ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: ENERGETYKA z. 83 Nr kol. 775

Tadeusz CHMIELNIAK, Henryk ŁUKOWICZ
Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

# PROJEKTOWANIE WIRNIKOWEGO WIEŃCA ŁOPATKOWEGO PRZY USTALONEJ GEOMETRII WIEŃCA STOJANOWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono algorytm obliczeń wirnikowego wieńca łopatkowego przy ustalonej geometrii wieńca kierującego $\alpha_1^* = f(r)$. Zadanie rozwiązano wykorzystując równanie ruchu Eulera dla szczeliny międzywieńcowej uzupełnione integralnymi członami określającymi dyssypację energii w przepływie. Podano przykłady obliczeń stopnia dla dwóch funkcji kształtowania łopatek wirnikowych: $\varrho w_z$ = const i $w_z$ = const.

## Ważniejsze oznaczenia

$a$ – prędkość dźwięku,
$c$ – prędkość bezwzględna,
$j = \frac{k}{k-1}\,pv$ – entalpia normalna,
$k$ – wykładnik izentropy,
$M$ – liczba Macha,
$p$ – ciśnienie,
$r$ – promień mierzony od osi obrotu,
$u$ – prędkość obwodowa,
$v$ – objętość właściwa,
$w$ – prędkość względna,
$\varrho$ – gęstość czynnika; reakcyjność,
$\mu$ – wskaźnik zmniejszenia strumienia masy,
$\sigma$ – współczynnik nieizentropowości,
$\eta$ – sprawność,
$\xi = 1 - \eta$,
$\psi$ – funkcja prądu,
$\omega$ – prędkość kątowa.

## Indeksy

$(\ )'$ – dotyczy kierującego wieńca łopatkowego,
$(\ )''$ – dotyczy wirującego wieńca łopatkowego,
$(\bar{\ })$ – parametry spoczynkowe,
$(\ )^*$ – geometryczne kąty łopatkowe.

i-1 - parametry w płaszczyźnie krawędzi wlotowej,
i - parametry w płaszczyźnie krawędzi wylotowej,
m - składowa wzdłuż stycznej do merydionalnej linii prądu; dotyczy pary mokrej,
r - składowa promieniowa,
s - przemiana izentropowa,
u - składowa obwodowa,
w - parametry w układzie względnym; parametry na promieniu wewnętrznym,
z - składowa osiowa; parametry na promieniu zewnętrznym.

## 1. Omówienie zadania

W sformułowaniach zadania odwrotnego (syntezy) dla stopni turbinowych wykorzystuje się niemal powszechnie osiowosymetryczny model przepływu. Sposób zadawania warunków brzegowych w płaszczyźnie merydionalnej wieńca decyduje o ogólności zadania brzegowego. Istotne komplikacje powstałe przy modelowaniu efektów dyssypacyjnych w stopniu maszyny przepływowej są powodem trudności we właściwym sformułowaniu kryterium (funkcji celu) dla rozpatrywanych zadań syntezy. Tym należy tłumaczyć brak istotniejszego postępu w rozwiązywaniu zadań syntezy całego stopnia przyjmujących jako funkcję celu minimum efektów dyssypacyjnych w stopniu.

Wyniki badań analitycznych i eksperymentalnych zagadnienia podstawowego (analizy) oraz doświadczenie projektowo-konstrukcyjne wytwórców turbin ukształtowały nieco odmienne podejście do problemów analitycznego rozwiązania rozpatrywanego zagadnienia.

Wobec trudności wskazanych powyżej polega ono głównie na przyjęciu pewnych funkcji określających zmianą danego parametru czy wielkości w przedziale wieńca lub w szczelinie międzywieńcowej.

Kryteria wyboru tych funkcji kształtujących przepływ nie są jak dotąd dostatecznie ścisłe i jednoznaczne.

Zazwyczaj kształtujemy geometrię wieńca, przyjmując przebieg w szczelinie międzywińcowej następujących funkcji: $c_u r^n = f(r)$, $w_z(c_z) = f(r)$, $\varrho w_z(\varrho c_z) = f(r)$, $\beta_2(\alpha_1) = f(r)$, [1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12].

