

Marek MAGIERA
Akademia Górniczo-Hutnicza

DWUPOZIOMOWA METODA STEROWANIA PRZEPLYWEM PRODUKTÓW PRZEZ ELASTYCZNĄ LINIĘ MONTAŻOWĄ Z MASZYNAMI RÓWNOLEGLYMI*

Streszczenie. Na pierwszym poziomie opracowanej metody rozwiązywane jest zadanie równoważenia obciążeń maszyn, sformułowane dla elastycznej linii montażowej z maszynami równoległymi. Rozwiązanie tego zadania umożliwia wybór tylko jednej sekwencji montażowej dla każdego produktu, spośród danych alternatywnych sekwencji. Rozpatrzone zostały dwa przypadki: sztywnych, alternatywnych marszrut montażu. Na drugim poziomie szeregowane są operacje montażowe. W artykule zaprezentowano modele matematyczne oraz algorytmy heurystyczne (heurystyki relaksacyjne).

A TWO - LEVEL APPROACH FOR FLOW CONTROL IN A FLEXIBLE ASSEMBLY LINE WITH PARALLEL MACHINES

Summary. The top-level of presented approach is a machine loading problem, allocation of assembly operations and part feeders among the stations and selection of best assembly sequences for all products so as to balance the station workloads. Fixed or alternative assembly routes are considered. The base-level is a scheduling of assembly operations. The paper presents new mathematical models and heuristic algorithms.

1. Wprowadzenie

Elastyczna linia montażowa (ELM) należy do podstawowych typów elastycznych systemów montażowych (ESM). ELM stanowi zbiór specjalistycznych stacji montażowych rozmieszczonych w ustalonym porządku, w którym przepływ produktów odbywa się jedno-

* Praca finansowana częściowo z badań własnych AGH

kierunkowo, bez możliwości powracania do raz odwiedzonej stacji. Charakteryzuje się ona zdolnością do częstych i szybkich przebrojeń [6].

W ELM montowanych jest równocześnie wiele różnych produktów. Maszyny pracujące równolegle zgrupowane są w stadia. Każdy produkt poddawany jest procesowi montażu co najwyżej na jednej maszynie danego stadium. Podczas montażu danego produktu niektóre stadia mogą zostać pominięte. Pomiędzy poszczególnymi stadiami mogą się znajdować bufony międzystadialne o ograniczonych pojemnościach (*ELM z buforami międzystadialnymi*). W buforach składowane są czasowo produkty oczekujące na kolejne operacje. W przypadku gdy nie ma buforów międzystadialnych (*ELM bez buforów*), rolę buforów pełnią maszyny. Większe jest więc wtedy obciążenie maszyn i większe jest prawdopodobieństwo blokowania maszyn niż w przypadku montażu w ELM z buforami międzystadialnymi.

W celu osiągnięcia jak najniższych kosztów montażu w ELM rozwiązuje się zadanie równoważenia obciążeń maszyn. Polega ono na takim przydziale operacji montażowych do maszyn, dla którego obciążenia wszystkich maszyn są zbliżone. Brak zbliżonych obciążeń maszyn powoduje powstawanie kolejek i wąskich gardeł w systemie, czego konsekwencją są wyższe koszty produkcji. Równoważenie obciążeń maszyn, jak i szeregowanie operacji montażowych są istotnymi problemami planowania i sterowania elastycznego montażu.

Omówiona bardzo ogólnie problematyka jest ściśle związana z niniejszą pracą. W opracowanej metodzie sterowania przepływem produktów przez ELM rozwiązywane jest zadanie równoważenia obciążeń maszyn, a następnie szeregowane są operacje montażowe. Algorytmy heurystyczne zostały zbudowane w celu uzyskania stosunkowo krótkich czasów rozwiązywania tych zadań. Uwzględniony został przypadek ELM z buforami międzystadialnymi, jak i ELM bez buforów.

2. Ogólny opis metody

Rys. 1 przedstawia schemat blokowy opracowanej dwupoziomowej metody sterowania przepływem produktów przez ELM z maszynami równoległymi. Jak widać na tym rysunku, punktem wyjścia są zbiory sekwencji montażowych, wygenerowanych oddzielnie dla każdego produktu (sekwencje alternatywne). Każda sekwencja to ciąg kolejno wykonywanych operacji montażowych. Wszystkie operacje (oprócz pierwszej) polegają na

domontowaniu części lub podzespołu do uprzednio zmontowanych części. Pierwsza operacja to zamontowanie części bazowej w uchwycie montażowym. Przykłady algorytmów generowania alternatywnych sekwencji montażowych można znaleźć m.in. w pracach [2, 3].

