

Heinz WOLF

Ingenieurhochschule Zittau, DDR

ÜBER DIE AERODYNAMISCHE AUSLEGUNG UND BERECHNUNG  
VON AXIALVERDICHTERBESCHAUFELUNGEN

**Inhaltsangabe.** Eine numerische Methode zur Berechnung der Meridianströmung in axialen Turbomaschinen bei möglichst genauer Erfassung der Meridianstromlinienkrümmung wird kurz beschrieben. Weiterhin wird eine Näherungsmethode hergeleitet, mit der sowohl die radialen Strömungsverteilungen in den Spalten zwischen Lauf- und Leitgitter berechnet werden können, als auch die Auslegung von Beschaufelungen auf einfache Weise vorgenommen werden kann. Schliesslich wird über die Verfahrensweise bei der Auslegung optimal angeströmter Gitterprofile für einen vorgegebenen Geschwindigkeitsplan ein Überblick gegeben.

Bezeichnungen

- b - axiale Gitterbreite  
c - absolute Strömungsgeschwindigkeit  
 $c_x, c_r, c_u$  - Axial-, Radial- und Umfangskomponente von c  
d - Dicke des Scheufelprofile  
f - Wölbung der Skelettlinie  
 $F_r$  - Radialkomponente der Scheufelkraft  
i - relativer Zuetröswinkel zum Gitter  
l - Sehnenlänge des Scheufelprofile  
L - Scheufelhöhe  
 $Ma$  - Machzahl,  $Ma^*$  bezogen auf kritische Schallgeschwindigkeit  
 $p, p^*$  - Druck, Gesamtdruck  
 $r, \hat{r}$  - radiale Koordinate, Bezugsradius  
s - spezifische Entropie  
 $T, T^*$  - absolute Temperatur, absolute Gesamttemperatur  
u - Umfangsgeschwindigkeit  
w - relative Strömungsgeschwindigkeit  
x - axiale Koordinate  
z - dimensionslose radiale Koordinate

- $\alpha$  - Winkel zwischen absoluter Strömungsgeschwindigkeit und Umfangsrichtung  
 $\beta$  - Winkel zwischen relativer Strömungsrichtung und Gitterfront  
 $\beta_T$  - Staffelungswinkel  
 $\delta$  - Minderablenkung  
 $\xi$  - Gesamtdruckverlustbeiwert  
 $\theta$  - Krümmungswinkel der Skelettlinie  
 $\kappa$  - Isentropenexponent, Winkel zwischen Tangente der Skelettlinie und Sehne  
 $\rho, \rho^*$  - Dichte, Dichte bei Gesamtzustand
- Indizes
- 1,2 - vor bzw. hinter Laufgitter  
 $\infty$  - mittlere Strömungsrichtung im Gitter  
 D - Dickeneinfluss  
 Sk - Werte für Skelettliniengitter ( $d = 0$ )

## 1. Einleitung

Die Strömung in den Beschauelungen von Turbomaschinen ist mehr oder minder dreidimensional. Die Berechnung dieser dreidimensionalen Strömung eines realen kompressiblen Fluids mit allen Einzelheiten allein schon in einem Axialgitter stösst auf sehr grosse mathematische Schwierigkeiten ganz zu schweigen von einer Turbomaschinenstufe bzw. Stufengruppe mit den relativ zueinander bewegten Lauf- und Leitgittern. Aber abgesehen von den Schwierigkeiten bei einer echt dreidimensionalen Behandlung wird es im Ablauf der aerodynamischen Berechnung immer zweckmässig sein, Berechnungsverfahren für die beiden zweidimensionalen Probleme Gitterströmung und Meridianströmung, in die das dreidimensionale Problem vereinfachend aufgespalten wird, zur Verfügung zu haben. Bei der Auslegungsaufgabe wird dieses Herangehen auch in Zukunft trotz aller Fortschritte bei der Berechnung dreidimensionaler Strömungsprobleme die Regel sein. Was die hier zu behandelnden Axialmaschinen betrifft, so ist diese Vereinfachung für den mittleren Bereich der radialen Schaufelstreckung ausserhalb der sogenannten Randgebiete sich ohne grössere Einbusse an Genauigkeit möglich. Weit eher berechtigt ist die Forderung nach echt dreidimensionaler Berechnung für den Bereich der Schaufelenden in den sogenannten Randzonen, in denen durch Sekundär- und Spaltströmungen der räumliche Charakter stark ausgeprägt ist. Die Schwierigkeiten, die sich dabei einer Lösung der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen entgegen-

stellen, sind jedoch durch die Interferenz der hochturbulenten Reibungsschichten an Schaufeln und Gehäuse bzw. Rotor sowie durch die Relativbewegung so gross, dass an eine genauere Lösung zur Zeit nicht zu denken ist. Die Erfahrung zeigt, dass man auch für die Randzonen bei der Aufspaltung in zwei zweidimensionale Probleme gute Ergebnisse erhält, wenn die Zusatzverluste und die Änderungen der Strömungswinkel infolge Sekundär- und Spaltströmungen bei der Berechnung berücksichtigt werden.

In diesem Beitrag wird zuerst über die in den letzten Jahren angewendete Methode [5] zur möglichst genauen Berechnung der Meridianströmung in axialen Turbomaschinenstufen berichtet. Diese Methode eignet sich in erster Linie für die Nachrechnungsaufgabe, da die detaillierte Schaufelgeometrie bekannt sein muss. Ein Verfahren, das sich sowohl für die Auslegung von Axialverdichterbeschaufelungen als auch für die Berechnung der radialen Strömungsverteilung in den Axialspalten zwischen den Beschaufelungen bekannter Geometrie eignet, wird im Abschnitt 3 beschrieben. Schliesslich wird im Abschnitt 4 noch ein Überblick über die in der DDR praktizierte Verfahrensweise bei der Auslegung der Profilturbinen gegeben.

