

Jan JĘDRYSZEK

Instytut Techniki Ciepłej i Mechaniki Płynów
Politechniki Wrocławskiej

OBLICZANIE ZMIENNYCH SIŁ NA PROFILU ŁOPATEK WENTYLATORA

Streszczenie: W artykule przedstawiono wyniki obliczeń oraz pomiarów zmiennych sił generowanych na profilu łopatki wentylatora. Podano schemat obliczeń teoretycznych tych sił przy uwzględnieniu parametrów geometrycznych oraz niustalonych składowych przepływu. Dokonano analizy skutków oddziaływania tych sił na pracę wentylatora.

1. Wstęp

Zmienne obciążenie na łopatkach wentylatora jest jedną z głównych źródeł awarii lub też nieoptymalnej pracy profilu łopatkowego. Znajomość tych obciążeń podczas procesu projektowania jest nieodzownym warunkiem uzyskania optymalnych konstrukcji zarówno pod względem aerodynamicznym jak i wytrzymałości zmęczeniowej. Nowoczesne wentylatory przemysłowe są konstrukcjami wielowieżcowymi i palisady łopatkowe są narażone na zmienne oddziaływania zarówno od śladu aerodynamicznego jak i oddziaływań potencjalnych. Badanie tych obciążeń jest prowadzone od dawna i do dzisiaj stwarza problemy konstruktorom. Zagadnienie to szczególnie daje znać o sobie w przypadku konieczności pracy maszyny przepływowej w szerokim zakresie wykorzystania jej charakterystyki, kiedy praca niestabilna wnosi dodatkowe efekty w zakresie drgań o niskiej częstotliwości ale o dużej energii. Znajomość tych obciążeń staje się również konieczna w przypadku akustycznej oceny danej maszyny przepływowej [5], gdzie zmienne siły na profilu [1,2,4,9 i 10] są podstawowymi wielkościami do wyznaczenia akustycznego efektu całej maszyny. Przy opisie zmiennych obciążeń w wentylatorach osiowych szczególnie dużą popularność znalazła metoda cienkich małowygłębionych profili, a tylko w niektórych przypadkach oraz dla wentylatorów promieniowych należy ją uzupełnić o kanałową metodę propagacji zaburzeń [3,7]. Niektóre wyniki pomiarów tych obciążeń [4,5 i 6] wykazują wystarczającą przydatność metody cienkich profili do wentylatorów osiowych.

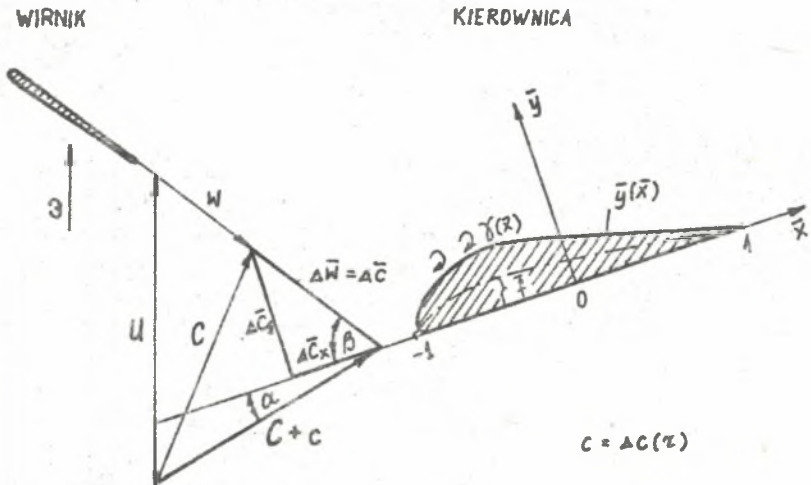
2. Zmienne wirowości na cienkim profilu oraz jego obciążenie

Opisane przez Searsa [1] zagadnienie zmiennego obciążenia profilu poddane dodatkowo drganiom skrętnym oraz giębnym dowodzą, że mogą one prowadzić do znacznych lokalnych przecięcia przekroju łopatki. Metoda obliczeń opiera się na wyznaczeniu drogą obliczeń zmiennej wirowości na profilu. Jak wynika z równań równowagi dla tych wirowości, zmienna wirowość na profilu jest definiowana przez dwie składowe [1,2] a mianowicie z tak zwanej wirowości związanej γ_b oraz wirowości swobodnej γ_f , która oddziałuje na profil oraz na obszar za profilem.