We: Alternatywne sekwencje montażowe produktów

Optymalizacja obciążeń maszyny

POZIOM I

Równoważenie obciążeń maszyn -
- sztywne marszrutę montażu

Równoważenie obciążeń maszyn -
- alternatywne marszrutę montażu

wybrane sekwencje

POZIOM II

Harmonogramowanie procesu

Szeregowanie zadań w systemie
przepływowym z buforami
międzystadialnymi

Szeregowanie zadań w systemie
przepływowym bez buforów
międzystadialnych

Wy: Harmonogram przepływu produktów

Rys.1. Schemat blokowy dwupoziomowej metody sterowania przepływem przez ELM

Fig.1. Block diagram of the two-level approach of flow control in a flexible assembly line

Poziom I

Na pierwszym poziomie spośród danych alternatywnych sekwencji wybierana jest dla każdego produktu tylko jedna sekwencja montażowa. W tym celu rozwiązywane jest zadanie równoważenia obciążeń maszyn, sformułowane dla ELM z maszynami równoległymi. Narzędziem, służącym do rozwiązania tego zadania, jest programowanie matematyczne.

W opracowanych modelach matematycznych oraz algorytmach heurystycznych uwzględnione zostały dwa przypadki:

- sztywne marszrutę montażu - typ operacji przydzielony do maszyn należących do tego samego stadium;
- alternatywne marszrutę montażu - typ operacji przydzielony do co najmniej jednej maszyny (maszyny te mogą należeć do różnych stadiów).

Modele te i algorytmy zostały szczegółowo opisane w rozdziale 3.

Poziom II

Na drugim poziomie operacje montażowe są szeregowane. Został uwzględniony przypadek ELM z buforami międzystadialnymi, jak i ELM bez buforów. W zbudowanych modelach matematycznych i algorytmach heurystycznych (heurystykach relaksacyjnych) minimalizowana jest wartość funkcji aproksymującej długość uszeregowania. W opracowanej metodzie długość uszeregowania podzielona została na jednostkowe przedziały czasowe.

Szczegółowe opisy modeli i algorytmów zbudowanych dla drugiego poziomu opisywanej metody zostały przedstawione w pracy: M. Magiera [4].

3. Równoważenie obciążeń maszyn w elastycznej linii montażowej z maszynami równoległymi

3.1. Opis zadania, parametry i zmienne

Tablica 1

Oznaczenia modeli oraz algorytmów heurystycznych

Model matematyczny	Algorytm heurystyczny	Opis modelu / algorytmu
M1	H1	Równoważenie obciążeń maszyn - sztywne marszruty montażu
M2	H2	Równoważenie obciążeń maszyn - alternatywne marszruty montażu

Tablica 2

Indeksy i parametry wejściowe

Indeksy:	Parametry wejściowe:
i - maszyna, $i \in I = \{1, \dots, m\}$;	a_{ij} - przestrzeń robocza maszyny i wymagana dla operacji j ;
j - operacja, $j \in J = \{1, \dots, n\}$;	b_i - całkowita przestrzeń robocza maszyny i ;
k - produkt, $k \in K = \{1, \dots, \nu\}$	f_i - numer stadium, do którego należy maszyna i , $f_i \in \{1, \dots, \vartheta\}$, ϑ - liczba stadiów;
s - sekwencja montażowa, $s \in T = \{1, \dots, w\}$	p_{js} - czas wykonywania operacji j w sekwencji s ;
	I_j - zbiór maszyn, na których można wykonać operację j ;
	J_k - zbiór operacji wykonywanych podczas montażu produktu k ;
	J_R - zbiór operacji wymagających użycia podajnika części, $J_R \subset J$;
	S_k - zbiór sekwencji montażowych dla produktu typu k , $\bigcap_{k \in K} S_k = \emptyset$;
	T - zbiór wszystkich sekwencji montażowych, $T = \bigcup_{k \in K} S_k$;
	R_s - zbiór par operacji (j, r) , takich że operacja j bezpośrednio poprzedza operację r w sekwencji montażowej $s \in T$