W niniejszym opracowaniu przedstawiono sposób postępowania oraz wybrane wyniki rozwiązania zadania mieszanego sformułowanego następująco. Wieniec stojanowy posiada ukształtowaną geometrię zgodnie z zależnością $\alpha_1^* = f(r)$.

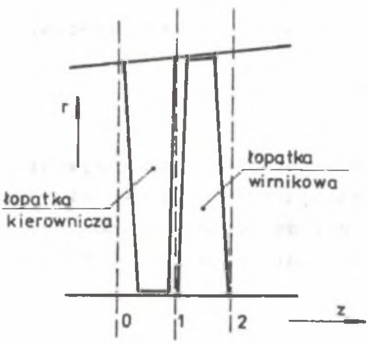
Należy do takiego wieńca dobrać wieniec wirnikowy. Zadanie rozwiązano wykorzystując równanie ruchu Eulera dla szczeliny międzywieńcowej, uzupełnione integralnymi członami określającymi dyssypację energii w przepływie.

Do dyskusji przyjęto dwie funkcje zwinięcia łopatek wirnikowych: $\varrho w_z = \text{const}$ i $w_z = \text{const}$. Zaproponowany algorytm umożliwia porównanie różnych rozwiązań geometrycznych wieńca kierującego i wirnikowego.

## 2. Sformułowanie zagadnień brzegowych dla zadania prostego i odwrotnego

### 2.1. Zadanie proste

Wychodząc z równań Eulera uzupełnionych o odpowiednie człony ujmujące w sposób integralny (energetyczny) wielkość efektów dyssypacyjnych, uzyskujemy następujące równania różniczkowe zwyczajne opisujące w szczelinie międzywińcowej (przekrój 1, rys. 1) prędkość względna w i funkcją prądu $\Psi$ [1, 2]:




Rys. 1. Przekrój merydionalny stopnia

$$\frac{dw}{dr} = \left(\frac{1}{2\eta}\frac{d\eta}{dr} + \frac{\eta\omega^2 r}{j}\right)w - \eta\frac{j_s}{j}\left\{\frac{w\cos^2\beta}{r} + \right.$$

$$+ \frac{w\sin^2\beta}{1 - M_m^2}\left[\frac{C_u^2\sin^2\gamma}{a^2 r} + \frac{\sin\gamma\cos\gamma}{r}\frac{d}{dr}(r\,tg\gamma) - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{1 - M_m^2\cos^2\gamma}{\cos\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial m}\right] + 2\omega\cos\beta\right\} +$$

$$+ \frac{\eta}{w}\frac{d\Psi}{dr}\left(\frac{d\bar{h}_w}{d\Psi} + j_s\frac{d}{d\Psi}\ln\frac{\bar{p}_{w,i-1}^{\frac{k-1}{k}}}{2j_{w,i-1}}\right) \tag{1}$$

$$\frac{d}{dr} = \frac{\frac{k}{k-1}\,rw\bar{p}_w\sin\beta\cos\gamma}{\bar{j}_w}\left(\frac{j}{\bar{j}_w}\right)^{\frac{1}{k-1}} \tag{2}$$

gdzie:

$$\bar{p}_w = \sigma\bar{p}_{w,i-1}\left(\frac{\bar{j}_w}{\bar{j}_{w,i-1}}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\bar{h}_w = j + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2},$$

$$\bar{j}_w = \bar{h}_w + \frac{u^2}{2},$$

$$j_s = \bar{h}_w + \frac{u^2}{2} - \frac{w^2}{2\eta},$$

$$\sigma = \left(\frac{j_s}{j}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

$$a^2 = (k - 1)j,$$

$$M_m = \frac{w_m}{a}$$

Równanie (1) spełnia rolę równania równowagi promieniowej, zaś równanie (2) jest równaniem ciągłości.

