

Agnieszka ALEKSIŃSKA, Adrian KOSOWSKI, Michał MAŁAFIEJSKI
Politechnika Gdańska

IDENTYFIKACJA TERENU ZA POMOCĄ AUTONOMICZNEGO ROBOTA

Streszczenie. W pracy rozważane jest zagadnienie identyfikacji nieznanego terenu za pomocą autonomicznego robota o ograniczonym zasięgu widzialności. Przyjęty model matematyczny zakłada, że teren ma postać ograniczonej dwuwymiarowej mapy podzielonej na identyczne kwadratowe obszary (pola) przylegające do siebie bokami. Zadaniem autonomicznego robota, którego zasięg widzialności ogranicza się do pól przylegających do miejsca, w którym się znajduje, jest identyfikacja całej mapy, poprzez odwiedzenie wszystkich jej pól w możliwie najmniejszej liczbie ruchów robota. Ponieważ problem w wersji on-line nie posiada dokładnego rozwiązania, autorzy skoncentrowali się na konstrukcji algorytmu przybliżonego dla szczególnych typów map z gwarantowaną dokładnością $\frac{5}{4}C$, gdzie C jest liczbą pól całej mapy.

TERRAIN LAYOUT IDENTIFICATION USING AUTONOMOUS ROBOT UNITS

Summary. We consider the problem of identifying an unknown terrain layout using an autonomous mobile robot with a bounded line of sight. Since in the general case there does not exist an exact on-line algorithm for the considered problem, we restrict our considerations to the construction of an approximation algorithm for special classes of maps, proving an upper bound of $\frac{5}{4}C$ moves for the proposed approach, where C denotes the area of the map measured in squares.

1. Wprowadzenie i opis problemu

Problemy przeszukiwania nieznanego terenu oraz poszukiwania celu o niezidentyfikowanym położeniu należą do podstawowych zadań autonomicznych robotów mobilnych i mają swoje sformułowanie w języku geometrii obliczeniowej [1, 2, 4, 6, 7].

W pracy wykorzystamy geometryczny model zagadnienia przeszukiwania terenu przez autonomicznego robota mobilnego. Mapę nieznanego terenu podzielimy na identyczne kwadratowe pola przylegające do siebie bokami. Dwa pola, które mają wspólny wierzchołek, będziemy nazywać *sąsiednimi*, natomiast pola które mają wspólną krawędź *bezpośrednio sąsiednimi*. Z pozycji, w której się znajduje, robot widzi bezpośrednio sąsiadujące pola i może przemieścić się na jedno z tych pól w jednym kroku.

Rozważany przez nas problem konstrukcji najkrótszej trasy autonomicznego robota mobilnego sformułujemy następująco:

Problem Najkrótszej Trasy Robota [PROBLEM NTR]

Wejście:	początkowe położenie robota, mapa.
Rozwiązanie:	trasa komiwożacza.
Kryterium:	minimalizacja długości.

Złożoność obliczeniowa problemu w wersji off-line pozostaje problemem otwartym. W pracy [5] autorzy podali schemat $1 + \varepsilon$ -przybliżony, natomiast w [1] skonstruowano algorytm minimalizujący długość trasy robota z dokładnością równą $\frac{6}{5}$.

Zajmiemy się wersją on-line tego problemu, dla której nie istnieje algorytm dokładny, zatem współczynnik przybliżoności liczony będzie względem liczby wszystkich pól mapy. W pracy [7] autorzy pokazali, że w tym przypadku najlepszy współczynnik aproksymacji, jaki można uzyskać, wynosi $\frac{7}{6}$. Podali także algorytm $\frac{4}{3}$ -przybliżony dla dowolnych map.

2. Algorytm $\frac{5}{4}$ -przybliżony dla wąskich map

Zaprezentowany przez nas algorytm on-line będzie miał zastosowanie dla map szczególnej postaci. Rozważać będziemy mapy, w których nie można umieścić kwadratu składającego się z 16 pól. Mapy takiej postaci będziemy nazywać *wąskimi*. Dodatkowo zakładamy, że mapa nie ma pól *rozspajających*, czyli takich których usunięcie rozspoiłoby mapę.