## 2. Berechnung der Meridianströmung

Für die numerische Berechnung der rotationssymmetrischen Strömung wird die Meridianebene durch ein Netz von Rechenstromlinien  $z = \text{konst.}$  und Rechenschnitten  $x = \text{konst.}$  eingeteilt. Diese Einteilung ist für eine Verdichterstufe mit Vorleitrad aus Bild 1 zu ersehen, wobei die Einteilung der Kanalhöhe nur für den Eintrittsschnitt eingezeichnet ist. Mit den Kanalbegrenzungen  $z = 0$  innen und  $z = 1$  aussen sind es dreizehn Rechenstromlinien, die mit Rücksicht auf die grösseren Gradienten beispielsweise der Strömungsgeschwindigkeit zu den Rändern zu etwas dichter liegen. Die Rechenpunkte sind die Schnittpunkte der zwei Linienscharden. Für alle Rechenpunkte innerhalb der Gitter müssen die über der Gitterteilung ausgemittelten Strömungswinkel und die Beiwerte für die Strömungsverluste vom jeweiligen Gittereintritt an eingegeben werden. Bei schräg gestellten Schaufeln muss ausserdem der Neigungswinkel gegenüber der Radialen eingegeben werden. Ausserdem müssen die Strömungsverteilung im Eintrittsschnitt ( $RS = 0$ ), der Massstrom und die Rotordrehzahl vorgegeben werden. Zur vollständigen Beschreibung des Randwertproblems sind auch Vorgaben für den Austrittsschnitt erforderlich. Wenn dieser genügend weit hinter dem letzten Gitter liegt, lassen sich die Neigung der Meridianstromlinien und der radiale Druckgradient leicht angeben. An den Kanalbegrenzungen innen und aussen wird die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit Null gesetzt, die Haftbedingung wird nicht berücksichtigt. Das von BRECHLING vorgeschlagene Berechnungsverfahren ist in [5] in der für Turbinenstufen angewendeten Version beschrieben. Die Unterschiede gegenüber einer für

Verdichterstufen geeigneter Variante sind gering und sind im wesentlichen auf die unterschiedlich definierten Verlustbeiwerte zurückzuführen.

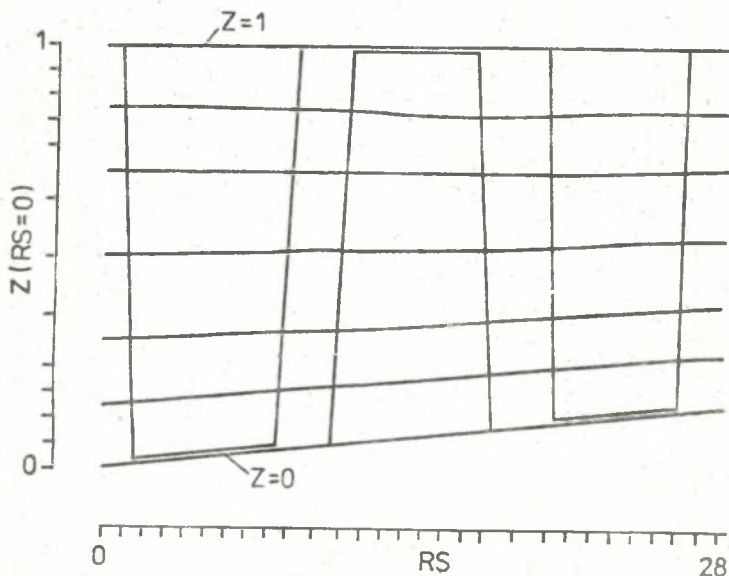


Bild 1. Meridianschnitt einer Axialverdichterstufe mit einigen berechneten Stromlinien

Grundgedanke des Verfahrens ist, dass für den statischen Druck ein Reihenansatz gemacht wird, der folgendes Aussehen hat

$$p(x, z) = \sum_{n=0}^m b_n(x) P_n(2z-1) \quad (1)$$

Dabei sind die  $P_n$  Polynome, die nur von der radialen Koordinate  $z$  bzw. von  $2z-1$  abhängen. Als vorteilhaft haben sich die Polynome von LEGENDRE erwiesen. Die Koeffizienten  $b_n$ , die nur von der axialen Koordinate  $x$  abhängen, werden durch Iteration so angepasst, dass der Fehler in der Diff. Gleichung des radialen Gleichgewichts in der gesamten Meridianebene genügend klein wird. Für die Genauigkeit des Ergebnisses ist die Zahl  $m$  der Ansatzfunktionen in Gl. 1 wesentlich. Da  $P_0$  konstant ist ( $P_0 = 1$ ), beeinflusst es den radialen Druckgradienten nicht und wird ausschliesslich zur Kontinuitätsabstimmung in den Rechenschnitten verwendet. Die erforderliche Zahl  $m$  hängt selbstverständlich vom Aussehen der zu erwartenden



Druckverteilung ab. Gerade der Druck zeigt aber einen glatten und meistens auch einfachen Verlauf (Bild 2), so dass schon mit  $m = 4$  gute Ergebnisse

erhalten werden. Ein auf der Grundlage einer Druckfunktion aufgebautes Iterationsverfahren hat den weiteren grossen Vorteil, dass es die bekannten Schwierigkeiten im Transschallgebiet, die dort infolge der Zweideutigkeit der Stromdichtefunktion auftreten können, weitgehend vermeidet.

