

Jan JĘDRYSZEK, Ryszard WYSZYŃSKI

Politechnika Wroclawska

ZASADY MODULACJI CZĘSTOTLIWOŚCIOWEJ W
W WENTYLATORACH OSIOWYCH WYPOSAŻONYCH W KIEROWNICE

Streszczenie. W pracy podano główne zasady stosowania modulacji częstotliwościowej, której celem jest obniżenie, hałasu wytwarzanego przez wentylator osiowy z kierownicami. W oparciu o sformułowane zależności teoretyczne przeprowadzono analizę przydatności modulacji częstotliwościowej do redukcji składowych w widmie hałasu wynikłych z częstotliwości łopatkowych.

Problem ten ma istotne znaczenie przy konstruowaniu wentylatorów osiowych, charakteryzujących się stosunkowo niskim poziomem wytwarzanego hałasu.

Oznaczenia

- a - amplituda składowa,
- d - parametr określający ilość cykli modulacji podczas jednego obrotu wirnika,
- f - częstotliwość,
- k - krotność prędkości obrotowej wirnika,
- m - wskaźnik modulacji,
- n - prędkość obrotowa wirnika,
- w - defekt prędkości za profilem łopatki,
- z - liczba łopatek,
- A - amplituda zastępcza,
- B - szerokość pasma modulacji,
- J - funkcja Bessela,
- ω - prędkość kątowa,
- φ - położenie katowe i-tej łopatki wirnika względem punktu przyjętego jako początkowy,
- $\Delta\varphi$ - amplituda przestawienia łopatki,
- θ - położenie katowe punktu początkowego 0 na obwodzie wirnika obracającego się z prędkością kątową,
- Φ - przesunięcie fazowe,
- $\bar{\Phi}$ - zastępcze przesunięcie fazowe.

1. Wstęp

W widmie hałasu przepływowych maszyn osiowych pasma o najwyższym poziomie ciśnienia akustycznego występują przy tak zwanych częstotliwościach łopatkowych wirnika lub kierownicy. Źródłem hałasu są współpracujące palisady wirnika oraz kierownicy. Stwierdzono, że efekt ten ulega redukcji przy oddalaniu się obu palisad od siebie. Wykorzystanie tego zjawiska jest podstawową metodą redukcji hałasu w wentylatorach i sprężarkach osiowych. Sposób ten wprowadza jednak obniżenie sprawności układu, a przez to inspirował do poszukiwań innych bardziej skutecznych metod, nie powodujących szkodliwych efektów ubocznych. Jedną z takich metod okazała się redukcja hałasu w pasmach łopatkowych poprzez modulację częstotliwościową [1, 2 i 3].

W literaturze krajowej brak jak dotąd konkretnych opracowań tego typu, które mogą być przydatne przy projektowaniu sprawnych układów łopatkowych, charakteryzujących się ponadto obniżonym hałasem w pracy. W pracy podano podstawy teoretyczne z zakresu modulacji częstotliwościowej, które bezpośrednio mogą być wykorzystane przez konstruktora maszyn osiowych już podczas projektowania.

2. Opis matematyczny zagadnienia

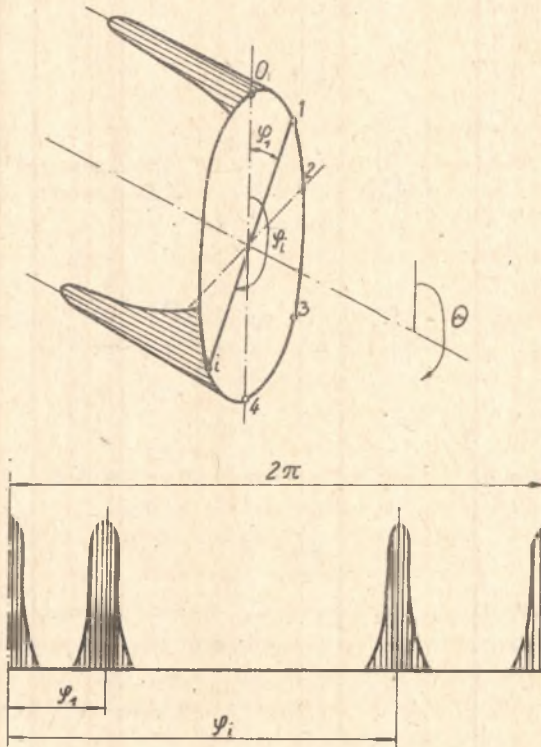
Metoda modulacji częstotliwościowej polega na przesunięciu składowej głównej częstotliwości łopatkowej wirnika w obszarze pewnego pasma, a jednocześnie uzyskaniu tą drogą redukcji amplitudy impulsów sumarycznych. Efekt ten uzyskuje się poprzez odpowiednie nierównomierne ustawienie łopatek wirnika na obwodzie. Do sformułowania zależności matematycznych posłużono się schematem zamieszczonym na rys. 1.