Poniżej skonstruujemy algorytm $\frac{5}{4}$ -przybliżony, tzn. algorytm, który znajduje trasę nie dłuższą niż $\frac{5}{4}C$, gdzie C jest liczbą pól całej mapy.

2.1. Algorytm

W pamięci robota przechowywać będziemy informacje o dokładnym położeniu wszystkich wcześniej zidentyfikowanych pól. Niektóre pola sąsiadujące z trasą robota będą przechowywane na stosie w celu ich możliwie najszybszego odwiedzenia.

Zakładamy, że rozpoczynając identyfikację mapy, robot ustawiony jest na polu brzegowym mapy (przynajmniej jeden z wierzchołków takiego pola znajduje się na brzegu mapy, formalna definicja zamieszczona została dalej). Podstawową

zasadą ruchu robota jest wybranie skrętu w lewo, przed pójściem prosto oraz skrętem w prawo. W trakcie przeszukiwania mapy robot rozpoznaje *ślepe zaułki*, czyli pola, które bezpośrednio sąsiadują z trzema wcześniej odwiedzionymi polami, różnymi od pola startu. Robot, w sytuacji gdy zidentyfikuje ślepy zaułek, rezygnuje z odwiedzenia kolejnego pola według wcześniejszej zasady, odkłada informacje o tym polu na stos i wybiera ślepy zaułek jako kolejne odwiedzane pole.

Formalnie, kolejny ruch robota wykonywany jest w oparciu o poniższe reguły, uporządkowane względem malejących priorytetów:

1. Jeśli pole, na którym znajduje się robot, sąsiaduje bezpośrednio ze ślepym zaułkiem, to robot umieszcza na stosie współrzędne pola, na które przemieściłby się, gdyby nie było ślepego zaułka. Następnie przesuwa się na pole, które jest ślepym zaułkiem.
2. Jeżeli stos nie jest pusty, to robot przemieszcza się do ostatniego na stosie nieodwiedzonego pola, poruszając się najkrótszą ścieżką, wybierając ruch prosto przed skrętem w lewo. Po dotarciu do niego zdejmuje to pole ze stosu.
3. Jeżeli stos jest pusty, robot próbuje przemieścić się na nieodwiedzone pole wybierając skręt w lewo, ruch prosto, przed skrętem w prawo.
4. Jeżeli stos jest pusty i pole, na którym znajduje się robot, nie sąsiaduje bezpośrednio z nieodwiedzonym polem, to robot przemieszcza się wzdłuż najkrótszej ścieżki do ostatniego pola trasy, które ma sąsiada wśród nieodwiedzonych pól.
5. Jeżeli cała mapa została zidentyfikowana, to robot wraca do punktu startu wzdłuż najkrótszej ścieżki.

2.2. Analiza algorytmu

Zbiór krawędzi pól mapy, które należą tylko do jednego pola mapy, tworzy *brzeg* mapy. Zbiór pól mapy P , które nie sąsiadują z brzegiem mapy, będziemy nazywać *szkieletem* mapy P . Natomiast pola, które nie należą do szkieletu mapy, nazywać będziemy polami *brzegowymi*.

Lemat 1. Niech P będzie mapą bez pól rozspajających. Jeżeli szkielet mapy P jest jednym z elementarnych szkieletów przedstawionych na rysunku 1, to algorytm pokryje P w $\frac{5C-3}{4}$ krokach.