Die Genauigkeit der Berechnungsergebnisse wurde u.a. auch durch Vergleich mit Messergebnissen überprüft. Der Vergleich für die Verdichterstufen von BOOS [4] ist anhand der Verteilung der Axialgeschwindigkeit hinter bzw. vor den Gittern im Bild 2 dargestellt. Diese Verdichterstufe ist für hohe Unterschallmachzahlen ausgelegt. Um eine eindeutige Aussage über das Berechnungsverfahren zu erhalten, wurden für das Rechenprogramm die aus der Messung bekannten Verlustbeiwerte und Abstromwinkel der Gitter eingegeben. Im Bild 2 nähert

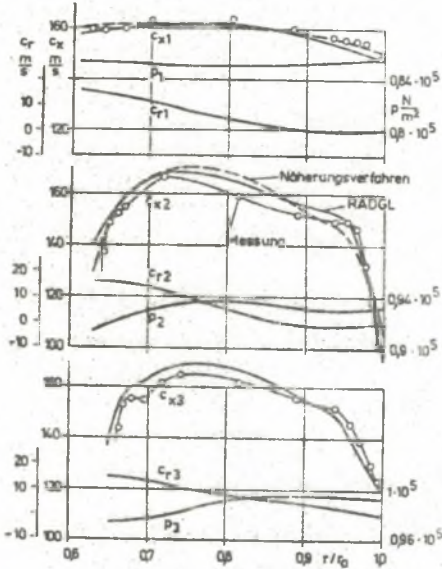


Bild 2. Vergleich der berechneten und gemessenen radialen Verteilungen der Axialgeschwindigkeit zwischen den Schaufelreihen der Stufe nach Bild 1

die mit dem Programm RADGL berechneten Kurven die Messwerte gut an. Einige berechnete Meridianstromlinien sind im Bild 1 dargestellt. Obwohl die Kurven nur geringe Krümmungen aufweisen, ergeben sich die in Tafel 1 aufgeschriebenen Relationen für den Krümmungsterm  $c_x \partial c_r / \partial x$  in der Diff. Gleichung des radialen Gleichgewichts im Vergleich zum Drallterm  $c_u^2 / r$ . Im Bild 2 sind noch Kurven nach einem Näherungsverfahren eingezeichnet, worauf im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

Tafel 1

Zur Krümmung der mittleren Stromlinie

	Laufrad- eintritt	Laufrad- austritt	Leitrad- austritt
$\frac{c_x \partial c_r / \partial x}{c_u^2 / r}$	0,765	1,062	- 3,427

### 3. Ein Verfahren für die Bestimmung der radialen Stromungsverteilungen bei Auslegung und Nachrechnung

Bei der Auslegung wird die radiale Verteilung der Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit in den Axialspalten zwischen den Gittern vorgegeben, und die sich einstellenden Verteilungen des Druckes und der Stromdichte werden berechnet. Dabei wird von der Differentialgleichung des radialen Gleichgewichtes ausgegangen. Diese Differentialgleichung lautet

$$c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} + c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} - \frac{c_u^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{F_r}{\rho} \quad (2)$$

Ausserhalb der Schaufelgitter ist die Schaufelkraft  $F_r = 0$ , der zweite Term auf der linken Seite ist bei Axialbeschaufelungen sehr klein und der Druckgradient wird vom ersten Term infolge Krümmung der Meridianstromlinien und vom dritten infolge Drall bestimmt. Durch Einführung der Gesamtgrössen  $(\cdot)^*$  und der Entropie  $s$  kann Gl. (2) umgeformt werden in

$$\frac{1}{\rho^*} \frac{\partial p^*}{\partial r} = (T - T^*) \frac{\partial s}{\partial r} + \frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} + c_x \frac{\partial c_x}{\partial r} + c_u \frac{\partial c_u}{\partial r} \quad (3)$$

Für ideales Gas und adiabate Bedingungen ( $\partial T^*/\partial r = 0$ ) kann der Entropiegradient durch den Gesamtdruckgradienten ausgedrückt werden

$$\frac{\partial s}{\partial r} = -\frac{R}{p^*} \frac{\partial p^*}{\partial r} \quad (4)$$

Damit ergibt Gl. (3)

$$\kappa T^* \frac{T}{T^*} \frac{dp^*}{p^*} = \left( \frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} \right) dr + \frac{1}{2} dc^2 \quad (5)$$

Entsprechend Gl. (2) stellt der Ausdruck in der Klammer der Gl. (5) den durch die Dichte dividierten radialen Druckgradienten dar. Davon ist die radiale Verteilung des ersten Terms zumindest näherungsweise aus der Auslegungsrechnung bekannt.

Bei der Auslegung von Axialverdichtern wird von einer Drallverteilung

$$\frac{c_{u\infty}}{c_{u0}} = \left( \frac{r}{r_0} \right)^q \quad (6)$$

für die gemittelte Umfangskomponente  $c_{u\infty}$  ausgegangen, wobei der Drall-exponent im Intervall  $-1 \leq q \leq 1$  gewählt wird. Da weiterhin im Normal-

fall konstante spezifische Schaufelarbeit für alle Schaufelschnitte vorausgesetzt wird, gilt nach der Eulerschen Momentengleichung

$$\frac{\Delta c_u}{\Delta c_u} = \left(\frac{r}{r}\right)^{-1} \quad (7)$$

Mit der Beziehung

$$c_{u1,2} = c_{u\infty} \mp \Delta c_u / 2 \quad (8)$$

ergibt sich aus den Gl. (6) und (7)

$$\frac{c_u^2}{r} = \frac{\hat{c}_{u\infty}^2}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{2q} + \frac{\hat{c}_u \Delta \hat{c}_u}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{q-1} + \frac{1}{4} \frac{\Delta \hat{c}_u^2}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{-2} \quad (9)$$