Efekt wynikły z defektu prędkości na spływie z łopatki wirnikowej, względem przyjętego położenia na obwodzie 0, można zapisać wyrażeniem Fouriera

$$w_0(\theta) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k(\theta - \Phi_k). \quad (1)$$

Przyjmując, że geometria śladu aerodynamicznego za każdą łopatką wirnikową jest identyczna, otrzymamy dla i-tej łopatki

$$w_i(\theta) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k(\theta - \varphi_i - \Phi_k). \quad (2)$$



Rys. 1. Schemat do opisu matematycznego modulacji wirnika wentylatora osiowego

Efekt sumaryczny wszystkich defektów za całym wirnikiem, dla liczby łopatek z_w można więc określić zależnością

$$w(\theta) = \sum_{i=1}^{z_w} w_i(\theta). \quad (3)$$

Podstawiając równanie (2) oraz rozdzielając wyrażenie względem φ_1 , otrzymano

$$w(\theta) = a_0 z_w + \sum_{i=1}^{z_w} \left[\sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k(\theta - \phi_k) \cos k \varphi_1 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin k(\theta - \phi_k) \sin k \varphi_1 \right]. \quad (4)$$

Wprowadzając wielkości zastępcze

$$A_0 = a_0 z_w, \quad (5)$$

$$A_k = a_k \left[\left(\sum_{i=1}^{z_w} \cos k \varphi_i \right)^2 + \sum_{i=1}^{z_w} \sin k \varphi_i \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6)$$

$$\bar{\varphi}_k = \bar{\varphi}_k + \frac{1}{k} \arctg \left(\frac{\sum_{i=1}^{z_w} \sin k \varphi_i}{\sum_{i=1}^{z_w} \cos k \varphi_i} \right), \quad (7)$$

otrzymano ostatecznie równanie w postaci uproszczonej

$$w(\theta) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos k (\theta - \bar{\varphi}_k). \quad (8)$$

Ponieważ modulacja częstotliwościowa dotyczy położenia łopatek wirnika na obwodzie, do analizy zagadnienia wykorzystano jedynie równanie (6), które dotyczy rozmieszczenia łopatek na obwodzie. Głównie interesować nas będzie równanie (6) dla wartości liczbowej amplitudy składowej $a_k = 1$, czyli tylko dla zależności kątowej

$$A_k(k, \varphi_i) = \left[\left(\sum_{i=1}^{z_w} \cos k \varphi_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{z_w} \sin k \varphi_i \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Równanie (9) nosi nazwę funkcji rozkładu. Odpowiednią wartość tej funkcji definiują wartości k oraz φ_i , a ich wpływ uzasadnia stosowanie modulacji częstotliwościowej.

