Saugzahl S_k ist

$$S_k = \frac{n\sqrt{Q}}{y_k^{\frac{3}{4}}} \tag{19}$$

wo ist:

n - Drehzahl $[s^{-1}]$,

Q - Durchflussmenge $[m^3 s^{-1}]$,

y_k - kritischer Haltedruck $[Jkg^{-1}] = [m^2 s^{-2}]$.

Mit den dimensionslosen Grossen q und $\varkappa_k$ wird der Ausdruck (19) folgendermassen umgeformt

$$S_k = K \frac{q^{\frac{1}{2}}}{\varkappa_k^{\frac{3}{4}}} \tag{20}$$

wo ist

$$K = \frac{n\sqrt{Q}}{(\frac{u_1^2}{2})^{\frac{3}{4}}} \tag{21}$$

Die maximale Grosse der Saugzahl wird beim relativen Durchfluss q_{Skmax} erreicht

$$q_{Skmax} = \frac{a_1}{4a_2}\left(1 + \sqrt{1 + 8\frac{a_o a_2}{a_1^2}}\right) \tag{22}$$

Die entsprechende Grösse der Saugzahl ist

$$S_{kmax} = K \frac{q_{Skmax}^{\frac{1}{2}}}{(a_2 q_{Skmax}^2 - 2a_1 q_{Skmax} + a_0)^{\frac{3}{4}}} \tag{23}$$

Der maximale relative Haltedruck $\varkappa_{kmin}$ wird beim relativen Durchfluss

$$q_{ymin} = \frac{a_1}{a_2} \tag{24}$$

erreicht. Dann ist die Grösse $\varkappa_{min}$

$$\varkappa_{min} = a_o - \frac{a_1^2}{a_2} \tag{25}$$

was aus der Bedingung $\frac{d\varkappa_k}{dq} = \emptyset$ folgt.
Die Darstellung der angewandten Grössen für die Saugfähigkeit der Kreiselpumpen ist im Bild 2.

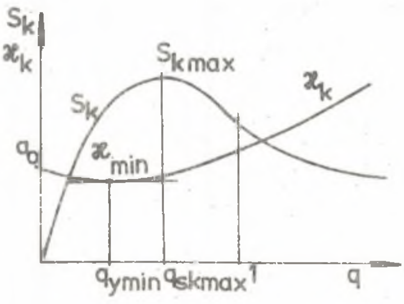

Bild 2. Die Saugfahigkeit der Kreiselpumpe im Bilde der dimensionslosen Zahlen

Mit Hilfe dieses mathematischen Modells der Kavitationseigenschaften der Kreiselpumpen wurden viele Messergebnisse an einer Rechenanlage bearbeitet. Für Pumpen mit einer guten Saugfähigkeit liegen die Beiwerte in folgenden Bereichen:

$$\zeta_o = 0,1-0,3; \quad \zeta_u = 0,1-0,3;$$

$$\zeta_w = 0,05-0,3; \quad \zeta_r = -0,2-0,2;$$

$$\zeta_e = 0,1-0,4 \tag{26}$$

Die Konstruktionsparameter, wie z.B. der Eintrittswinkel der Schaufeln ins Laufrad, die Form der Schaufeleintrittskante, die Schaufelzahl, die Schaufeldicke, die Schaufelrauhigkeit, die Lage der Schaufeleintrittskante, die Meridiankrümmung haben einen Einfluss auf die Saugfähigkeit und darum auch auf die Beiwerte ζ_o, ζ_u, ζ_w, ζ_r, ζ_e [7], [12].
Der relative Vordrall beim stossfreien Durchfluss (Punkt M im Bild 1) ist im Bereich

$$\varepsilon_M = 0,05-0,11. \tag{27}$$

Zusammenfassung

Das mathematische Modell (4) der Saugfähigkeit der Kreiselpumpen wurde auf Grund der erweiterten Formel für den Haltedruck abgeleitet. Es werden dabei zwei Erscheinungen berücksichtigt und zwar der Strömungsanlauf an die Schaufel unter einem Anlaufswinkel und der Vordrall des Laufrads. Das mathematische Modell ist genauer als alle bisher bekannten Formeln und es ist gültig auch für nichtnominale Durchflüsse der Kreiselpumpe ($q \geq 0,2-0,5$). Bei sehr kleinen relativen Durchflüssen entsteht eine Rückströmung aus dem Laufrad. In jedem zweiten Laufradkanal bildet sich ein Strömungswirbel ohne Durchfluss. Die Strömung ist in solchen Fällen sehr kompliziert. Für gewöhnliche Betriebsbedingungen der Kreiselpumpen gibt das beschriebene mathematische Modell die Möglichkeit, den Verlauf des Haltedruckes zu berechnen oder die Messergebnisse auszuwerten und für die Projektierung einer ähnlichen Kreiselpumpe anwenden.