### 2.2. Zadanie odwrotne

Równania przepływu w szczelinach międzywieńcowych przy rozpatrywaniu zagadnień odwrotnych zapisuje się w różnych postaciach w zależności od przyjętych form skręcenia łopatki. Ograniczymy się do podania układów równań dla przyjętych w dalszym ciągu zasad kształtowania łopatek [1, 2, 7]:

Zasada $\varrho w_z = f(r)$

$$\frac{dw}{dr} = \left(\frac{1}{2\eta}\frac{d\eta}{dr} + \frac{\varrho\omega^2 r}{j}\right)w - \eta\frac{j_s}{j}\left\{\frac{w\cos^2\beta}{r} + \right.$$

$$+\frac{w\sin^2\beta}{1 - M_m^2}\left[\frac{(w\cos\beta + u)^2}{a^2 r}\sin^2\gamma + \frac{\sin\gamma\cos\gamma}{r}\frac{d}{dr}(r\,tg\gamma)\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1 - M_m^2\cos^2\gamma}{\cos\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial_m}\right] + 2\omega\cos\beta\right\} +$$

$$+\frac{\eta}{w}\frac{d\psi}{dr}\left(\frac{d\bar{h}_w}{d\psi} + j_s\frac{d}{d\psi}\ln\frac{\bar{p}_{w,i-1}^{\frac{k-1}{k}}}{2\bar{j}_{w,i-1}}\right) \tag{3}$$

$$\frac{d\psi}{dr} = r\varrho\, w_z \tag{4}$$

gdzie:

$$\sin\beta = \frac{\bar{j}_w\,\varrho w_z}{\frac{k}{k-1}\,\bar{p}_w w\cos\gamma\left(\frac{j}{\bar{j}_w}\right)^{\frac{1}{k-1}}}$$

Zasada $w_z = f(r)$

$$\frac{d(c_u r)}{dr} = \left\{ \left(\frac{1}{2\eta}\frac{d\eta}{dr} + \frac{\varrho r \omega^2}{j}\right) w^2 - w_m \frac{dw_m}{dr} + \right.$$

$$+ \frac{d\Psi}{dr}\left(\frac{d\bar{h}_w}{d\Psi} + j_s \frac{d}{d\Psi} \ln \frac{\bar{p}_{w,i-1}^{\frac{k-1}{k}}}{2\bar{j}_{w,i-1}}\right) -$$

$$- \eta \frac{j_s}{j} \frac{w_m^2}{1-M_m^2}\left[\frac{c_u^2 \sin^2\gamma}{a^2 r} + \frac{\sin\gamma \cos\gamma}{r}\frac{d}{dr}(r \operatorname{tg}\gamma)\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1 - M_m^2 \cos^2\gamma}{\cos\gamma}\frac{\partial\gamma}{\partial m}\right]\right\} \frac{r}{w_u} + \frac{\varrho r \bar{j}_w}{j}\left(\frac{c_u}{r} + \omega\right) \tag{5}$$

$$\frac{d\Psi}{dr} = \frac{\frac{k}{k-1} r \bar{p}_w w_z}{\bar{j}_w}\left(\frac{j}{\bar{j}_w}\right)^{\frac{1}{k-1}} \tag{6}$$

W obu przypadkach przyjmujemy warunki brzegowe

$$\Psi(r_w) = 0, \quad \Psi(r_z) = \Psi_z. \tag{7}$$

## 3. Związki między kątami orientującymi wektory prędkości a geometrycznymi kątami łopatkowymi

Przejście od geometrycznych kątów łopatek do kątów orientujących położenie wektorów prędkości wzdłuż linii prądu i odwrotnie określono w rozpatrywanym modelu za pomocą zależności [3, 5].
Kąt $\alpha_1^*$ znajduje się z wzoru:

$$\sin\alpha_1^* = \frac{\sqrt{\eta'}}{\mu_1}\frac{v_{1s}}{v_1}\sin\alpha_{1a}, \tag{8}$$

jeżeli $\beta_1 \geqslant \beta_*$ i według wzoru:

$$\sin\alpha_1^* = \frac{\sqrt{\varphi'}}{\mu_1} \frac{\sqrt{\beta_1^{\frac{2}{k}} - \beta_1^{\frac{k+1}{k}}}}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}} \sin\alpha_{1a} \tag{9}$$

jeżeli $\beta_1 < \beta_*$

Analogicznie kąt $\beta_2^*$ znajduje się z zależności:

$$\sin\beta_2^* = \frac{\sqrt{\varphi''}}{\mu_2} \frac{v_{2s}}{v_2} \sin\beta_{2a}, \tag{10}$$

jeżeli $\beta_2 \geqslant \beta_*$ i według wzoru:

$$\sin\beta_2^* = \frac{\sqrt{\varphi''}}{\mu_2} \frac{\sqrt{\beta_2^{\frac{2}{k}} - \beta_2^{\frac{k+1}{k}}}}{\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}} \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}} \sin\beta_{2a}, \tag{11}$$

jeżeli $\beta_2 < \beta_*$

gdzie:

$$\beta_1 = \frac{p_1}{\bar{p}_o},$$

$$\beta_2 = \frac{p_2}{\bar{p}_{w,1}},$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{1a} = \mathrm{tg}\,\alpha_1 \cos\delta,$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_{2a} = \mathrm{tg}\,\beta_2 \cos\delta.$$

Ciśnienie spoczynkowe w ruchu względnym określa zależność

$$\bar{p}_w = p\left(\frac{\bar{j}_w}{j}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Dla gazu doskonałego krytyczny stosunek ciśnień znajduje się ze wzoru

$$\beta_* = \left(\frac{2}{k + 1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Wykładnik izentropy dla pary nasyconej mokrej można wyznaczyć ze związku Zaunera:

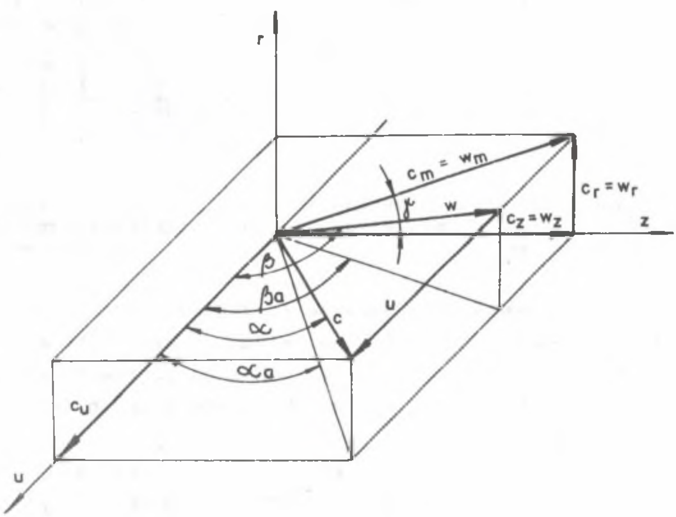
$$k = 1,035 + 0,1 \cdot x,$$

gdzie:

x - stopień suchości przy mokrej.

Stosunek objętości właściwych we wzorach (8) i (10) określa się z tablic lub z zależności:

$$\frac{v_i}{v_{is}} = \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} La^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} \eta La^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$




Rys. 2. Kąty orientujące położenie wektorów prędkości

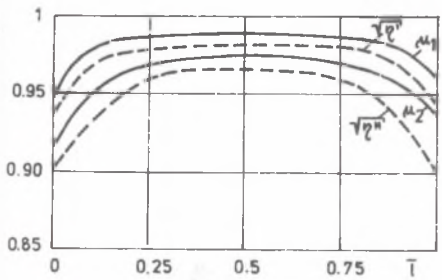
gdzie:

$$La^2 = \frac{k+1}{k-1}\left(1 - \beta_i^{\frac{k-1}{k}}\right)$$

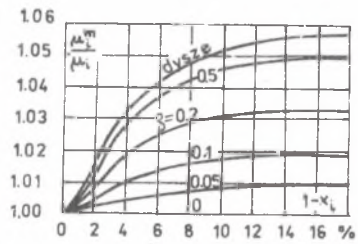
Oznaczenia kątów wektorów prędkości pokazano na rys. 2.

## 4. Rozkład wskaźników strat i zmniejszenia strumienia masy wzdłuż wysokości łopatek

Zasadnicze znaczenie dla procesu projektowania stopnia ma dokładność z jaką potrafimy określić rozkład wskaźników strat i zmniejszenia strumienia masy wzdłuż wysokości łopatek. Dane podawane na ten temat w literaturze oparte są o rezultaty badań konkretnych palisad łopatkowych dla danych liczb Macha i Reynoldsa. Nie zawsze więc istnieje możliwość uzyskania bardziej uniwersalnych związków.