Tablica 3

Zmienne decyzyjne

$u_s = 1$, jeżeli wybrano sekwencję montażową $s \in T$, inaczej $u_s = 0$;
 $x_{ij} = 1$, jeżeli operację j przydzielono do maszyny $i \in I_j$, inaczej $x_{ij} = 0$;
 $z_{ijs} = 1$, jeżeli do maszyny i przydzielono operację j należącą do sekwencji $s \in S_k$ (dla produktu k), inaczej $z_{ijs} = 0$

W zadaniu równoważenia obciążeń maszyn z równoczesnym wyborem sekwencji montażowych danych jest m maszyn, na których należy zmontować ν różnych, wieloczęściowych produktów. Każda maszyna należy do jednego z \mathcal{S} stadiów. Dana jest liczba wszystkich wygenerowanych sekwencji montażowych (zapisywanych w postaci ciągu kolejno wykonywanych operacji), wynosząca w . Produkt niekoniecznie musi przechodzić przez każde stadium. Każdy produkt może być montowany na co najwyżej jednej maszynie danego stadium. Nie ma możliwości powrotu produktu do maszyn wcześniej odwiedzanych. Zachowana musi zostać kolejność montażu, określona w danych sekwencjach montażowych.

W modelach matematycznych (umożliwiających uzyskanie rozwiązań optymalnych) i algorytmach heurystycznych został uwzględniony przypadek sztywnych oraz alternatywnych marszrut montażu. Oznaczenia tych modeli i algorytmów heurystycznych zestawiono w tablicy 1.

Rozwiązanie zadania polega na takim przydziale operacji montażowych do maszyn, dla którego obciążenia wszystkich maszyn będą zbliżone. Dla każdego produktu wybierana jest tylko jedna sekwencja montażowa.

Indeksy i parametry wejściowe opisanego zadania zestawione są w tabl. 2, a zmienne decyzyjne, służące do jego rozwiązania - w tabl. 3.

3.2. Modele matematyczne

Opisane w poprzednim podrozdziale zadania równoważenia obciążeń maszyn z równoczesnym wyborem sekwencji montażowych zostały sformułowane w postaci liniowych modeli matematycznych (tabl.1). Każdy z opracowanych modeli: M1 (uwzględniający sztywne marszrut montażu) oraz M2 (uwzględniający alternatywne marszrut montażu) zawiera binarne zmienne decyzyjne (tabl.3). W modelach tych (poziom I na rys.1) minimalizowane jest obciążenie najbardziej obciążonej maszyny - P_{\max} . Oto te modele (M1 oraz M2): Zminimalizować funkcję celu P_{\max} , przy ograniczeniach [5, 7]:

$$\sum_{i \in I} z_{ijs} = u_s, \quad s \in S_k, j \in J_k, k \in K, \quad (1)$$

$$\sum_{s \in T} \sum_{j \in J} p_{js} z_{ijs} \leq P_{\max}, \quad i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_{ij} \leq b_i, \quad i \in I, j \in J_g, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I_j} x_{ij} \geq 1, \quad j \in J, \quad (4)$$

$$z_{ijs} \leq x_{ij}, \quad i \in I_j, j \in J_k, s \in S_k, k \in K, \quad (5)$$

$$z_{ijs} + z_{irs} \leq 1, \quad i \in I, \tau \in I, \text{ gdzie } f_i \neq f_\tau \text{ dla } i \neq \tau, \quad (6)$$

$$j \in J_k, k \in K, s \in S_k, (j,r) \in R_s,$$

$$\sum_{i \in I} i \cdot z_{ijs} \leq \sum_{i \in I} i \cdot z_{irs}, \quad s \in S_k, k \in K, (j,r) \in R_s, \quad (7)$$

$$\sum_{s \in S_k} u_s = 1, \quad k \in K, \quad (8)$$

$$x_{ij} = 0, \quad j \in J, i \notin I_j, \quad (9)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j, \quad (10)$$

$$z_{ijs} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j, s, \quad (11)$$

$$u_s \in \{0,1\}, \quad \forall s \quad (12)$$

W modelu M1, zbudowanym dla sztywnych marszrut montażu, uwzględnione musi być ponadto ograniczenie:

$$x_{ij} + x_{i\tau} \leq 1, \quad i \in I, \tau \in I: f_i \neq f_\tau, \tau \neq i, j \in J \quad (13)$$