Obie te wielkości związane są następującą formą różniczkową :

$$\frac{\partial(\bar{v}_b + \bar{v}_f)}{\partial \tau} + C \frac{\partial \bar{v}_f}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

gdzie C - średnia prędkość przepływu. Schemat oddziaływania zmiennych składowych przepływu na profil przedstawione na rys.1.



Rys.1. Schemat oddziaływania zmiennych składowych przepływu za wirnikiem na profil łopatkki kierowniczej wentylatora osiowego

Rozwiązanie równania (1) znajdziemy podstawiając za poszczególne składniki wirowości ich zależności czasowe :

$$\left. \begin{aligned} \bar{v}_b &= \bar{v}_b(\bar{x}) \cdot \exp(i\omega\tau), & -1 \leq x \leq 1 \\ \bar{v}_f &= \bar{v}_f(\bar{x}) \cdot \exp(i\omega\tau), & -1 \leq x < \infty \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

gdzie ω oznacza częstość kątową wynikłą z tak zwanej częstości łopatkowej i opisanej poniższą zależnością:

$$\omega = 2\pi knz_w \quad (3)$$

w której: k - harmoniczna /1,2,.../,
 n - obroty wirnika,
 z_w - liczba łopatek wirnika.

w zależności (2) przyjęte \bar{x} jako wielkość bezwymiarową określoną za pomocą rysunku 1 oraz zależności:

$$\bar{x} = 2\pi/l = -\cos\theta \quad (4)$$

Uwzględniając więc powyższe zależności oraz podstawiając (2) do (1) po zróżniczkowaniu po czasie otrzymano:

$$i\omega[\gamma_b(\bar{x}) + \gamma_f(\bar{x})] \cdot \exp(i\omega\tau) + \frac{2 \cdot C}{l} \cdot \frac{\partial \gamma_f(\bar{x})}{\partial \bar{x}} \exp(i\omega\tau) = 0 \quad (5)$$

Porządkując powyższe względem wirowości swobodnej γ_f oraz uwzględniając definicję częstoty bezwymiarowej:

$$\omega^* = \frac{\omega \cdot l}{2 \cdot C} \quad (6)$$

otrzymamy nowe wyrażenie różniczkowe:

$$\frac{\partial \gamma_f(\bar{x})}{\partial \bar{x}} + i\omega^* \gamma_f(\bar{x}) = -i\omega^* \gamma_b(\bar{x}) \quad (7)$$

które ma postać tak zwanego liniowego równania różniczkowego pierwszego rzędu [8] a dla zmiennych Glauerta [4] rozwiązanie jego ma postać:

$$\gamma_f(\theta) = -i\omega^* \exp(i\omega^* \cos \theta) \int_0^\theta \gamma_b(\theta') \exp(-i\omega^* \cos \theta') \sin \theta' d\theta' \quad (8)$$

gdzie θ - oznacza zmienną bieżącą. Wykorzystanie zmiennych Glauerta dla postaci trygonometrycznej pozwala łatwo przekształcać poszczególne równania przy całkowaniu. W wyrażeniu (8) należy określić nieznaną jeszcze wirowość związaną. Wirowość ta określona została przez Naumana i Yeha [2] przy uwzględnieniu strzałki wygięcia profilu f oraz kąta natarcia otrzymane:

$$\gamma_b(\theta) = 2\bar{f}\bar{c} \left[F(\omega^*) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \frac{4}{\omega^*} \sum_1^\infty i^{n-1} J_n(\omega^*) \sin n\theta \right] (-\cos \beta) + 2\bar{c} S(\omega^*) \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} \sin \beta \quad (9)$$

gdzie $F(\omega^*)$ - funkcja zespolona określona kombinacją funkcji Bessela według poniższej zależności:

