

Jan SKŁADZIEN

ANALIZA PRZEPLYWU CIEPŁA
W ELEKTRYCZNEJ NAGRZEWNICY POWIETRZA

Streszczenie. W pracy przedstawiono uproszczony sposób wyznaczania charakterystycznych temperatur w elektrycznej nagrzewnicy powietrza z uwzględnieniem promienistej wymiany ciepła między rdzeniami grzałek i przewodami grzejnymi oraz przewodzenia ciepła w zewnętrznych elementach rdzeni. Rozważania zilustrowano przykładem liczbowym.

Wstęp

Rozpatrywana elektryczna nagrzewnica powietrza składa się z grzałek w postaci wydłużonych walcowych rdzeni ze śrubowymi rowkami, w których znajdują się przewody grzejne. Grzałki ustawione są w podobny sposób jak rury w krzyżowoprądowym wymienniku ciepła tworząc np. układ szachownicowy (prze-stawny). Ciepło wydzielone w przewodach przekazywane jest do powietrza na drodze konwekcji oraz do rdzeni i do obudowy na drodze promieniowania. Od powierzchni rdzeni oraz od ścian obudowy (po pominięciu strat ciepła do otoczenia) ciepło przekazywane jest również konwekcyjnie do powietrza.

1. Założenia modelu

Ciepło wydzielane się wewnątrz przewodu w całej jego objętości. Przy założeniu stałej jednostkowej mocy źródeł ciepła \dot{q}_v różnica pomiędzy temperaturą w środku przewodu T_0 i na jego powierzchni T_1 wynika ze wzoru

$$T_0 - T_1 = \frac{\dot{q}_v d^2}{16 \lambda_g}, \quad (0)$$

w którym d jest średnicą przewodu, λ_g zaś współczynnikiem przewodzenia ciepła dla materiału przewodu. W praktyce różnica $T_0 - T_1$ jest na ogół rzędu 1 K, a zatem nie odgrywa ona roli.

Strumień energii promienistej wychodzący z powierzchni przewodu pada częściowo na rdzeń grzałki zawierającej dany przewód, częściowo zaś na inne grzałki oraz ewentualnie na ściany komory nagrzewnicy. W przypadku dużej ilości grzałek wpływ ścian obudowy jest znikomy. Wpływ ten w dal-

szych rozważaniach pominięto, grzałki traktuje się zaś jak elementy nieskończenie długie.



Rys. 1. Powtarzalny fragment zewnętrznej części przekroju grzałki

1 - przewód grzejny, 2 - powierzchnia rowka, 3 - powierzchnia walcowa rdzenia

Energia promienista jest absorbowana głównie w śrubowych rowkach rdzeni zawierających przewody grzejne. Konwekcyjny przepływ ciepła ma miejsce przede wszystkim na zewnętrznych walcowych powierzchniach rdzeni. W efekcie występuje przewodzenie ciepła w materiale rdzeni, które może odgrywać znaczącą rolę przy małym współczynniku przewodzenia ciepła dla tego materiału. W rozważaniach przyjęto, że powierzchnie rowków oraz powierzchnie walcowe rdzeni (rys. 1) są izotermiczne, przy czym ich temperaturami charakterystycznymi są temperatury średnie.

2. Równania bilansów energii

Wszystkie powierzchnie, jak wynika z przyjętych założeń, podzielono na trzy izotermiczne grupy. Pierwszą tworzą powierzchnie przewodów grzejnych o temperaturze T_1 , drugą powierzchnie rowków o średniej temperaturze T_2 , trzecią zaś powierzchnie walcowe rdzeni o średniej temperaturze T_3 .

Bilans energii dla powierzchni przewodów grzejnych, dla powierzchni rowków oraz dla powierzchni walcowych rdzeni, ma kolejno postać:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Q}_J - \dot{Q}_{k1} &= H_1 - H_1 \varphi_{1-1} - H_2 \varphi_{2-1} - H_3 \varphi_{3-1}, \\ \frac{T_2 - T_3}{R_\lambda} + \dot{Q}_{k2} &= H_1 \varphi_{1-2} + H_2 \varphi_{2-2} + H_3 \varphi_{3-2} - H_2, \\ \dot{Q}_{k3} - \frac{T_2 - T_3}{R_\lambda} &= H_1 \varphi_{1-3} + H_2 \varphi_{2-3} + H_3 \varphi_{3-3} - H_3. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