Funkcja celu P_{\max} zapewnia zrównoważenie obciążeń wszystkich maszyn. Rozdział wszystkich operacji pomiędzy maszyny dla każdego produktu zapewniony jest dzięki ograniczeniu (1). W zależności (2) wyznaczone jest minimalizowane obciążenie maszyny, będącej wąskim gardłem w systemie. Nienaruszenie ograniczenia przestrzeni roboczych maszyn zapewnia ograniczenie (3), zaś (4) - przydział każdej operacji do co najmniej jednej maszyny. Przydział produktów do takich maszyn, do których przydzielono odpowiednie operacje montażowe, umożliwia zależność (5). Ograniczenie (6) zapewnia, że wszystkie operacje montażowe produktu, wykonywane w danym stadium, realizowane będą na tej samej maszynie (eliminacja transportu pomiędzy maszynami równoległymi). Zachowanie kolejności montażu w jednokierunkowym systemie przepływowym bez powracania produktu do maszyn (również do stadiów) wcześniej odwiedzanych jest osiągnięte dzięki ograniczeniu (7). Wybór tylko jednej sekwencji montażowej dla każdego produktu gwarantuje zależność (8). W celu eliminacji przydziałów operacji i produktów do niewłaściwych maszyn musi być spełniona zależność (9). Ograniczenia (10), (11), (12) zapewniają binarność zmiennych decyzyjnych. Zależność (13), zbudowana wyłącznie dla modelu M1 (sztywne marszruty),

zapewnia, aby wszystkie maszyny, którym przydzielono dany typ operacji, należały do tego samego stadium.

3.3. Algorytmy heurystyczne

Rozwiązywanie zadań programowania całkowitoliczbowego, sformułowanych w modelach M1 i M2, jest stosunkowo czasochłonne. W celu otrzymania rozwiązań tych zadań w stosunkowo krótszym czasie opracowane zostały heurystyki relaksacyjne (tabl. 1): H1 - dla modelu M1, H2 - dla modelu M2. Algorytmy te służą do rozwiązywania zadań programowania całkowitoliczbowego, startując z rozwiązania optymalnego liniowej relaksacji modelu M1 lub M2. Relaksacja ta polega na usunięciu warunków całkowitoliczbowości niektórych zmiennych decyzyjnych. Niech LP(M1) i LP(M2) oznaczają otrzymane w wyniku relaksacji zadania programowania całkowitoliczbowego.

Heurystyki dla ELM z maszynami równoległymi: H1 (sztywne marszruty), H2 (alternatywne marszruty):

Wycięcie: liniowa relaksacja LP(M1) - dla H1, LP(M2) - dla H2.

Wycięcie: rozwiązania heurystyczne: $z_{j_s}^h, u_s^h, P_{\max}^h$.

- Rozwiąż zadanie LP' liniowej relaksacji M1 (dla H1) lub M2 (dla H2), po odrzuceniu ograniczeń całkowitoliczbowości zmiennych decyzyjnych: $z_{j_s}^h, u_s^h$.
- Dokonaj zaokrągleń wyznaczonych przydziałów operacji montażowych do maszyn (14) oraz zmiennych, określających wybrane sekwencje montażowe (15):

$$z_{j_s}^h = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } \bar{z}_{j_s} > 0,5, \\ 0, & \text{jeżeli } \bar{z}_{j_s} \leq 0,5. \end{cases} \quad u_s^h = \begin{cases} 1, & \text{jeżeli } \bar{u}_s > 0,5, \\ 0, & \text{jeżeli } \bar{u}_s \leq 0,5. \end{cases} \quad (14), (15)$$

- Sprawdź, czy dla wszystkich sekwencji montażowych operacje montażowe zostały przydzielone. Jeżeli j -ta operacja s -tej sekwencji nie została przydzielona, to znajdź wszystkie wartości $\bar{z}_{j_s} = 0,5$, a następnie przyjmij $z_{j_s}^h = 1$, dla i -tej maszyny, wybranej spośród maszyn montażowych spełniających warunek: $x_{ij} = 1$, której obciążenie jest najmniejsze, a przydział ten nie spowoduje przekroczenia ograniczeń zasobowych (3).
- Wyznacz maksymalne obciążenie maszyny montażowej wg (16) i zakończ obliczenia.