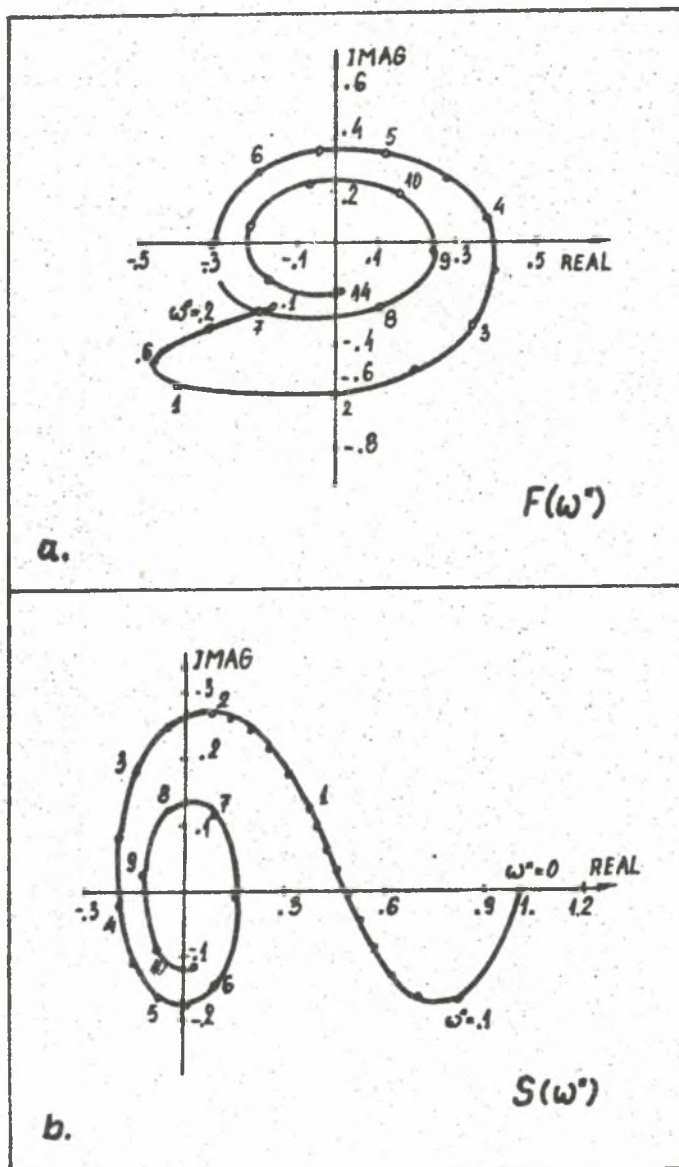
$$F(\omega^*) = \frac{[J_0(\omega^*) + Y_1(\omega^*)] + i[J_1(\omega^*) - Y_0(\omega^*)]}{[Y_1(\omega^*) - J_0(\omega^*)] + i[J_1(\omega^*) + Y_0(\omega^*)]} \left[J_0(\omega^*) - \frac{J_1(\omega^*)}{\omega^*} - i J_1(\omega^*) \right] + - [J_0(\omega^*) - J_1(\omega^*)/\omega^* + i J_1(\omega^*)] \quad (10)$$

natomiast $S(\omega^*)$ oznacza funkcję Bessera określoną również kombinacją funkcji Bessela w następującej zależności:

$$S(\omega^*) = \frac{2}{\pi \omega^*} \left\{ [J_0(\omega^*) - Y_1(\omega^*)] - i [J_1(\omega^*) + Y_0(\omega^*)] \right\}^{-1} \quad (11)$$

Obraz graficzny funkcji (10) oraz (11) przedstawiono na rys.2, w funkcji częstoty bezwymiarowej ω^* . Zapisując następnie wzdłuż osi x równanie Eulera /według schematu na rys.1./ otrzymamy po uwzględnieniu czasowych składowych prędkości i ciśnienia przy prędkości całkowitej $C + c$:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + (c + \bar{\sigma}) \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (12)$$



Rys.2. Graficzny obraz zespolonych funkcji z zależności (9), gdzie
a. - funkcja $F(\omega^*)$, b. - funkcja Searsa $S(\omega^*)$.