W równaniach powyższych \dot{Q}_J jest ciepłem Joule'a, \dot{Q}_{ki} oznacza strumień ciepła oddawany do powietrza na drodze konwekcji przez powierzchnię i , H_i jest jasnością tej powierzchni, T_i jej temperatura, φ_{i-j} określa stosunek konfiguracji pomiędzy powierzchnią i oraz j , R_λ zaś jest oporem przewodzenia ciepła w rdzeniu od powierzchni rowków 2 do powierzchni 3. Jasności poszczególnych powierzchni wynikają ze wzorów:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= E_1 + H_1 \varphi_{1-1} R_1 + H_2 \varphi_{2-1} R_1 + H_3 \varphi_{3-1} R_1, \\ H_2 &= E_2 + H_1 \varphi_{1-2} R_2 + H_2 \varphi_{2-2} R_2 + H_3 \varphi_{3-2} R_2, \\ H_3 &= E_3 + H_1 \varphi_{1-3} R_3 + H_2 \varphi_{2-3} R_3 + H_3 \varphi_{3-3} R_3, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

gdzie R_i jest refleksyjnością powierzchni i , E_i zaś jej emisją własną określoną wzorem:

$$E_i = F_i C_0 \varepsilon_i \left(\frac{T_i}{100} \right)^4, \quad (3)$$

gdzie ε_i jest emisyjnością powierzchni i o polu F_i . Oczywiście są zależności

$$\varepsilon_i + R_i = 1; \quad C_0 = 5,67 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}.$$

Konwekcyjne strumienie ciepła są określone wzorami:

$$\dot{Q}_{ki} = F_{ki} \alpha_{ki} (T_i - T_p), \quad (4)$$

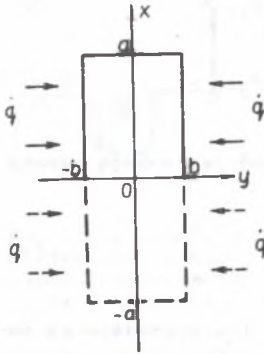
w których α_{ki} oznacza konwekcyjny współczynnik wnikania ciepła od powierzchni i do powietrza o temperaturze T_p , F_{ki} zaś jest polem tej części powierzchni i , która bierze udział w konwekcyjnym przepływie ciepła.

Po podstawieniu zależności (3) do równań (2) oraz (4) do (1) otrzymuje się nieliniowy układ sześciu równań algebraicznych z niewiadomymi H_1 , H_2 , H_3 , T_1 , T_2 , T_3 , który można zredukować do trzech równań z trzema niewiadomymi T_i . W tym celu jasności H_1 należy wyrazić za pomocą temperatur T_i wykorzystując wzory (2). Tak powstały układ równań najwygodniej jest rozwiązywać metodą iteracyjną.

3. Przewodzenie ciepła w materiale rdzenia

W celu wyznaczenia oporu przewodzenia ciepła R_{λ} pomiędzy powierzchnią 2 i 3 rozpatrzono długi prostopadłościan o przekroju prostokątnym (rys.2). Połowa tego prostopadłościanu jest przybliżonym modelem fragmentu rdzenia pomiędzy sąsiednimi rowkami. Do dwóch boków prostopadłościanu dopływa strumień ciepła \dot{q} na jednostkę powierzchni. Od dwóch pozostałych boków ciepło odpyływa na drodze konwekcji do ośrodka o temperaturze T_p przy współczynniku wnikania α . Współczynnik przewodzenia ciepła dla materiału prostopadłościanu wynosi λ . Równanie przewodzenia ciepła dla prostopadło-

ścianu wraz z warunkami brzegowymi, po przyjęciu oznaczeń jak na rys. 2, ma kształt (przy stałym λ):



Rys. 2. Przybliżony model fragmentu rdzenia między sąsiednimi rowkami

Rozwiązanie powyższego zagadnienia brzegowego ze względu na temperaturę T , otrzymane metodą rozdzielu zmiennych Fouriera, przyjmuje postać:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm b} = \pm \frac{q}{\lambda},$$

$$\pm \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=\pm a} = \alpha (T \Big|_{x=\pm a} - T_p).$$

$$U = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2 \sin \mu_i}{\mu_i + \sin \mu_i \cos \mu_i} \cdot \frac{\cos(\mu_i \xi) \cosh(\mu_i \zeta)}{\mu_i \sinh(\mu_i \zeta_0)}, \quad (5)$$

gdzie:

$$U = \frac{T - T_p}{q a} R \lambda, \quad (6)$$

$$\xi = \frac{x}{a}, \quad \zeta = \frac{y}{a}, \quad \zeta_0 = \frac{b}{a}, \quad (6a)$$