Efekt modulacji uzyskano poprzez odpowiednie zmodyfikowanie położenia kątowego φ_i i -tej łopatki wirnika, co ukazuje wyrażenie

$$\varphi_i' = \varphi_i + \Delta\varphi \sin d \cdot \varphi_i. \quad (10)$$

Ponieważ równanie (10) definiuje nowe położenie łopatek wirnika, więc aby przeanalizować wpływ położenia kątowego φ_i' na wartość funkcji rozkładu (9), po podstawieniu otrzymano

$$A_k(k, \varphi_i) = \left[\left[\sum_{i=1}^{z_w} \cos k(\varphi_i + \Delta\varphi \sin d \cdot \varphi_i) \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^{z_w} \sin k(\varphi_i + \Delta\varphi \sin d \cdot \varphi_i) \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

W tak sformułowanej zależności (11) na jej wartość wpływają będą parametry $k, \Delta\varphi$ oraz d . Ponieważ parametr k dotyczy krotności prędkości obrotowej wirnika w analizie, interesować nas będzie wartość $k = z_w, 2z_w, \dots$, czyli liczby łopatek wirnika i jej krotności. Parametr d przyjęto równy jedności, to znaczy, że podczas jednego obrotu wirnika uzyskamy jeden cykl modulacji. Jako zmienne wystąpią w równaniu (11) liczba łopatek wirnika z_w oraz amplituda kąta modulacji $\Delta\varphi$. Dla analizy wyrażenia w nawiasach prostokątnych równania (11) wprowadzono przekształcenia

$$\begin{aligned} \cos(k \varphi_i + k\Delta\varphi \sin \varphi_i) &= \cos k \varphi_i (k\Delta\varphi \sin \varphi_i) + \\ &- \sin k \varphi_i \sin (k\Delta\varphi \sin \varphi_i) \end{aligned} \quad (12)$$

oraz

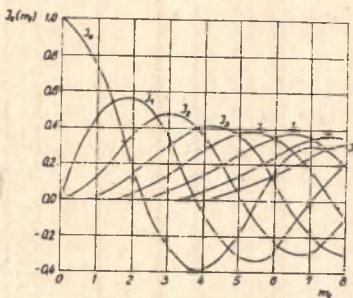
$$\begin{aligned} \sin(k \varphi_i + k\Delta\varphi \sin \varphi_i) &= \sin k \varphi_i \cos (k\Delta\varphi \sin \varphi_i) + \\ &+ \cos k \varphi_i \sin (k\Delta\varphi \sin \varphi_i). \end{aligned} \quad (13)$$

W równaniach (12) i (13) funkcję modulującą stanowią wyrażenia zawierające składnik $k\Delta\varphi$, który nazwano wskaźnikiem modulacji i oznaczono symbolem m_f . Wyrażenia te można zapisać, stosując szereg funkcji Bessela

$$\cos(m_f \sin \varphi_i) = J_0(m_f) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[J_{2k}(m_f) \cos(2k \varphi_i) \right] \quad (14)$$

oraz

$$\sin(m_f \sin \varphi_i) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left[J_{2k-1}(m_f) \sin(2k-1) \varphi_i \right]. \quad (15)$$



Rys. 2. Wykresy funkcji Bessela w funkcji wskaźnika modulacji m_f

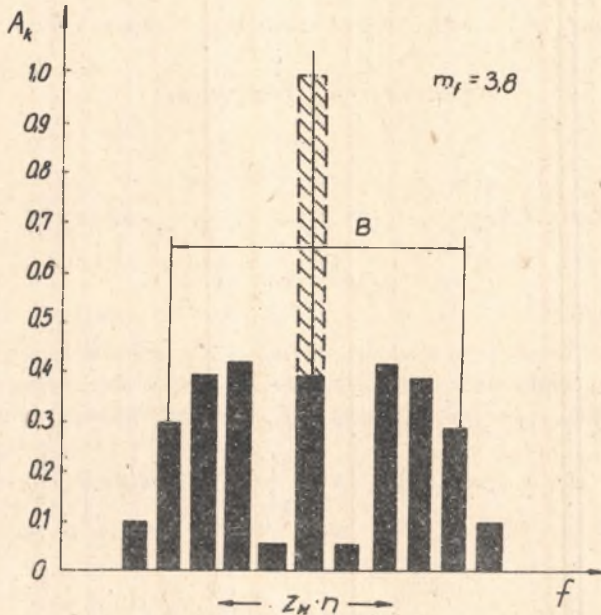
Wielkości amplitudy $A_k(k, \varphi_i)$ w równaniu (11) poszczególnych składowych określają kolejne harmoniczne funkcji Bessela. Wykresy poszczególnych harmonicznych Bessela przedstawiono na rys. 2.