Rys. 3. Sprawności wieńców łopatkowych i wskaźniki zmniejszenia strumienia masy




Rys. 4. Wpływ stopnia suchości na wskaźniki zmniejszenia strumienia masy

Jest to problem wymagający jeszcze szerokich badań zarówno analitycznych jak i eksperymentalnych. Ogólne zasady analitycznego wyznaczania sprawności wieńca i wskaźników zmniejszenia masy przedstawiono w [11]. Wartości $\mu_1$, $\mu_2$, $\eta'$ i $\eta''$, które wykorzystano do obliczeń w niniejszej pracy przedstawiono na rys. 3 [5].
Wartości $\mu_1$ i $\mu_2$ dotyczą pary przegrzanej. W przypadku pracy stopnia w obszarze pary mokrej wpływ stopnia suchości na wartość $\mu$ oblicza się z uwzględnieniem stopnia reakcyjności rys. 4 [3].

## 5. Rozwiązanie układu równań

Do numerycznego rozwiązania układu równań (1,2), (3,4) i (5,6) wybrano metodę Runge-Kutta.
Dane wejściowe do obliczeń zawierają informacje dotyczące parametrów termodynamicznych i kinematycznych czynnika na wlocie do stopnia, długości łopatek, średnic wirników, wartości nachylenia i krzywizny merydionalnych linii prądu w szczelinach międzywieńcowych oraz wartości strat w wieńcu i wskaźników zmniejszenia strumienia masy wzdłuż wysokości łopatek.
W przypadku rozpatrywania zagadnienia odwrotnego zadana jest ponadto metoda kształtowania łopatki. Wartości funkcji prądu na powierzchniach ograniczających kanał łopatkowy są równe:

$$\psi(r_w) = 0, \quad \psi(r_z) = \psi_z.$$

Obliczenia prowadzi się od stopki w górę łopatki, uściślając po każdej iteracji wartość prędkości na promieniu wewnętrznym tak długo aż

$$|\psi_z - \psi_z^j < \Delta\psi,$$

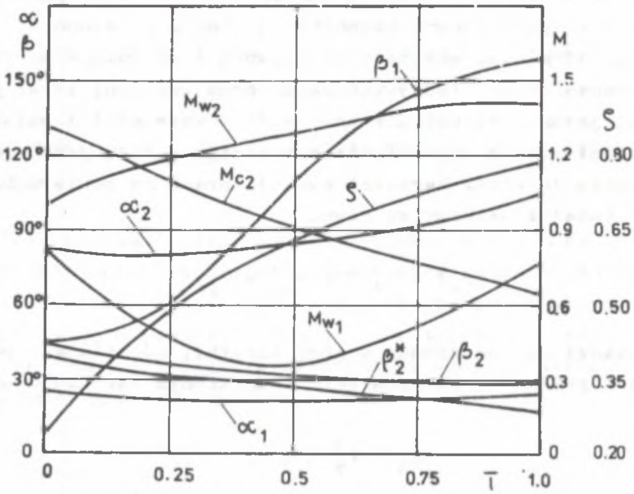
gdzie:
j - ilość iteracji.
Wyznaczenie parametrów termodynamicznych dokonuje się na podstawie opracowanej dla obszaru pary nasyconej mokrej procedury tablic parowych.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń otrzymuje się rozkład kątów wylotowych strumienia, kątów łopatkowych oraz parametrów termodynamicznych i kinematycznych pary wzdłuż wysokości łopatki.