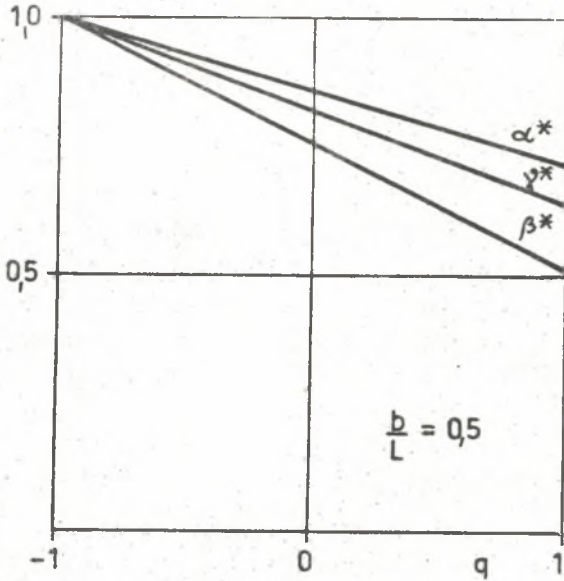
Die wirkliche Verteilung der Umfangskomponente  $c_u$  stimmt mit der Verteilung nach Gl. (9) im mittleren Bereich der Schaufeln ausserhalb der Randzonen recht gut überein. Der Abfall zu den Kanälwänden zu wird von der Gl. (9) nicht mit erfasst. Das ist im Hinblick auf die Integration der Gl. (5) kein grosser Nachteil, da der von der Klammer repräsentierte Druckgradient auch den Randgebieten weitgehend aufgeprägt wird. Der Abfall der Geschwindigkeit zur Wand ergibt sich nach Gl. (5) aus dem Gesamtdruckabfall.

Die übrigen beiden Terme in der Klammer in Gl. (5), von denen der Krümmungsterm  $c_x \partial c_r / \partial x$  der weitaus wichtigere ist, können nur durch eine genaue Lösung des Randwertproblems, wie sie im Abschnitt 2 angedeutet wurde, erwartet werden. Durch Auswertung derartiger Rechenergebnisse wurde jedoch gefunden, dass durch Einführen von Korrekturfaktoren in Gl. (9) eine Näherungsbeziehung für den gesamten Klammerausdruck in Gl. (5), das heisst für den radialen Druckgradienten, gewonnen werden kann. Es wird folgender Ansatz gemacht

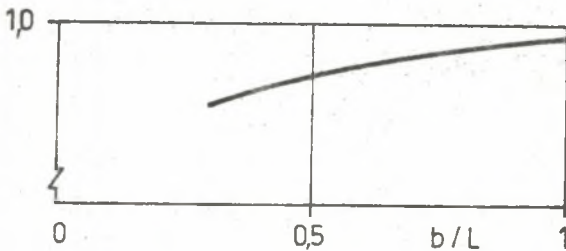
$$\frac{c_u^2}{r} - c_x \frac{\partial c_r}{\partial x} - c_r \frac{\partial c_r}{\partial r} = \alpha^* \frac{\hat{c}_{u\infty}^2}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{2q} \mp \beta^* \frac{c_{u\infty} \Delta c_u}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{q-1} + \gamma^* \frac{\Delta \hat{c}_u^2}{r} \left(\frac{r}{r}\right)^{-2} \quad (10)$$

Mit den Korrekturfaktoren  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$ ,  $\gamma^*$  wird der Einfluss der Krümmung der Meridianstromlinien auf den radialen Druckgradienten im Axialapalt näherungsweise erfasst. Die Korrekturfaktoren sind abhängig von der relativen Gitterbreite und vom Drellexponenten. Ausserdem ist eine Abhängigkeit von der Machzahl mit zunehmender Annäherung an die Schallgeschwindigkeit

keit zu erwarten. Die bisherigen Untersuchungen zeigen, dass die Abhängigkeit der Korrekturfaktoren vom Drallexponenten recht gut durch Geraden entsprechend Bild 3 beschrieben werden kann. Mit zunehmender relativer Gitterbreite nähern sie sich dem Wert eins an, wie es unten im Bild 3 angedeutet ist.



Abhängigkeit der Korrekturfaktoren vom Drallexponenten



Abhängigkeit von relativer Gitterbreite (qualitativ)

Bild 3. Die Abhängigkeit der Korrekturfaktoren in Gl. (10) vom Drallexponenten und von der relativen Gitterbreite



Nach Einsetzen von Gl. (10) in Gl. (5) kann diese integriert werden. Für den Fall, dass der Gesamtdruck unabhängig vom Radius ist, lässt sich die Integration geschlossen ausführen. Im anderen Fall muss schrittweise über der Schaufelhöhe integriert werden. Die Voraussetzung eines konstanten Gesamtdruckes kann immer nur eine Näherung sein. Das liegt insbesondere an den nach den Schaufelenden zu ansteigenden Zusatzverlusten infolge Sekundär- und Spaltströmungen und an der veränderlichen aerodynamischen Belastung über der Schaufelhöhe. Die Näherung, die Gesamtdruckverluste gleichmässig verteilt über der Schaufelhöhe anzunehmen, ist jedoch bei der Auslegung zweckmässig, da man bei der Schaufelgestaltung nicht jede Einzelheit in den Randgebieten berücksichtigen kann. Gegebenenfalls muss in einem zweiten Schritt eine gewisse Korrektur der Schaufelwinkel in den Randgebieten vorgenommen werden. Für konstanten Gesamtdruck über der Schaufelhöhe und  $q \neq 1$  ergibt die Integration der Gl. (5) die folgende einfache Beziehung für die Meridiangeschwindigkeit.