Analizując przebieg krzywych można zauważyć, że największą redukcję amplitudy uzyskano przy wartości wskaźnika modulacji $m_f \approx 3,85$ [1]. Wartość amplitudy wynosi około 0,4 wartości przed modulacją, a dalsze zwiększenie wskaźnika modulacji m_f bardzo mało wpływa na redukcję wartości amplitudy. Ważnym zagadnieniem przy

modulacji częstotliwościowej jest szerokość pasma modulacji, którą określa zależność

$$B = 2m_f \omega_w. \quad (16)$$

Wskaźnikiem szerokości pasma modulacji jest więc podwojony wskaźnik modulacji, czyli $2m_f$. Zagadnienie to wyjaśniono na rys. 3.



Rys. 3. Schemat zmodulowanego pasma dla wskaźnika modulacji $m_f = 3,8$ (według rys. 2)

3. Zastosowanie modulacji w konstrukcji maszyn osiowych

W konstrukcji wirników ważne są przede wszystkim dobór wskaźnika modulacji oraz warunki stosowalności modulacji częstotliwościowej dla konstrukcji z kierownicami. Ponieważ $m_f = k \Delta \varphi$ a wartość parametru w interesujących nas przedziałach $p = z_w$, więc można zapisać, że

$$m_f = z_w \Delta \varphi. \quad (17)$$

W równaniu (17) przyjęto wartość liczbowa $k = z_w$ z tego względu, że dla wartości liczbowych $k = 2z_w$, $k = 3z_w$ i wyższych będą tym bardziej spełnione warunki optimum wskaźnika modulacji, czyli dla $m_f \geq 3,85$. Do analizy przyjęto liczby łopatek wirnika $z_w = 9$ oraz $z_w = 22$ i $z_w = 32$. Aby dla

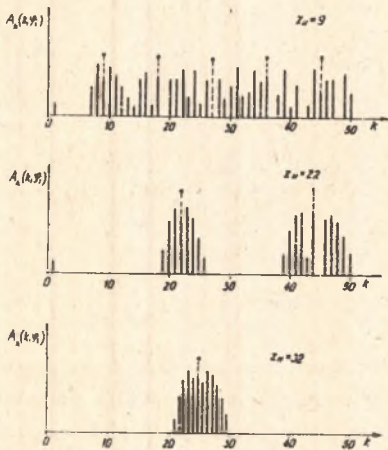
omówionych przypadków określić optymalną amplitudę kąta modulacji $\Delta\varphi$, należy wartość $m_f = 3,85$ podzielić przez odpowiednią liczbę łopatek wirnika (17)

$$\Delta\varphi_9 = \frac{3,85}{9} = 0,428 \text{ rd } (24,5^\circ), \quad \varphi_9 = 0,698 \text{ rd } (40^\circ),$$

$$\Delta\varphi_{22} = \frac{3,85}{22} = 0,175 \text{ rd } (10,0^\circ), \quad \varphi_{22} = 0,285 \text{ rd } (16,4^\circ),$$

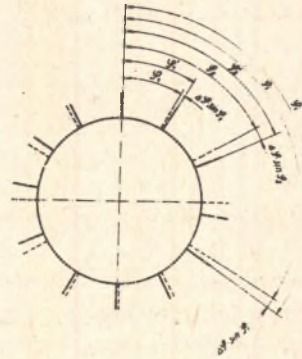
$$\Delta\varphi_{32} = \frac{3,85}{32} = 0,12 \text{ rd } (7,0^\circ), \quad \varphi_{32} = 0,196 \text{ rd } (11^\circ).$$

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że największe przesunięcie dokonać należy przy $z_w = 9$, fakt ten powoduje przy tak małej liczbie łopatek duże niewyważenie wirnika oraz zmianę właściwości aerodynamicznych, a przy mniejszych wskaźnikach modulacji uzyskamy mały efekt redukcji. Przykłady widma modulowanego dla omówionych wirników z liczbami łopatek $z_w = 9$; 22 i 32 przedstawiono na rys. 4. Ustawienie łopatek wirnikowych na obwodzie po zastosowaniu modulacji, przykładowo dla liczby łopatek $z_w = 12$, podano na rys. 5.