W zależności (12) prędkość $\bar{\sigma}$ składa się z trzech składowych, które stanowią: σ_0 - stała wynikła ze stałej wirowości γ_0 , σ_{XF} - defekt pręd-

kości wynikły z istnienia śladu aerodynamicznego za łopatką wirnika, który opisano zależnością:

$$c_{x_d}(\theta) = -\delta \cdot \cos\beta \cdot \exp(i\omega^* \cos\theta) \quad (13)$$

Natomiast zmienna wirowość $\gamma_x = \gamma_b + \gamma_f$ jest przyczyną powstawania trzeciej składowej a mianowicie:

$$c_{x_T} = \pm (\gamma_b + \gamma_f)/2 \quad (14)$$

Ostatecznie więc zmienny składnik prędkości całkowitej można zapisać poniższym wyrażeniem:

$$\vec{v} = c_B + c_{x_d} + c_{x_T} \quad (15)$$

Do określenia stałej części powyższego wyrażenia wynikłego z wirowości stałej tę ostatnią należy określić ze znanej formuły [7]:

$$\gamma_s = 2 \cdot C(a \cdot \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + 2 \cdot f \cdot \sin \theta) \quad (16)$$

natomiast prędkość c_B :

$$c_B = \pm \gamma_s(\theta)/2 \quad (17)$$

Podstawiając wszystkie określone składowe z zależności od (13) do (17) do równania Eulera (12) po odrzuceniu małych wyższego rzędu oraz wyrugowaniu elementów zerujących się się otrzymamy:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial c_{x_T}}{\partial \tau} + c \frac{\partial c_{x_T}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} [c_B (c_{x_d} + c_{x_T})] = 0 \quad (18)$$

a wyrażając prędkości w powyższym za pomocą (13), (14) i (17) otrzymamy po scałkowaniu:

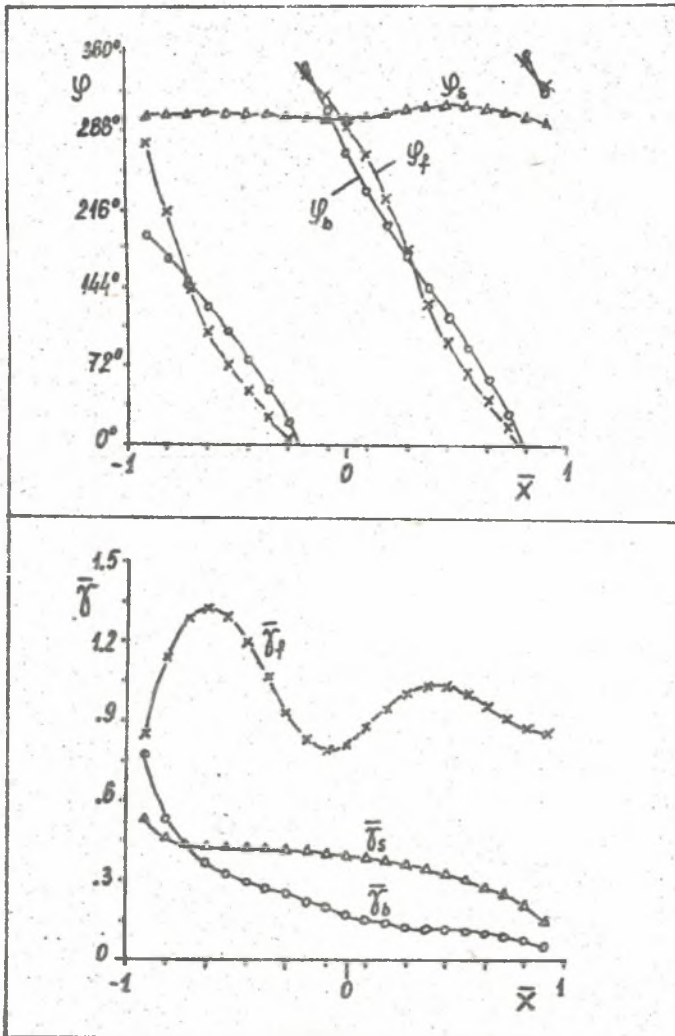
$$p_r(\theta) = \mp \rho/2 \cdot C \cdot \gamma_b(\theta) \mp \rho/2 \cdot C_{x_d}(\theta) \cdot \gamma_s(\theta) + \\ - \rho/4 \cdot \gamma_s(\theta) \cdot \gamma_b(\theta) - \rho/4 \cdot \gamma_s(\theta) \cdot \gamma_f(\theta) \quad (19)$$