$$c_m^2 = \hat{c}_m^2 + (1 + \frac{\alpha^*}{q}) \hat{c}_{u\infty}^2 \left[ 1 - \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{2q} \right] + (1 + \frac{2A^*}{q-1}) \hat{c}_{u\infty} \Delta \hat{c}_u \left[ 1 - \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{q-1} \right] + (1 - \delta^*) \frac{\Delta \hat{c}_u^2}{4} \left[ 1 - \left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{-2} \right] \quad (11)$$

Eine ähnliche Beziehung wurde auf anderem Wege schon von SCHRÖDER [6] hergeleitet. Wenn der Drallexponent  $q = 1$  ist, dann dass der dritte Term unter der Wurzel in Gl. (11) durch den Ausdruck

$$\mp 2\beta^* \hat{c}_u \Delta \hat{c}_u \ln\left(\frac{r}{\hat{r}}\right)^{-1} \quad (12)$$

ersetzt werden.

Bei Wahl des Drallexponenten  $q$  und der Bezugswerte ( $\wedge$ ) können unter Verwendung der Gl. (6) bis (8) sowie (11) die absoluten Strömungswinkel nach

$$\cot \alpha_{1,2} = \frac{c_{u1,2}}{c_{m1,2}} \quad (13)$$

berechnet werden. Mit diesem Winkel und einem ebenfalls zu wählenden kinematischen Reaktionsgrad  $\hat{r}_{kin} = 1 - \hat{c}_{u\infty}/\hat{u}$  lassen sich die Geschwindigkeitsdreiecke für jeden Radius bestimmen, womit der erste Teil der Auslegung abgeschlossen ist. Der zweite Teil ist die Auslegung der Schaufelprofile für die verschiedenen Schaufelschnitte nach einem gängigen Auslegungsverfahren für Profilturbinen. Darauf wird im Abschnitt 4 eingegangen.

Für den allgemeineren Fall veränderlichen Gesamtdruckes  $p^*(r)$  lässt sich Gl. (5) schrittweise integrieren, wenn im Integrationsintervall  $\Delta r$  die Änderung der Temperatur  $T$  näherungsweise vernachlässigt wird. Bei genügend kleinen Integrationschritten bleibt der Fehler sehr klein. Die Integration vom Radius  $r_1$  bis  $r_{1+1}$  ergibt für  $q \neq 1$

$$\frac{\chi+1}{\chi} \ln \frac{p_{1+1}^*}{p_1^*} + \frac{1}{2} \frac{\chi+1}{\chi-1} \ln \frac{1 - \frac{u-1}{u+1} Ma_{1,r_1}^{*2}}{1 - \frac{u-1}{u+1} Ma_1^{*2}} = \frac{1}{1 - \frac{u-1}{u+1} Ma_1^{*2}} \left\{ \alpha^* \frac{\hat{M}a_{u\infty}^{*2}}{2q} \left[ \left( \frac{r_{1+1}}{\hat{r}} \right)^{2q} - \left( \frac{r_1}{\hat{r}} \right)^{2q} \right] \right. \\ \left. + \beta^* \frac{\hat{M}a_{u\infty} \Delta \hat{M}a_u^*}{q-1} \left[ \left( \frac{r_{1+1}}{\hat{r}} \right)^{q-1} - \left( \frac{r_1}{\hat{r}} \right)^{q-1} \right] - \beta^* \frac{\Delta \hat{M}a_u^{*2}}{8} \left[ \left( \frac{r_{1+1}}{\hat{r}} \right)^{-2} - \left( \frac{r_1}{\hat{r}} \right)^{-2} \right] \right\} \quad (14)$$

Für  $q = 1$  ist der zweite Term in der geschweiften Klammer in Gl. (14) durch den Ausdruck

$$\mp \beta^* \hat{M}a_{u\infty} \Delta \hat{M}a_u^* \ln \frac{r_{1+1}/\hat{r}}{r_1/\hat{r}} \quad (15)$$

zu ersetzen.

Es muss beachtet werden, dass die Machzahlen mit den Schallgeschwindigkeiten  $a_1^*$  oder  $a_2^*$  gebildet werden müssen, je nachdem für welche Ebene die Berechnung durchgeführt wird. Die Gl. (14) lässt sich nach der gesuchten Machzahl  $Ma_{1+1}^*$  auflösen. Bei Einführung der Abkürzung  $R_{1,2}$  für die rechte Seite der Gl. (14) ergibt die Auflösung

$$Ma_{1+1}^{*2} = \frac{\chi+1}{\chi-1} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{u-1}{\chi+1} Ma_1^{*2} \right) \left( \frac{p_1^*}{p_{1+1}^*} \right)^u \exp \left( 2 \frac{\chi-1}{\chi+1} R_{1,2} \right) \right]. \quad (16)$$

Bei genügend kleinen Schrittlängen sind die Absolutwerte sowohl von  $p_1^*/p_{1+1}^* - 1$  als auch von  $2 \frac{\chi-1}{\chi+1} R_{1,2}$  sehr klein gegenüber eins, so dass mit entsprechenden Näherungsformeln Gl. (16) noch zu

$$Ma_{1+1}^{*2} = Ma_1^{*2} - \left( 1 - \frac{u-1}{\chi+1} Ma_1^{*2} \right) \left[ \frac{u+1}{2\chi} \left( \frac{p_1^*}{p_{1+1}^*} - 1 \right) + 2 R_{1,2} \right] \quad (17)$$

vereinfacht werden kann.