$$P_{\max}^h = \max_{i \in I} \left\{ \sum_{s \in S} \sum_{j \in J_s} P_{j_s} z_{j_s}^h \right\} \quad (16)$$

3.4. Eksperymenty obliczeniowe

Tablica 4

Dane wejściowe i wyniki [w %] dla przykładów testowych

Grupa	Parametry grupy					Szytywne marszruty montażu				Alternatywne marszruty montażu			
	ϑ	m	n	ν	w	$\bar{w}1$	$\bar{w}2$	$\bar{w}3$	$\bar{w}4$	$\bar{w}1$	$\bar{w}2$	$\bar{w}3$	$\bar{w}4$
1	2	3	15	10	15	0,6	6,1	6,4	37,0	2,6	4,9	5,1	46,2
2	2	3	20	10	20	1,0	6,7	6,9	32,8	2,8	5,3	5,5	37,3
3	2	4	20	10	20	1,2	6,8	7,0	29,5	3,0	5,7	6,9	35,0
4	3	4	30	20	30	1,6	7,3	7,6	21,4	3,3	5,8	7,0	31,1
5	3	5	30	20	30	1,8	7,9	8,3	21,1	3,6	6,2	7,1	27,2
6	3	5	40	20	40	2,3	8,5	9,6	14,4	4,3	6,9	7,7	17,4
7	3	6	30	20	30	3,4	9,2	9,8	10,6	5,5	8,2	9,6	12,1
8	4	6	40	20	40	4,8	10,4	11,0	4,9	6,7	9,9	10,8	5,9

Liczby: ϑ - stadiów, m - maszyn, n - typów operacji, ν - typów produktów, w - sekwencji;

$\bar{w}1, \bar{w}2, \bar{w}3, \bar{w}4$ - wartości średnie wskaźników: $w1, w2, w3, w4$, gdzie:

$$w1 = \frac{P_{\max}^H - P^*}{P^*} [\%], \quad w2 = \frac{P^* - P^{LB}}{P^{LB}} [\%], \quad w3 = \frac{P_{\max}^H - P^{LB}}{P^{LB}} [\%], \quad w4 = \frac{CPU^H}{CPU^*} [\%]$$

P_{\max}^H - maksymalne obciążenie maszyn, wyznaczone przy pomocy heurystyki;

P^* - optymalna wartość obciążenia maszyny będącej wąskim gardłem w systemie;

P^{LB} - oszacowanie od dołu optymalnego obciążenia maszyn, wyznaczone przy pomocy heurystyki;

CPU^* - czas obliczeń dla algorytmu programowania całkowitoliczbowego;

CPU^H - czas obliczeń dla heurystyki.

Tablica 4 zawiera zestawienie danych wejściowych i uzyskanych wyników eksperymentów obliczeniowych przeprowadzonych na opracowanych algorytmach. Eksperymenty te zostały przeprowadzone dla 8 grup zadań o różnych rozmiarach (wartościach parametrów: ϑ, m, n, ν, w). Dla każdej z grup rozwiązanych zostało 50 przykładów. Opisywane eksperymenty miały na celu porównanie rozwiązań heurystycznych (wyróżnionych indeksem H) z rozwiązaniami optymalnymi (oznaczonymi indeksem $*$). Rozwiązania optymalne otrzymane zostały, wykorzystując M1 lub M2, natomiast rozwiązania heurystyczne - stosując algorytm H1 lub H2. W celu uzyskania tych rozwiązań zastosowano języki programowania matematycznego: LINGO [8], AMPL [1] (solver CPLEX).

W celu porównania rozwiązań heurystycznych z rozwiązaniami optymalnymi wykorzystane zostały 4 wskaźniki: $w1, w2, w3, w4$, zdefiniowane w tablicy 4. Pierwszy z nich $w1$ służy do porównania maksymalnych wartości obciążeń maszyn P_{\max}^H i P^* . Odchyłka rozwią-