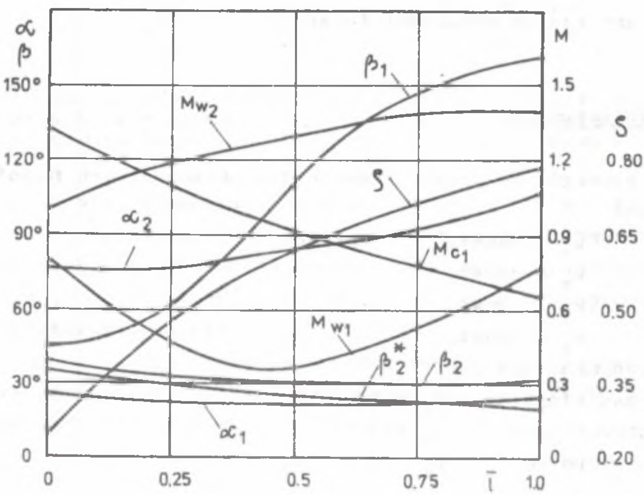
## 6. Przykłady obliczeniowe

Obliczenia szczegółowe przeprowadzono dla następujących funkcji kształtowania łopatek:
- $\alpha_1^* = \text{const}$ $\quad \varrho w_z = \text{const}$,
- $\alpha_1^* = \text{const}$ $\quad w_z = \text{const}$,
- $\alpha_1^* = f(r)$ $\quad \varrho w_z = \text{const}$,
- $\alpha_1^* = f(r)$ $\quad w_z = \text{const}$.

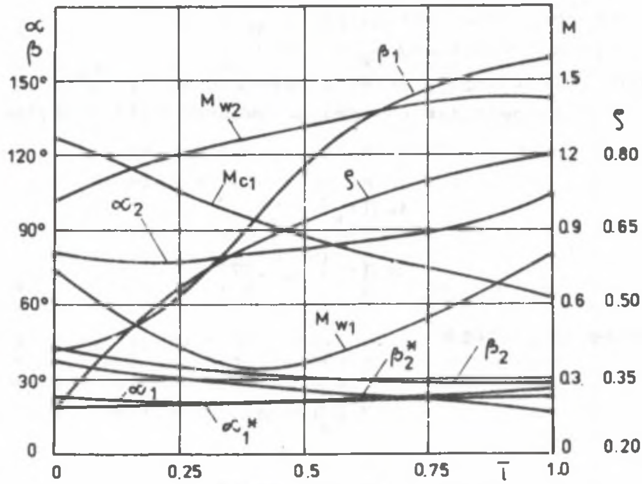
Parametry termodynamiczne pary:
- ciśnienie przed stopniem $p_o = 13{,}0$ kPa
- stopień suchości pary $x_o = 0{,}935$
- ciśnienie za stopniem $p_z = 3{,}5$ kPa.



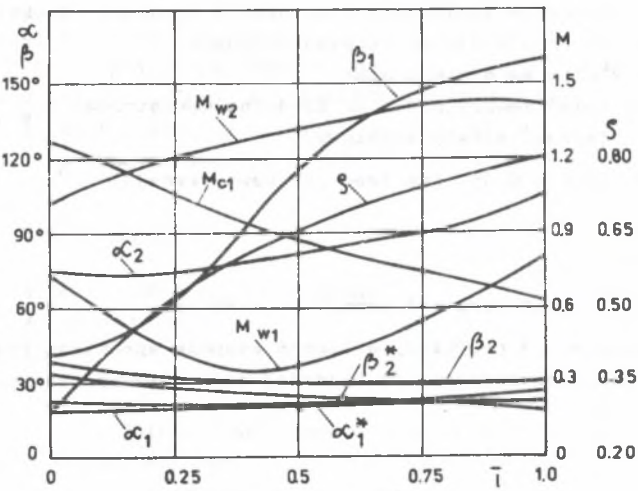

Rys. 5a. Wyniki obliczeń stopnia: $\alpha_1^*(r) = 20^\circ 30'$, $\rho w_z(r) = 6,952\ \frac{kg}{m^2 s}$




Rys. 5b. Wyniki obliczeń stopnia: $\alpha_1^*(r) = 20^\circ 30'$, $w_z(r) = 240,0\ \frac{m}{s}$




Rys. 5c. Wyniki obliczeń stopnia: $\alpha_1^*(r) = f(r)$, $\varsigma w_z(r) = 6{,}952\ \frac{kg}{m^2 s}$




Rys. 5d. Wyniki obliczeń stopnia: $\alpha_1^*(r) = f(r)$, $w_z(r) = 240{,}0\ \frac{m}{s}$

Geometria stopnia:
- średnia średnica wieńca łopatek kierujących $d_{1śr} = 2,420$ m,
- wysokość łopatek kierujących $l_1 = 0,900$ m,
- średnia średnica wieńca wirującego $d_{2śr} = 2,480$ m
- wysokość łopatki wirnikowej $l_2 = 0,960$ m.