## Über die aerodynamische Auslegung...

Die Lösung der Gl. (16) bzw. (17) beginnt zweckmässigerweise mit den aus der Mittelschnittrechnung bekannten Werten der Machzahl und des Gesamtdruckes am mittleren Radius. Die Gesamtdruckverteilung vor dem Laufrad kann als gegeben betrachtet werden. Entweder ist sie aus der Durchrechnung einer davor liegenden Stufe bekannt oder bei Eintrittsstufen mit Vorleitrad kann sie über die Vorleitgitters berechnet werden. Mit der Machzahl sind alle Zustandsgrössen bekannt und es kann der Massestrom durch Integration der Stromdichte bestimmt werden. Bei Abweichung vom vorgegebenen Massestrom muss die Anfangsmachzahl korrigiert und die Rechnung wiederholt werden. Mit Hilfe der Verlustbeiwerte des Laufgitters, die auf die ebenfalls bekannte Relativgeschwindigkeit am Eintritt bezogen sind, kann die Verteilung des Gesamtdruckes im Relativsystem für den Laufradaustritt bestimmt werden, während der Energiesatz die dazu gehörige Gesamtenthalpie liefert. Die Gl. (16) und (17) gelten jedoch für das Absolutsystem. Mit der Bedingung gleicher statischer Zustandsgrösse wird der Übergang von einem in das andere System vollzogen. Die Berechnung beginnt mit den aus der Mittelschnittrechnung bekannten Werten von Machzahl und Gesamtdruck des Absolutsystems. Für den benachbarten Radius wird die Machzahl nach Gl. (16) bzw. (17) berechnet, wobei im ersten Iterationsschritt der Gesamtdruck für den Ausgangsradius eingesetzt wird. Gesamtenthalpie im Absolutsystem und Relativmachzahl ergeben sich aus den Bedingungen für gleiche statische Grössen in beiden Systemen. Die aus den Machzahlen und Gesamtenthalpien erhaltenen Geschwindigkeiten müssen zusammen mit den bekannten Werten für die Umfangsgeschwindigkeit und dem Abströmwinkel des Laufgitters das Geschwindigkeitsdreieck bilden. Die Iteration ist solange fortzuführen, bis dies erfüllt ist. Dabei ist gleichzeitig der Massestrom aus der Integration der Stromdichte mit dem vorgegebenen Wert zu vergleichen und gegebenenfalls auch die Startmachzahl zu korrigieren. Bei den durchgerechneten Beispielen konvergierte die Rechnung sehr schnell.

Die Gl. (16) bzw. (17) ist für die Berechnung der Strömungsverteilungen vor und hinter dem Laufrad vorgegebener Beschauelungen unter Berücksichtigung der detaillierten Winkel- und Verlustverteilung über der gesamten Schaufelhöhe geeignet. Obwohl eine Anwendung auch bei der Auslegungsaufgabe möglich ist, empfiehlt sich dafür die wesentlich einfachere Gl. (11) für den Fall konstanten Gesamtdrucks. Durch eine anschliessende Nachrechnung mit Gl. (16) bzw. (17) kann die genauere Strömungsverteilung auch für die Randzonen ermittelt werden. Ein grosser Vorteil ist, dass dabei die Gesamtdruckverluste exakt erfasst werden.

Für die Stufe im Bild 1 sind die Verteilungen der Axialgeschwindigkeit nach dem hier beschriebenen Näherungsverfahren im Bild 2 mit eingezeichnet. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen nach dem Rechenprogramm RADGL bzw. mit den Messergebnissen ist gut.



#### 4. Auslegung der Profilaitter

Über die in der DDR angewendete Methode der Bestimmung der Profilaitter für vorgegebene Geschwindigkeitsvektoren am Ein- und Austritt ist schon mehrfach berichtet worden [1], [2], [3], [4], [7], es sollen deshalb hier nur noch einmal die wichtigsten Gedanken zusammengefasst werden. Für den Entwurf von Verdichterschaufeln werden Profilmfamilien verwendet, wobei eine Profilmfamilie eine Skelettlinie nach einer bestimmten Funktion (Parabel, Kreisbogen) mit einer gegebenen Wölbungsrücklage hat, der eine Tropfenfunktion mit bestimmter Dickenrücklage überlagert wird. Beispielsweise weist die Profilbezeichnung 10 Q 40 (1,0) - 30°P 50 auf ein Profil mit dem Tropfen Q von 10% relativer Dicke, 40% Dickenrücklage, 1% relativer Hinterkantendicke und einer parabelförmigen Skelettlinie mit einem Wölbungswinkel  $\theta = 30^\circ$  sowie 50% Wölbungsrücklage hin. Bei hohen Machzahlen werden Tropfen mit Dickenrücklagen von 65% verwendet.

Für Gitter aus diesen Profilmfamilien wurden umfangreiche Berechnungen nach der Potentialtheorie [8], [9] und Versuche im Nieder- und Hochgeschwindigkeitskanal durchgeführt und die Ablenkungseigenschaften sowie die Verlustbeiwerte in verallgemeinerter Form in Diagrammen bzw. Datenträgern zusammengestellt. Mit diesen Unterlagen kann für einen vorgegebenen Geschwindigkeitsplan das dazugehörige Gitter (Bild 4) leicht bestimmt werden. Das Teilungsverhältnis, die relative Profildicke und die Abweichung  $\Delta i = i_{opt} - i^*$  werden in Abhängigkeit der Anströmmachzahl entsprechend Bild 5 gewählt. Dabei ist  $i_{opt}$  der relative Zuströmwinkel, bei dem sich das Minimum des Gitterverlustbeiwertes ergibt.