Rys. 1. Zbiór elementarnych szkieletów mapy (z dokładnością do obrotu czy odbicia). Ciągną linią oznaczono brzeg szkieletu

Dowód. Dowód polega na rozpatrzeniu skończonej liczby wąskich map o elementarnym szkielecie i konstrukcji dla nich trasy robota zgodnie z algorytmem. Łatwo zauważyć, że dołączanie fragmentów w sposób pokazany na rysunku 4 nie wpływa na liczbę wielokrotnie odwiedzanych pól. Pozwoliło to na zredukowanie liczby koniecznych do przeanalizowania map. \square

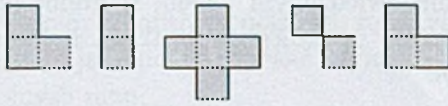
Lemat 2. *Dowolna wąska mapa o spójnym szkielecie bez pól rozspajających zostanie pokryta przez algorytm w $\frac{5C-3}{4}$ krokach.*

Dowód. Przeprowadzimy indukcję względem rozmiaru szkieletu mapy.

Jeżeli szkielet mapy jest pusty, to długość trasy robota będzie równa dokładnie C .

Załóżmy, że algorytm pokrywa mapy, których rozmiar szkieletu jest mniejszy niż n , w co najwyżej $\frac{5C-3}{4}$ krokach. Niech P będzie wąską mapą, której szkielet ma rozmiar równy n . Jeśli szkielet mapy P ma jedną z postaci pokazanych na rysunku 1 (z dokładnością do obrotu czy odbicia), to na mocy lematu 1 długość trasy robota będzie wynosiła co najwyżej $\frac{5C-3}{4}$.

Jeśli natomiast szkielet mapy P nie jest elementarny, to zawiera jeden z fragmentów pokazanych na rysunku 2 (z dokładnością do obrotu czy odbicia). Przy czym zakładamy, że trasa robota nie rozpoczyna się w polach przylegających do widocznych krawędzi szkieletu.



Rys. 2. Zbiór możliwych zakończeń szkieletów wąskiej mapy (z dokładnością do obrotu czy odbicia). Ciągną linią oznaczono brzeg szkieletu

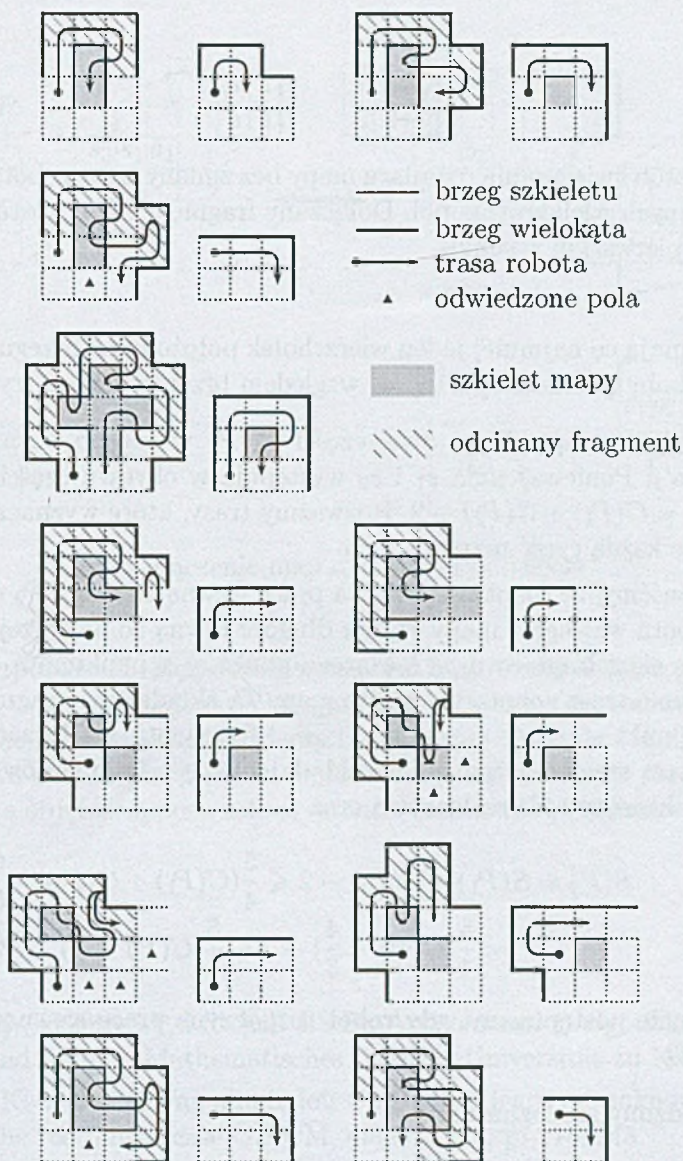
Dla każdego z powyższych zakończeń szkieletu mapy P będziemy rozważać wszystkie możliwe postaci brzegów mapy otaczających szkielet. W każdym przypadku można zredukować szkielet mapy P , obcinając pewien fragment mapy tak, aby uzyskana mapa była wąska, miała spójny szkielet i kolejność odwiedzania pozostałych pól mapy nie zmieniła się. Sposób redukcji ilustruje rysunek 3.