μ_i zaś przedstawia kolejne dodatnie rozwiązania równania

$$\mu = \frac{\alpha a}{\lambda} \operatorname{ctg} \mu. \quad (6b)$$

Opór przewodzenia R_λ wynika ze wzoru

$$R_\lambda = \frac{\Delta T_{\text{sr}}}{2 q a L}, \quad (7)$$

w którym ΔT_{sr} oznacza różnicę pomiędzy średnimi temperaturami na powierzchniach $y=b$ oraz $x=a$, otrzymanymi na podstawie zależności (5), L zaś jest długością prostopadłościanu.

4. Przykład obliczeniowy, uwagi końcowe

Obliczenia przykładowe dotyczą grzałki, dla której szerokość powierzchni walcowej rdzenia jest równa szerokości rowków i wynosi (rys. 2) $2b=4$ mm. Przyjęto $a=5$ mm. Dla tego przypadku przy liczbie Biota $\text{Bi} = \frac{q}{\lambda}$ zawartej w granicach $0,1 \div 0,5$ otrzymano na podstawie (5) i (7), w odniesieniu do elementu o jednostkowej długości rowka,

$$R_{\lambda} \approx \frac{0,475}{\lambda L}.$$

W rozpatrywanym zakresie zmienności liczby Biota opór R_{λ} zależy od tej liczby w sposób znikomy. W dalszych rozważaniach przyjęto $\lambda = 1,3$ W/m K).

Stosunki konfiguracji określono wykorzystując prawa zamkniętości i wzajemności oraz trzy dodatkowe warunki uwzględniające kształt i wzajemne usytuowanie rozpatrywanych powierzchni. Energia promienista opuszczająca powierzchnię 3 pada ponownie jedynie na te jej elementy, które znajdują się na innych grzałkach. Ponieważ szerokość powierzchni 3 i rowków są równe, zatem w omawianym przypadku połowa energii promienistej wychodzącej z powierzchni 3 pada na elementy tej powierzchni umieszczone na sąsiednich grzałkach. Wynika stąd

$$\varphi_{3-3} = 0,5.$$

Założono, że przewód grzejny jest tak umiejscowiony w rowku, iż jego środek pokrywa się ze środkiem kwadratu, którego bok stanowi odcinek zamykający przekrój poprzeczny rowka. Poza granice rowka wychodzi zatem czwarta część promieniowania opuszczającego powierzchnię 1. Połowa tej energii dochodzi bezpośrednio do powierzchni 3 na sąsiednich grzałkach, a stąd

$$\varphi_{1-3} = 0,125.$$

W takim przypadku oczywista jest również zależność

$$\varphi_{1-1} = \varphi_{3-1}$$

ze względu na fakt, że do powierzchni 1 energia promienista dopływa jedynie z tych fragmentów powierzchni 1 i 3, które znajdują się na sąsiednich grzałkach, a tym samym stosunki pomiędzy wielkościami φ_{1-3} i φ_{3-3} oraz φ_{1-1} i φ_{3-1} są jednakowe.

Dla średnicy przewodu 2 mm oraz dla obwodu rowka $2\pi + 4$ mm (jest to wartość bliska $2a = 10$ mm) otrzymano z praw zamkniętości i wzajemności:

$$\begin{aligned}\varphi_{1-1} &= 0,0491, & \varphi_{1-2} &= 0,8259, & \varphi_{1-3} &= 0,1250, \\ \varphi_{2-1} &= 0,5046, & \varphi_{2-2} &= 0,3773, & \varphi_{2-3} &= 0,1181, \\ \varphi_{3-1} &= 0,1964, & \varphi_{3-2} &= 0,3036, & \varphi_{3-3} &= 0,5000.\end{aligned}$$