Der Winkel  $i^*$  ist der relative Zuströmwinkel für aerodynamisch stossfreie Umströmung bei inkompressibler Potentialströmung. Für kleine Machzahlen wird bei  $\Delta i = 0$  ausgelegt.

Bei den schwachgewölbten Profilen der Verdichterschaufeln kann eine einfache Überlagerung der Ablenkungseigenschaften des Skelettgittera mit dem sogenannten Dickeneinfluss vorgenommen werden, es gilt dann

$$i^* = i_{SK}^* + i_D^* + \Delta i^*$$

$$\delta^* = \delta_{SK}^* + \delta_D^* + \delta_r^*$$

(18)

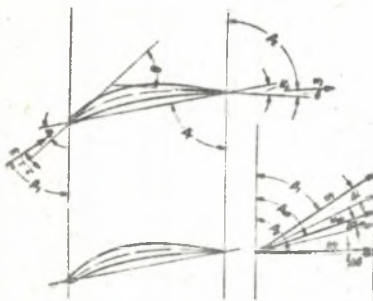


Bild 4. Bezeichnungen am Gitter und Geschwindigkeitsplan

- vorgegebener Geschwindigkeitsplan
- Geschwindigkeitsplan für aerodynamisch stossfreie Umströmung



wobei  $\Delta i^*$  ein kleiner Korrekturwert ist und  $\delta_r^*$  den Anteil der Minderablenkung infolge Reibungseinfluss bezeichnet. Die Summe  $\delta_{SK}^* + \delta_D^*$  ist die Minderablenkung bei Potentialströmung. Bei Schaufelschnitten, die sich in den Randgebieten an Nabe und Gehäuse befinden, muss der Einfluss von Sekundär- und Spaltströmungen auf  $\delta_r^*$  berücksichtigt werden [1].

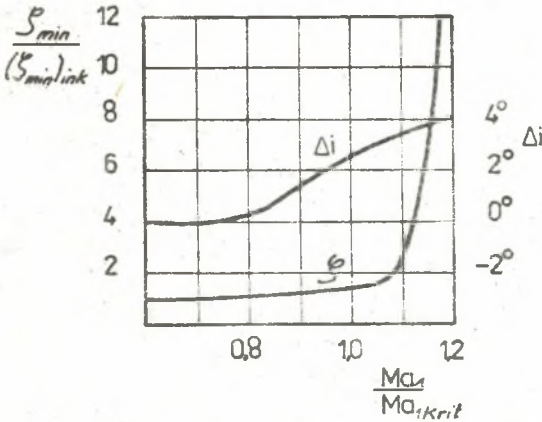


Bild 5. Änderung des günstigsten Anström- winkels und des dazugehörigen Verlustbei- wertes mit der Machzahl

Mit dem nach Bild 5 gewählten  $\Delta i$  kann aus dem vorgegebenen Geschwindigkeitsplan derjenige für die Zuströmung mit  $i^*$  bestimmt werden, siehe Bild 4. Genau genommen ergibt sich dabei auch eine Änderung der Minderablenkung  $\Delta \delta$ , die jedoch bei den geringen Anströmwinkeländerungen von  $\Delta i < 5^\circ$  meist vernachlässigt werden kann.

Durch die oben angeführten Ergebnisse systematischer Gitterberechnungen liegen die Funktionen

$$\frac{i_{SK}^*}{\theta} = f(\beta_T, t/l); \quad \frac{\delta_{SK}^*}{\theta} = g(\beta_T, t/l)$$

$$\frac{i_D^*}{d/l} = h(\beta_T, t/l); \quad \frac{\delta_D^*}{d/l} = k(\beta_T, t/l) \tag{19}$$

$$\frac{\Delta i^*}{\theta d/l} = l(\beta_T, t/l)$$

in dem interessierenden Bereich des Staffellungswirkels  $\beta_T$  und des Teilungsverhältnisses vor. Für den Reibungsanteil  $\delta_r^*$  wurde aus Messergebnissen im wesentlichen eine Abhängigkeit vom Krümmungswinkel  $\theta$  und vom Teilungsverhältnis gefunden [3].

Mit der Umlenkung

$$\Delta \beta = \theta + i^* - \delta^* \tag{20}$$

und den Gleichungen (18) ergibt sich für den Wölbungswinkel der Profile

$$\theta = \frac{\Delta \beta^* - i_D^* + \delta_D^*}{1 + \frac{i_{SK}^*}{\theta} + \frac{\Delta i^*}{\theta} - \frac{\delta_{SK}^*}{\theta}} \tag{21}$$

Da die relative Dicke  $d/l$  und das Teilungsverhältnis gewählt werden, ist zur Bestimmung der Funktionen entsprechend Gleichungen (19) und damit zur Ermittlung des Wölbungswinkels eine Aussage über den Staffelungswinkel  $\beta_T$  zu machen. In der ersten Näherung kann dafür  $\beta_\infty^*$  angenommen werden, womit auch die Werte nach Gleichungen (19) bekannt sind. Mit  $\theta$  nach Gleichung (21) bzw.  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  (Bild 4) ergibt sich der Staffelungswinkel aus den Beziehungen

$$\begin{aligned}\beta_T &= \beta_1 + \delta^* + \alpha_1 \\ \beta_T &= \beta_2 + \delta^* - \alpha_2\end{aligned}\tag{22}$$

Mit diesem verbesserten Wert muss die Rechnung normalerweise noch einmal wiederholt werden.