zania optymalnego od dolnego oszacowania maksymalnego obciążenia maszyny jest zachowana we wskaźniku w_2 . Kolejny wskaźnik w_3 wyraża odchyłkę rozwiązania heurystycznego od dolnego oszacowania maksymalnego obciążenia maszyny. Do porównania czasów obliczeń przeznaczony jest wskaźnik w_4 . Tablica 4 zawiera zestawienie wartości średnich opisanych wskaźników, wyznaczonych dla 2 różnych przypadków: sztywnych, alternatywnych marszrut montażu. Wartości średnie wskaźników: w_2 , w_3 są większe w przypadku sztywnych marszrut montażu, niż w sytuacji gdy marszrutę są alternatywne. Potwierdza to fakt, że zrównoważenie obciążeń maszyn jest znacznie trudniejsze (czasami niemożliwe) w przypadku sztywnych marszrut montażu, niż wówczas gdy każdy typ operacji może być przydzielony do maszyn należących do różnych stadiów. Czas rozwiązywania zadania równoważenia ELM, w której marszrutę montażu mogą być alternatywne, jest oczywiście większy niż w przypadku rozwiązywania tego problemu dla ELM ze sztywnymi marszrutami.

4. Uwagi końcowe

W przedstawionych algorytmach heurystycznych nie była relaksowana zmienna decyzyjna x_{ij} (przydział operacji j do maszyny i). Dzięki pominięciu relaksacji tej zmiennej decyzyjnej uzyskiwane rozwiązania są stosunkowo bliskie optymalnym oraz zawsze spełnione jest ograniczenie zasobowe (3) (nie byłoby to możliwe, gdyby dla zmiennej x_{ij} warunek całkowitoliczbowości został odrzucony). Korzyści te odnoszone są kosztem pewnego wydłużenia czasu obliczeń (w porównaniu do algorytmu, w którym wszystkie zmienne są relaksowane).

Wyróżnienie zbioru operacji, które nie wymagają przydziału podajnika części, co ma miejsce w opracowanych modelach, nieznacznie komplikuje te modele, umożliwia jednak opis takich przypadków, w których zmontowane podzespoły przemieszczają się na paletach obok innych, uprzednio zmontowanych części.

LITERATURA

1. Fourer R., Gay D., Kernighan B.: *AMPL - A Modelling Language for Mathematical Programming*. Boyd & Fraser Publishing Company 1993.
2. Łebkowski P.: Metody komputerowego wspomaganie montażu mechanicznego w

- elastycznych systemach produkcyjnych. Wydawnictwo AGH, Kraków 2000.
3. Magiera M.: *Algorytm generowania alternatywnych sekwencji montażowych produktów wielosiowych dla ESM*. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, *Zeszyty Naukowe, Automatyka* 2000, z.130, str.85-94.
 4. Magiera M.: *Modele matematyczne i heurystyki relaksacyjne szeregowania operacji dla elastycznych linii montażowych z maszynami równoległymi*. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Automatyka*, 2002.
 5. Magiera M., Sawik T.: *Modele i algorytmy równoważenia obciążeń maszyn i wyboru optymalnych sekwencji w elastycznych systemach montażowych*, *Zeszyty Naukowe AGH, Automatyka*, tom V, zeszyt 1/2, Kraków 2001, str. 395-402.
 6. Sawik T.: *Planowanie i sterowanie produkcji w elastycznych systemach montażowych*. WNT, Warszawa 1996.
 7. Sawik T.: *Simultaneous Loading, Routing, and Assembly Plan Selection in a Flexible Assembly System. Mathematical and Computer Modelling*, 1998, vol.28, no.9, pp.19-29.
 8. Schrage L., Cunningham K.: *LINGO, Optimization Modelling Language*. LINDO Systems Inc., Chicago 1991.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Zbigniew Banaszak

Abstract

This paper presents a hierarchical, two-level approach for flow control in a flexible assembly line with parallel machines. A flexible assembly line consists of a set of assembly stations of various types each with limited working space and is capable of simultaneously producing a mix of product types. The flow is unidirectional. Each assembly stage consists of one or parallel machines. An assembly sequence is a list of sequential actions. The alternative assembly sequences are given for each product. An optimal assembly sequence is such that incurs the minimum of assembly costs, i.e., the minimum of assembly operations required.

The top-level of described new method is a machine loading, i.e., allocation of assembly operations and part feeders among the stations and selection the best assembly sequences for all products so as to balance the station workloads. The models are constructed for two different types of routes: fixed and alternative assembly routes. The base-level is an scheduling of assembly operations.

A relaxation heuristics are proposed to reduce CPU time required for mixed integer programming. Each heuristic starts from the optimal solution of the mixed integer program. Results of computational experiments with the proposed MIP models and heuristics are presented.