Przyjęto, że w konwekcyjnym przepływie ciepła uczestniczy $1/3$ obwodu przewodu grzejnego, część obwodu rowka o łącznej szerokości 2 mm oraz cała powierzchnia walcowa rdzenia. Przy takim założeniu suma $F_{k1} + F_{k2} + F_{k3}$ jest równa w przybliżeniu powierzchni elementów walcowych o średnicy równej zewnętrznej średnicy grzałki. Obliczenia wykonano dla przypadku takiego samego konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła α_k w odniesieniu do wszystkich powierzchni w danym miejscu:

$$\alpha_k = \alpha_{k1} = \alpha_{k2} = \alpha_{k3},$$

przy czym przyjęto

$$\alpha_k = 1,075 \dot{Q}^{0,6} = 1,49 \dot{q}_J^{0,6} \frac{W}{m^2 K}, \quad (8)$$

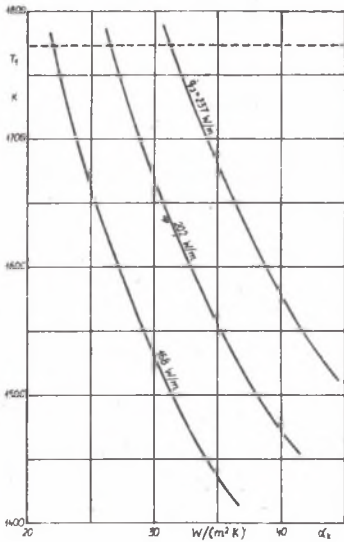
gdzie \dot{Q} jest wyrażoną w kW mocą cieplną całej nagrzewnicy, \dot{q}_J zaś (W/m^2) oznacza moc cieplną odniesioną do jednostkowej długości przewodu grzejnego. Zależność (8) wynika ze znanej relacji

$$\alpha_k = \frac{\lambda Nu}{d}; \quad Nu = 0,41 Re^{0,6} Pr^{0,33} \xi_s; \quad Re = \frac{w d}{\nu}, \quad (9)$$

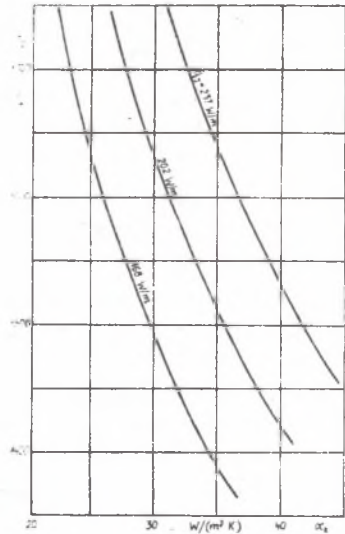
gdzie λ , Pr i ν są charakterystycznymi wielkościami dla powietrza [1,2], ξ_s jest poprawką uwzględniającą parametry geometryczne, w zaś prędkość w w największym miejscu, tzn. między grzałkami. Prędkość w , przy stałej temperaturze powietrza w rozpatrywanym końcowym fragmencie nagrzewnicy, jest proporcjonalna do strumienia \dot{m} , a tym samym do mocy \dot{Q} :

$$\dot{Q} = \dot{m} c_p \Delta T = F w \rho c_p \Delta T. \quad (10)$$

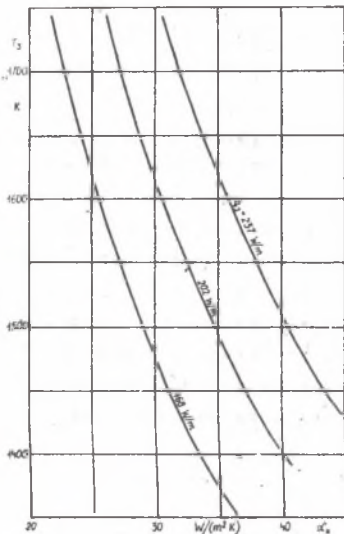
We wzorze (10) ρ i c_p oznaczają gęstość i pojemność cieplną właściwą powietrza, F łączne pole przekroju między grzałkami, ΔT natomiast zadany przyrost temperatury czynnika w nagrzewnicy równy $800 - 273 = 527$ K. Po podstawieniu zależności (10) do (9) oraz po uwzględnieniu wartości liczbowych strumienia i parametrów powietrza, jak również parametrów geometrycznych rozpatrywanego urządzenia, otrzymuje się wzór (8).