## 5. Zusammenfassung

Trotz der Vereinfachung, die Strömung in Turbomaschinen als rotations-symmetrisch zu behandeln, ist die Berechnung der zweidimensionalen Meridianströmung immer noch mit grossen mathematischen Schwierigkeiten verbunden. Bei Axialmaschinen betrifft das insbesondere die Fehlerempfindlichkeit bei der Bestimmung der Meridianstromlinienkrümmung infolge der geringen Breite der Schaufelgitter. Eine genügend genaue Erfassung des Krümmungseinflusses erfordert u.a. die Kenntnis der detaillierten Schaufelgeometrie. Normalerweise ist das nur bei der Nachrechnungsaufgabe der Fall. Die im Abschnitt 2 beschriebene numerische Methode, bei der ein Reihenansatz für den Druck verwendet wird, ermöglicht eine recht genaue Berechnung der Strömung in der gesamten Meridianebene einer Axialstufe bzw. Stufengruppe.

Wie systematische Berechnungen von Axialverdichterstufen zeigen, lässt sich der Einfluss des Krümmungsterms im radialen Gleichgewicht auf den radialen Druckgradienten durch Korrekturfaktoren berücksichtigen. Damit wird im Abschnitt 3 eine Näherungsverfahren hergeleitet, mit dem sowohl die Kinematik bei der Auslegungsaufgabe bestimmt, als auch die Nachrechnung einer vorgegebenen Beschaukelung vorgenommen werden kann. Bei der Auslegung empfiehlt sich die wesentlich einfachere Version mit konstantem Gesamtdruck über der Schaufelhöhe, da bei der Schaufelgestaltung ohnehin nicht jede Einzelheit in den Randgebieten berücksichtigt werden kann.

Gegebenenfalls kann man zur Gewährleistung der optimalen Schaufelüberkrümmung am Eintritt, was insbesondere bei hohen Machzahlen wichtig ist, die Geschwindigkeitsdreiecke im Bereich von Nabe und Gehäuse etwas korrigieren. Mit den endgültigen Geschwindigkeitsdreiecken liegen alle

Strömungswinkel vor, die zur Bestimmung des Krümmungswinkels  $\theta$  und des Stafflungswinkel  $\beta_T$  der Gitterprofile der einzelnen Schaufelschnitte nach der im Abschnitt 4 beschriebenen Methode erforderlich sind.

#### LITERATURA

- [1] Wolf H.: Gegenwärtiger Stand und Ausblick bei der aerodynamischen Berechnung axialer thermischer Turbomaschinen. Maschinenbautechnik, Berlin 22 (1973) 10, s. 465-468.
- [2] Wolf H., Boos P.: A contribution on design of axial flow compressors with great mass flow rates and high pressure ratios. Proc. 5th Conference on Fluid Machinery, Budapest 1975.
- [3] Möckel H.: Ein Beitrag zur Berücksichtigung von Sekundär- und Spaltströmungen bei der Auslegung von Axialverdichtern. Dissertation Ingenieurhochschule Zittau 1977.
- [4] Boos P.: Experimentelle Untersuchungen für Axialverdichteretufen mit hohen Unterschallmachzahlen. Dissertation Ingenieurhochschule Zittau 1979.
- [5] Wolf J., Schulze H., Brechling J., Hultsch M.: Untersuchungen zur Berechnung der Strömung in Turbomaschinen unter Berücksichtigung der Stromlinienkrümmung im Meridianschnitt. Maschinenbautechnik 30 (1981) 3, s. 110-114.
- [6] Schröder H.J.: Entwicklung eines Näherungsverfahrens zur Berechnung dreidimensionaler Gitterströmungen. Jahrbuch der WGL 1955.
- [7] Wolf H.: Ein einfaches Berechnungsverfahren für Verdichtergitter. Maschinenbautechnik 12 (1963) Heft 3, s. 163-168.
- [8] Brechling J.: Ein Berechnungsverfahren zur zweiten Hauptaufgabe der kompressiblen Unterschallströmung durch Schaufelgitter ZAMM 47 (1967) Heft 3, s. 163-168.
- [9] Wolf H., Kraemer R.: Ein Singularitätenverfahren zur Berechnung der inkompressiblen Potentialströmung für ebene Schaufelgitter. Maschinenbautechnik 13 (1964) 8, s. 413-418.

#### OBLICZENIA AERODYNAMICZNE OSIOWYCH STOPNI SPREŻARKOWYCH

#### S t r e s z c z e n i e

W pracy przedstawiono numeryczne metody obliczeń przepływu merydionalnego w osiowych maszynach przepływowych z zastosowaniem metody krzywizny linii prądu. Rozpatrzono przybliżone metody określenia promieniowego rozkładu parametrów przepływu w szczelinach międzywieńcowych, umożliwiające dobór cech konstrukcyjnych układu łopatkowego. Przedstawiono procedurę obliczeniową projektowania palisady profili dla warunków optymalnych trójkątów prędkości.

## АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ ЛОПАТОК ОСЕВЫХ КОМПРЕССОРОВ

## Резюме

В работе рассмотрены численные методы расчёта меридианного течения в осевых турбомашинах при использовании кривизны линии тока. Рассмотрены приближенные методы определения радиального распределения параметров течения в межвенцовых зазорах. Представлен расчётный алгоритм проектирования решеток на основе треугольников скорости.

## AERODYNAMIC CALCULATIONS OF AXIAL COMPRESSOR STAGES

## Summary

This paper presents digital methods of calculating the flow in axial turbo-machines by taking into account the curvature of a meridional stream line. Some consideration has been given to an approximative method to determine the radial distribution of a flow parameters in the interim area, which method can be also of some avail in the designing of blade-nings. There has been presented a procedure used in designing aerofoil cascades under the conditions of the optimal inflow at given velocity triangles.