Strumień pary przepływający przez stopień $\dot{m} = 52,0\ \frac{kg}{s}$.
W obliczeniach przyjęto liniową zmianę tangensa kąta nachylenia linii prądu:

$$tg\gamma(r_w) = 0$$

$$tg\gamma(r_z) = 0,5774.$$

oraz krzywiznę linii prądu

$$\frac{\partial\gamma}{\partial_m} = 0.$$

Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 5a-5d.

## 7. Uwagi końcowe

Z uwagi na brak ścisłego i jednoznacznego kryterium funkcji celu w rozwiązaniach zadań syntezy, w praktyce projektowania ostatnich stopni przyjęto szereg kryteriów wynikających zarówno z rozważań teoretycznych jak również z badań i doświadczeń eksploatacyjnych.

Niektóre z nich są następujące:

1. Dodatni stopień reakcyjności na średnicy wewnętrznej $\varrho_w > 0$.
2. Minimalna wartość straty wylotowej.
3. $M_{w_1} = \frac{w_1}{a_1} < 0,8 - 0,95$ (na średnicy wewnętrznej).
4. $M^w_{w_1} \approx M^z_{w_1}$.
5. $\beta_{1w} > \beta^*_{2w}$ - konfuzorowość kanału przy stopce.

Rozpatrzone wyżej przykłady obliczeń stopnia spełniają powyższe kryteria i mogą stanowić podstawę do bardziej szczegółowych rozważań.

LITERATURA

[1] Sirotkin J.A.: Aerodynamiczeski rasczet osiewych turbomaszyn. Maszinostrojenie, Moskwa 1972.

[2] Chmielniak T., Łukowicz H.: Rozwiązanie odwrotnego zagadnienia dla przepływu pary mokrej w stopniu turbiny. ZN Pol.Śl., Energetyka z.60, 19

[3] Szczeglajew A.W.: Parowyje turbiny. Energija, Moskwa 1976.

[4] Tuliszka E.: Turbiny cieplne. WNT, Warszawa 1973.

[5] Trojanowski B.M.: Obliczanie i projektowanie ostatnich stopni turbin parowych. ZN Pol. Łódzkiej CMP z. 178, 1973.

[6] Horlok H.: Axial Flow Turbines. London 1966 (tłum. w j. ros.).

[7] Łukowicz H.: Praca dyplomowa. Gliwice 1975. Praca nieopublikowana.

[8] Traupel W.: Thermische Turbomaschinen. Erster Band. Springer-Verlag, Berlin.

[9] Topunow A.M., Tichomirow B.A.: Uprawljenie potokom w tiepłowych turbinach. Maszinostrojenie. Leningrad 1979.

[10] Troilo M.: Criteri di progetto di palettature svergolate di turbine. La Termotecnica, nr 12 1976.

[11] Chmielniak T., Szymczyk K.: Modelowanie dyssypacyjnych efektów brzegowych w wieńcach łopatkowych maszyn przepływowych. ZN Pol. Poznańskiej Maszyny Robocze i Pojazdy z. 22, 1982.

[12] Kiriłłow I.I.: Teoria turbomaszin. Maszinostrojenie, Leningrad 1972.

Recenzent: doc. dr inż. Jerzy Roszkowski

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РОТОРНОГО ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА
ПРИ ОПРЕДЕЛЁННОЙ ГЕОМЕТРИИ СТАТОРНОГО ВЕНЦА

Р е з ю м е

В работе представлено алгоритм расчётов роторного лопаточного венца при определённой геометрии направляющего венца $\alpha_1'' = f(r)$. Задачу решено используя уравнение движения Ойлера для межвенцовой щели пополненное сленами определяющими рассеяние энергии в потоке. Дано примеры расчётов ступени для двух функций образования лопаток ротора $\varrho_{w_z} = const$ и $w_z = const$.

ROTOR BLADE RING DESIGN WHILE A GEOMETRY
OF A STATOR RING IS FIXED

S u m m a r y

An algorithm for rotor blade ring calculation while a geometry of a stator ring is fixed has been presented. Euler equations for the interring gap with integral dissipation members are used to solve the problem. Examples are given for two functions of rotor blades shaping: $_{wz}$ = const. and $w_z$ = const.