Aby uzyskać odpowiednie zależności do obliczeń należy w powyższym dodatkowo uwzględnić wyrażenia na wirowość γ_s (16), γ_b (9) oraz γ_f (8). Przykładowe wyliczenie rozkładu tych wirowości dla częstości bezwymiarowej $\omega^* = 6$, przedstawiono graficznie na rys.3. Na rysunku tym podano też sumaryczny efekt oddziaływania zmiennej cyrkulacji na profil.

Zależność (19) nie uwzględnia jeszcze wpływu kształtu profilu, który niewątpliwie musi odgrywać ważną rolę przy rozkładzie zmiennych ciśnień na poszczególnych stronach profilu. W wyrażeniu (19) znak górny dotyczy górnej strony profilu a znak dolny dolnej części profilu. Zagadnienie to dla profilu eliptycznego rozwiązano w pracy [9] podając również zależności bardziej ogólne. Wykorzystując je w pracy [10] uwzględniono rozkład

grubości dla profilu NASA. W obecnym opracowaniu podaną zależność dla ciśnienia zmiennego wywołanego wpływem rozkładu grubości profilu kropłowego, wykorzystując ogólną zależność:

$$-\frac{p(\theta)}{\rho \bar{c} C} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [e^{i\omega' \cos \theta'} + e^{-i\omega' \cos \theta'}] \frac{dy(\theta')/d\theta' \cdot \sin \theta'}{(\cos \theta' - \cos \theta)} d\theta' \quad (20)$$



Rys. 3. Graficzny obraz rozkładu wirowości wzdłuż profilu przy $\omega' = 6$ dla kąta $\beta = 75^\circ$, kąta natarcia $\alpha = 5^\circ$ oraz strzałki wygięcia profilu $\bar{f} = 0.15$.

Po uwzględnieniu w zależności (20) wzoru opisującego funkcję rozkładu grubości profilu kropłowego [7]:

$$\frac{dy(\theta)}{d\theta} = B \cdot \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} - 2 \cdot \sin \theta \right) \quad (21)$$

oraz całkując w podanych granicach otrzymamy:

$$-\frac{\Delta p(\theta)}{\rho \bar{c} C} = \frac{2B}{\sin \theta} \left[(\cos \theta + 1) \sum_{n=0}^{\infty} i^{2n} J_n(\omega) \sin(n+1)\theta + \sum_{n=2}^{\infty} i^{2n} J_n(\omega) \sin n\theta \right] \quad (22)$$

Podstawiając następnie do zależności (19) wszystkie składowe opisane wzorami (8), (9), (16) oraz (13) i efekt grubości profilu (22) otrzymano ostateczną zależność:

$$\frac{\Delta p(\theta, \omega^*)}{\rho \bar{c} C} = \cos \beta (\pm f \cdot F1 \pm \alpha \cdot F2 - \alpha \cdot F4 - 2 \cdot f^2 F5 + F8) + \sin \beta (\mp F3 + \alpha \cdot F6 + 2 \cdot f \cdot F7) \quad (23)$$

gdzie poszczególne funkcje mają następującą postać:

$$\left. \begin{aligned} F1 &= 2 \cdot \sin \theta \cdot \exp(i\omega^* \cos \theta) + A \\ F2 &= \operatorname{ctg} \theta / 2 \cdot \exp(i\omega^* \cos \theta) \\ F3 &= \operatorname{ctg} \theta / 2 \cdot S(\omega^*) \\ F4 &= \operatorname{ctg} \theta / 2 \cdot [i\omega^* \exp(i\omega^* \cos \theta) B - A \\ F5 &= (1 - \cos \theta) \cdot F4 \\ F6 &= F3 \cdot [i\omega^* \exp(i\omega^* \cos \theta) C - \operatorname{ctg} \theta / 2] \\ F7 &= (1 - \cos \theta) \cdot F6 \\ F8 &= \text{prawa strona (22)} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

gdzie z kolei symbole A, B i C określają:

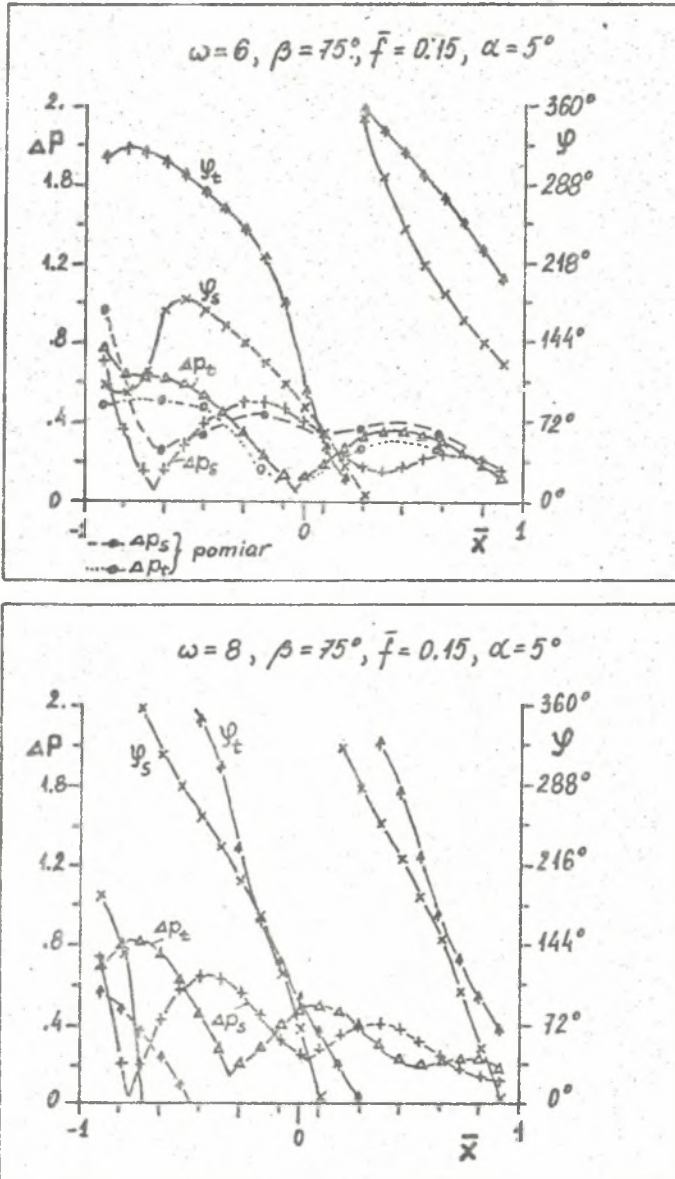
$$\left. \begin{aligned} A &= F(\omega^*) \cdot \operatorname{ctg} \theta / 2 + 4/\omega^* \sum_T i^{n-1} J_n(\omega^*) \sin n\theta \\ B &= \int_0^\theta \exp(-i\omega^* \cos \theta') \cdot A \cdot \sin \theta' \cdot d\theta' \\ C &= \int_0^\theta \exp(-i\omega^* \cos \theta') (1 + \cos \theta') \cdot d\theta' \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Do demonstracji obliczeń cyfrowych przeprowadzono obliczenia dla dwóch częstotliwości $\omega^* = 5$ oraz $\omega^* = 8$ porównując je z wynikami pomiarów. Wyniki te przedstawiono graficznie na rys. 4. Niestety przy użyciu dostępnych przyrządów nie udało się uzyskać eksperymentalnych wyników kąta fazowego, co uniemożliwiło pełne porównanie danych zarówno pod względem amplitudy jak i przesunięcia fazowego. Dla pomiarów amplitudy zmiennego ciśnienia wyniki były wystarczająco dokładne.