Rys. 4. Wyniki modulacji częstotliwościowej

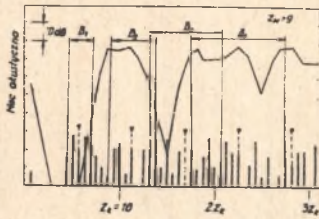
- dla wirnika o $z_w = 9$ oraz $m_f = 1,9$,
- dla wirnika o $z_w = 22$ oraz $m_f = 1,9$,
- dla wirnika o $z_w = 32$ oraz $m_f = 3,2$.



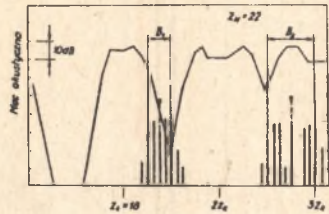
Rys. 5. Ustawienie łopatek wirnikowych na obwodzie po zastosowaniu modulacji

Z przedstawionych rozważań wynika, że najgorsze efekty uzyskano dla $z_w = 9$. Dowodzi to więc, że modulacja częstotliwościowa ma sens jedynie dla większej liczby łopatek wirnika [1 i 2]. Ponadto, jak wynika z przykładu, dla $z_w = 9$ obok uzyskanej redukcji składowej głównej pojawiły się znaczące składowe boczne, które znacznie pogarszają charakterystykę widma hała-

su. W przypadku wentylatorów wyposażonych w kierownice, należy rozpatrywać również widmo modulacji na tle widma mocy akustycznej. Aby wyjaśnić to zagadnienie na rys. 6 przedstawiono charakterystykę widma modulacji na tle widma mocy akustycznej wentylatora osiowego, wyposażonego w kierownicę o liczbie łopatek $z_k=16$ [4]. Dla liczby łopatek $z_w=9$ wprowadzenie modulacji prowadzi do powstawania dodatkowych składowych widma o częstotliwościach łopatkowych kierownicy $n \cdot z_k, 2nz_k, \dots$ oraz $k=z_k, k=2z_k, \dots$. Przy ocenie tego typu regulacji należy uwzględnić zarówno szerokość pasma, jak i redukcję amplitudy. Przy zbyt dużych szerokościach pasma modulacji i jednocześnie niezbyt dużej redukcji amplitudy można pogorszyć charakterystykę akustyczną. Na rys. 7 przedstawiono podobną charakterystykę dla liczby łopatek wirnika $z_w=22$. Stosowanie modulacji dla tej liczby łopatek jest bardziej korzystne z uwagi na prawidłową szerokość pasma modulacji oraz wskaźnika modulacji.



Rys. 6. Ocena modulacji na tle widma mocy akustycznej dla $z_w=9$, $z_k=16$ oraz $m_f=1,9$.



Rys. 7. Ocena modulacji na tle widma mocy akustycznej dla $z_w=22$, $z_k=16$ oraz $m_f=1,9$.

4. Wnioski i uwagi końcowe

Reasumując należy podkreślić, że modulacja częstotliwościowa jest tylko jednym ze sposobów regulacji, która w zasadzie nieznacznie zmienia parametry aerodynamiczne wentylatora osiowego lub innej przepływowej maszyny osiowej. Aby jednak metoda ta była jak najbardziej przydatna, należy brać pod uwagę, że liczba łopatek wirnika powinna być większa od $z_w=20$. Stwierdzenie powyższe wynika z obliczeń przeprowadzonych w pracach [1 i 2]. Należy również zauważyć, że przy mniejszej liczbie łopatek uzyskuje się dla optymalnego wskaźnika modulacji o wiele większe kąty przesunięcia łopatek na obwodzie, co powoduje duże niewyważenie wirnika oraz zmianę parametrów aerodynamicznych.