Rys. 3. Przebieg zmienności temperatury przewodu grzejnego



Rys. 4. Przebieg zmienności średniej temperatury powierzchni rowków

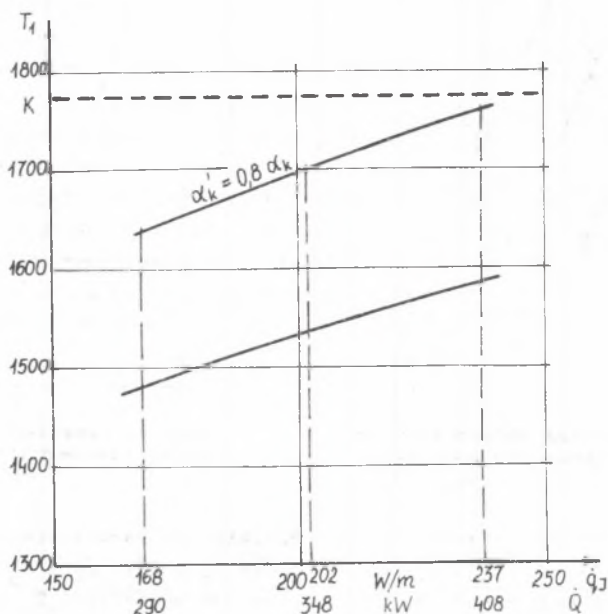


Rys. 5. Przebieg zmienności średniej temperatury powierzchni walcowych rdzeni

Przykładowe rozważania dotyczą emisyjności $\epsilon_1 = 0,7$, $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0,8$ oraz temperatury powietrza $T_p = 800$ K.

Wyniki obliczeń w postaci zależności temperatur T_1 , T_2 i T_3 od współczynnika wnikania ciepła α_k dla trzech wartości jednostkowej mocy cieplnej przewodu przedstawiono na rys. 3, 4 i 5. Rysunek 6 podaje przebieg temperatury przewodu w funkcji mocy cieplnej nagrzewnicy, gdy współczynnik wnikania ciepła jest określony wzorem (8) oraz gdy jest on o 20% mniejszy. Różnica taka może wynikać np. z błędów, jakim obarczone są wyniki otrzymywane na podstawie zależności (9). Pozioma linia przewyżnana na rys. 3 i 6 oznacza temperaturę topnienia materiału przewodu. Dla przypadku, gdy obowiązuje relacja (8), charakterystyczne temperatury dla trzech rozpatrywanych poziomów mocy wynoszą:

\dot{q}_J	T_1	T_2	T_3
168 W/m	1481 K	1440 K	1422 K
202 W/m	1536 K	1491 K	1472 K
237 W/m	1585 K	1539 K	1516 K



Rys. 6. Przebieg zmienności temperatury przewodu grzejjego dla konwekcyjnego współczynnika wnikania ciepła określonego wzorem (8)

Z przedstawionych wyników obliczeń wynika, że różnice temperatur poszczególnych powierzchni wynoszą kilkadziesiąt stopni i są o rząd mniejsze od różnic temperatur przewodów lub rdzeni oraz powietrza. Radiacyjna wymiana ciepła powoduje dość znaczne wyrównanie temperatur, w dodatku opór przewodzenia ciepła przez zewnętrzne elementy rdzeni odgrywa niewielką rolę. Decydujący wpływ na dokładność obliczeń ma zatem błąd, z jakim określone są rzeczywiste średnie konwekcyjne współczynniki wnikania ciepła.

LITERATURA

- [1] Kostowski E. i inni (praca zbiorowa): Zbiór zadań z przepływu ciepła. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1973.
- [2] Składzień J.: Termokinetyka dla elektryków. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1977.

- [3] Szargut J.: Metody numeryczne w obliczeniach cieplnych pieców przemysłowych, Katowice 1977.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Leon Troniewski

Wpłynęło do Redakcji w styczniu 1982 r.

АНАЛИЗ ТЕПЛООБМЕНА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЗДУХОНАГРЕВАТЕЛЕ

Р е з ю м е

В работе представлен упрощенный метод определения характеристических температур в электрическом воздухонагревателе с учетом лучистого теплообмена между сердечниками нагревателей и нагревательными проводами, а также теплопроводности во внешних элементах сердечников. Выше приведенные рассуждения проиллюстрированы числовым примером.

AN ANALYSIS OF HEAT TRANSFER IN ELECTRICAL AIR STOVE

S u m m a r y

A simplified method of determining characteristic temperatures in electrical air stove is presented in the paper. The radiant heat transfer between heating electric wires and cores of heaters as well as the heat conduction in the outer parts of the cores were considered. A numerical example is enclosed.