Aby jednak uzyskać pełny obraz obciążenia profilu należy uwzględnić siłę wynikłą ze statycznego obciążenia, określoną po obu stronach profilu wy-

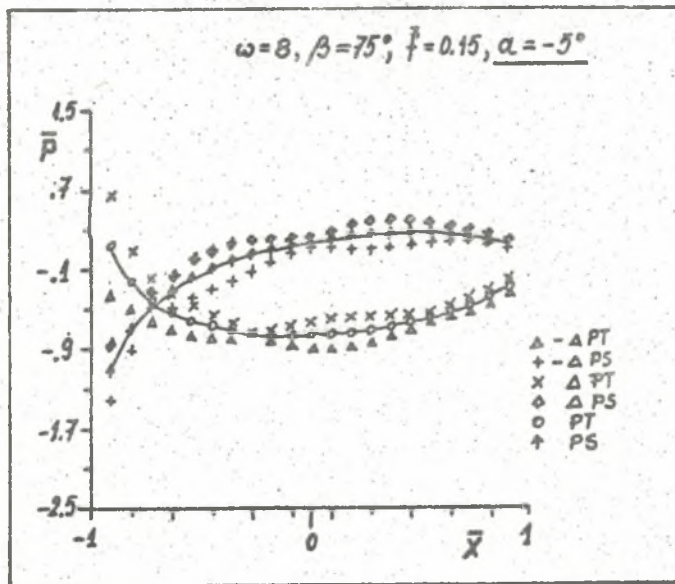
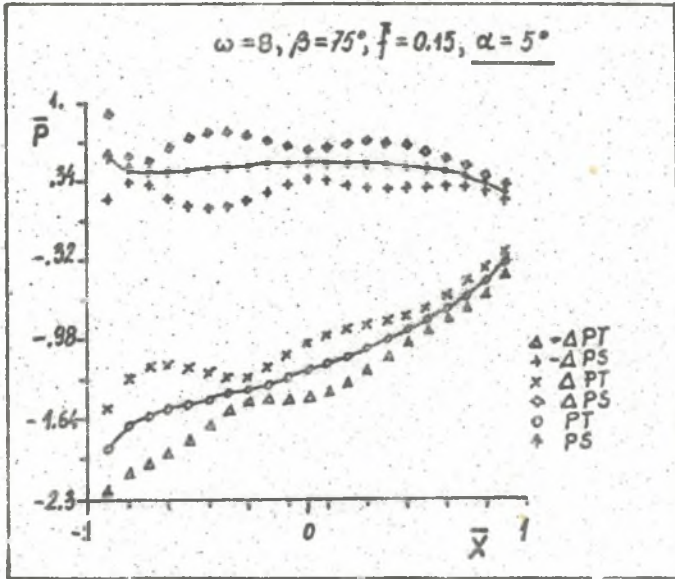
korzystując znane zależności [7]:

$$\frac{\Delta P}{\rho \bar{c}^2} = 1 - (c_g/c)^2 \quad (26)$$



Rys.4. Wyniki obliczeń cyfrowych oraz pomiarów przeprowadzonych dla częstości $\omega^2 = 6$ i 8 a pozostałych danych jak na rys.3.

Na rys.5 przedstawiono z kolei wyniki sumarycznych rozkładów dla dwóch kątów natarcia $\alpha = 5^\circ$ oraz $\alpha = -5^\circ$ dla częstotliwości bezwymiarowej $\omega^* = 8$.



Rys.5. Obciążenie profilu z zaznaczeniem zmiennych składowych dla $\omega^* = 8$ oraz $\alpha = 5^\circ$ i $\alpha = -5^\circ$.