LITERATURVERZEICHNIS

[1] De Kováts A., Desmur G.: Pumpen, Ventilatoren u. Kompressoren Verlag G. Braun, Karlsruhe, S. 162.

[2] Yedidiah S.: Some observations relating to suction performance of inducers and pumps. TASME, J. of B.E., Sept. 1972, S. 567-574.

[3] Noskievič J.: Erweiterung der Pfleiderer'schen Gleichung für die Berechnung des Haltedruckes bei Kreiselpumpen (tschechisch). Konferenz - 100 Jahre Sigma, 1968, Ref. A4.

[4] Noskievič J.: Vergleiche der Formeln für den Haltedruck bei Kreiselpumpen (tschechisch). Strojírenství, 19, 1969, Nr 7, S. 427-431.

[5] Noskievič J.: Kavitace, Academie Verlag, Praha, 1969.

[6] Noskiewič J.: Der Vordrall und Eintrittsstoss bei den Kreiselpumpen (tschechisch). Strojírenství, Bd. 21, 1971, Nr 4, S. 210-215.

[7] Noskievič J.: An application of the new calculus for NPSH of centrifugal pumps. Proc. of the Fourth Conf. on Fluid Machinery, Budapest 1972, S. 837-850.

[8] Noskievič J.: Strömung vor einem Kreiselpumpenlaufrad im Bereich des nominalen Durchflusses. Pumpentagung 1973, VDMA, Karlsruhe.

[9] Noskievič J.: Die Saugfähigkeit der Kreiselpumpen (tschechisch) Sborník věd. prací VŠB v Ostravě, Jhg. XXII, Nr 1, 1976, S. 19-33.

[10] Noskievič J.: Strömung am Eintritt ins Laufrad der Kreiselpumpe (tscheschisch). Konferenz Hydro-Turbo 76, Brno, Ref. F7.

[11] Noskievič J.: The suction ability of centrifugal pumps. Pumps and Turbine Conference, 1976, NEL, East Kilbride.

[12] Noskievič J.: Beitrag zur mathematischen Modellen im Fachgebiet der Pumpen (tschechisch). Dissertation, Technische Hochschule Ostrava, 1976.

DOKŁADNE ZALEŻNOŚCI DO OBLICZANIA ZDOLNOŚCI SSAWNYCH POMP WIROWYCH

S t r e s z c z e n i e

Jednowymiarowy przepływ przez wirnik pompy odśrodkowej można dokładnie opisać za pomocą trapezu prędkości - rys. 1. Równanie określające wysokość kawitacyjną uzupełniono stratami związanymi ze zmianą wartości prędkości przepływu na wejściu do wirnika, obrotem wirnika i uderzeniem. Równanie to przedstawiono w formie bezwymiarowej (4) z współczynnikami określonymi zależnościami (7), (8) i (9).

ТОЧНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ РАСЧЁТА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ ЗАСАСЫВАЮЩИХ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ НОСОСОВ

Р е з ю м е

Скоростные отношения одноразмерного течения в рабочем колесе центробежного насоса более точно выражены при помощи скоростной трапеции - рис. 1. Уравнение для кавитационной высоты (3) дополняется потерями компонентом предварительного вращения, уравным компонентом и изменением величины скорости течения при входе в рабочее колесо. Это уравнение оформлено на безразмерную форму (4) с коэффициентами, предназначенными для уравнений (7), (8), (9).

SPECIFIED DETENDENCIS FOR THE CALCULATION OF IMPELLER PUMPS SUCTION EFFECIENTIES

S u m m a r y

Velocity fields of one-dimensional flows in the impeller of a centrifugal pump are more accurately expressed by the velocity trapezoid - Fig. 1. The equation for NPSH (3) is supplemented by losses due to the prerotation velocity component, impact velocity component and the change in the rate of flow velocity at the impeller inlet. This equation is modified to a non-dimensional form (4) with coefficients determined by Eqs. (7), (8), (9).