Optymalny wskaźnik modulacji uzyskano, co podano na rys. 2, dla $m_f \geq 3,85$, dla niższych wartości liczbowych wskaźnika otrzymano gorsze efekty redukcji amplitudy składowej głównej, a ponadto składowe boczne mogą przyjąć wartości znaczące w widmie akustycznym.

Szerokość pasma modulacji jest ściśle związana ze wskaźnikiem modulacji i należy przy jego doborze również analizować widmo mocy akustycznej od współdziałania wirnika i kierownicy. Zły dobór pasma modulacji może spowodować pojawienie się w widmie składowych częstotliwości łopatkowej kierownicy lub ich wielokrotności [4]. Prawidłowy dobór parametrów modulacji przedstawiono na rys. 6, gdzie wprawdzie przy wąskim paśmie dla częstotliwości podstawowej $n z_w$ uzyskano mały efekt redukcji. Znajduje się jednak ona w obszarze minimum mocy akustycznej. Natomiast pierwsza harmoniczna $2nz_w$ znajduje się w obszarze maksimum mocy akustycznej i jest zredukowana maksymalnie, gdyż wskaźnik modulacji dla tej składowej wynosi $m_f=3,8$ (dla częstotliwości podstawowej $m_f = z_w \Delta\varphi = 1,9$, zaś dla pierwszej harmonicznej $m_f = 2 (z_w \Delta\varphi) = 3,8$).

Omówione zagadnienia modulacji częstotliwościowej są szczególnie ważne przy projektowaniu wentylatorów wyposażonych w kierownice. Ta metoda regulacji hałasu wentylatorów daje dobre efekty przy prawidłowym doborze parametrów modulacji. Natomiast zły dobór parametrów modulacji, szczególnie w wentylatorach wyposażonych w kierownice, może doprowadzić do znacznego pogorszenia własności akustycznych i aerodynamicznych wentylatora.

LITERATURA

- [1] Ewald B., Pavlovio A., Bollinger J.C.: Noise reduction by applying modulation principles. JASA, t. 49, z. 5, 1971.
- [2] Kim J.A., Choroszew G.A.: Vlijanie neravnomernosti šaga łopatok rabođego koleasa na spektr šuma vozduchoduvnyh mašin, Akustičeskaja Dinamika Mašin i Konstrukcij. Izdatelstvo Nauka, Moskwa 1973.
- [3] Duncan P.E., Dawson B.: Reduction of Interaction Tones from Axial Flow Fans By Suitable Design of Rotor Configuration. J. Sound Vibr., t. 33 2, 1974, s. 143-154.
- [4] Jędrzysek J.: Analiza hałasu generowanego przez wentylator osiowy, powstałego wskutek oddziaływania palisady łopatkowej wirnika i kierownicy. Praca doktorska, Komunikat Instytutu Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów Politechniki Wrocławskiej, nr 220, 1976.

ОСНОВЫ МОДУЛЯЦИИ ЧАСТОТЫ В ОСЕВЫХ ВЕНТИЛЯТОРАХ, ОБОРУДОВАННЫХ НАПРАВЛЯЮЩИМ АППАРАТОМ

Резюме

В статье даны главные основы применения модуляции частоты, целью которой является понижение шума, генерированного осевым вентилятором с направляющим аппаратом. На основе определённых теоретических зависимостей проведён анализ пользы модуляции лопатных частот в спектре шума вентилятора.

Эта проблема имеет существенное значение в конструкции осевых вентиляторов, характеризующихся низким уровнем шума.

PRINCIPLES OF FREQUENCY MODULATION
IN AXIAL VIBRATORS WITH STATOR BLADES

S u m m a r y

Essential principles of frequency modulation application which aims at reduction of noise generated by axial ventilators with stator blades are presented. Basing on the formulated theoretical relations of frequency modulation usefulness, the analysis which is to reduce the noise spectrum partials caused by blade frequencies is performed.

This problem has substantial meaning in designing axial generators characterized by low generated SPL.