3. Wnioski i uwagi końcowe

Otrzymane wyniki obliczeń jak i pomiarów wskazują na szczególne oddziaływanie zmiennych sił na początkową część profilu /rys.4 i 5/, przy wirniku natomiast [1] siły oddziałują głównie na spływową część profilu. Na rys.5 przedstawiono rozkłady ciśnień dla dwóch kątów natarcia, która to sytuacja może mieć miejsce przy oddziaływaniu śladu aerodynamicznego powodując duże zmiany okresowo zmiennego obciążenia wymuszającego często drgania układu łopatkowego. Proponowane obliczenia są też podstawą do prawidłowego określenia konstrukcji podczas projektowania, kiedy możliwość oceny dynamicznych obciążeń pozwala uzyskać dane do optymalizacji zarówno akustyki jak i drgań ułopatkowania [3,5]. Omawiane obliczenia są prowadzone zazwyczaj w obszarze optymalnej części charakterystyki, co w przypadku regulowanej pracy wentylatora jest przyczyną rozbieżności wyników eksperymentu oraz obliczeń. Podczas regulacji punktu pracy wentylatora dochodzi do okresowej pracy w zakresie pompazu [11] i należy również ten obszar pracy objąć w miarę efektywnymi obliczeniami struktury przepływu.

4. Literatura

- [1] KARMAN T., SEARS W.R. - Airfoil Theory for Non-Uniform Motion, Journal Aeronaut. Sciences, vol. 5, nr 10, s. 379 - 390, 1938r.
- [2] NAUMANN H., YEH H. - Lift and Pressure Fluctuation of a Cambered Airfoil Under Periodic Gusts and Application in Turbomachinery, Trans. ASME s.A, January, s. 1 - 10, 1973r.
- [3] FRANKLIN R.E. - Acoustics Resonance in Cascades, Journ. Sound Vibr. t. 25, nr 4, s. 587 - 595, 1972r.
- [4] JĘDRYSZEK J. - Pomiarzy śladu aerodynamicznego za wirnikiem oraz ciśnień szybkozmiennych na łopacie kierownicy tylnej wentylatora osiowego, Raport I-20, Politechniki Wrocławskiej serii PRE 61, 1983r.
- [5] JĘDRYSZEK J. - Stationäre Strömungen in Axialverdichtern und ein mathematisches Lärmmodell für den Unterschallbereich, Maschinenbautechnik, t. 34, nr 2, s. 90 - 93, 1985r.
- [6] JĘDRYSZEK J. - Unsteady Pressure Distribution around the Stator Blades in Axial Flow Fan, VII Conference Budapest, wrzesień 1983r
- [7] CSANADY G.T. - Theory of Turbomachines, McGraw-Hill, 1964r
- [8] WRONA W. - Matematyka, PWN - Warszawa, 1965r.
- [9] HORLOCK J.H., HAWKINGS D.L. - The response of nonlifting Airfoils to Streamwise Gusts, Trans. ASME, Jour. Fluid Eng. s. 213 - 216, 1970r
- [10] MURAKAMI Y., HIRSE T., ADACHI T. - Unsteady Pressure on Cambered Blade under Periodic Gusts, Bull. Jsme, vol. 25, nr 206, s. 1252 - 1257, 1982r.
- [11] JĘDRYSZEK J. - Określenie pulsacji przepływu w wentylatorze wywołanych niestabilną charakterystyką odbiornika, Konferencja "Wentylatory Przemysłowe", Jaszowiec 1985r.

Recenzent: Doc. dr hab. inż. Gerard Kosman

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ НА ПРОФИЛЕ ЛОПАТОК ВЕНТИЛЯТОРА

Резюме

В работе представлено результаты вычислений а также измерений переменных сил вызванных на профиле лопадки вентилятора. Представлено схему теоретических вычислений этих сил за участие геометрических параметров а также непостоянных компонентов переплыва. Зделано анализ результатов влияния этих сил на работу вентилятора.

CALCULATION OF THE UNSTEADY FORCES ON THE FAN PROFIL BLADES

Summary

In this work there are presented calculations and measurements of the unsteady forces generated on the fan profile. Procedure of theoretical calculations of these forces by taking into consideration geometrical parameters and unsteady flow components are given.

There is presented the analysis of the effect of these forces influencing the fan work.