Ponieważ dołączanie do brzegów galerii fragmentów postaci z rysunku 4 nie zmienia trasy robota i nie zwiększa liczby pól, które należy odwiedzać wielokrotnie, rozpatrzyliśmy wszystkie istotnie różniące się przypadki.

W wyniku redukcji otrzymaliśmy mapę P' o mniejszym szkielecie, skracając trasę robota o p i zmniejszając rozmiar mapy o r , gdzie p, r są pewnymi liczbami naturalnymi. W każdym przypadku $\frac{p}{r} \leq \frac{5}{4}$, stąd na mocy indukcji

$$S(P) \leq S(P') + p \leq \frac{5}{4}(C - r - \frac{3}{5}) + p \leq \frac{5C - 3}{4}$$

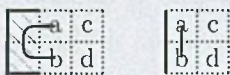
gdzie $S(P)$ jest długością trasy robota wewnątrz mapy P . \square



Rys. 3. Redukcja szkieletu galerii. Nieparzyste kolumny zawierają mapę przed redukcją, natomiast parzyste mapę po redukcji

Twierdzenie 1. Niech P będzie wąską mapą bez pól rozspajających. Wówczas trasa robota będzie krótsza niż $\frac{5C-3}{4}$.

Dowód. Przeprowadzimy indukcję względem liczby składowych spójności szkieletu. Niech G_1, G_2 będą sąsiadującymi składowymi spójnościami szkieletu. Niech $a_1 \in G_1, b_1 \in G_2$ będą polami wewnętrznymi mapy takimi, że odległość a_1 od b_1 jest jak najmniejsza. Wówczas pola s_1 i s_2 pokazane na rysunku 5 nie należą do



Rys. 4. Sposób zwiększania rozmiaru mapy bez zmiany trasy robota i liczby odwiedzanych wielokrotnie pól. Dołączany fragment mapy został zakreskowany na pierwszym rysunku

szkieletu i mają co najmniej jeden wierzchołek położony na brzegu mapy. Możliwe są trzy sposoby położenia pól s_1 , s_2 względem brzegów galerii (rysunek 5 (a-c)).

- (a) Podzielimy mapę P na dwie części P_1, P_2 w sposób pokazany na rysunku 5(a'). Ponieważ pola s_1 i s_2 występują w obydwu częściach mapy, więc $C(P) = C(P_1) + C(P_2) - 2$. Rozważmy trasy, które wyznaczy robot identyfikując każdą część mapy osobno.

Przypuśćmy, że robot rozpoczyna pracę wewnątrz mapy P_2 od pola s_3 . Trasa robota wewnątrz mapy P_2 ma długość równą co najwyżej $\frac{5}{4}(C(P_2) - \frac{3}{5})$ i składa się z fragmentu p_2 łączącego punkt s_3 z punktem s_4 i odcinka s_4s_3 . Podobnie trasa robota wewnątrz mapy P_1 składa się z fragmentu p_{11} łączącego punkt startu z s_3 , odcinka s_3s_4 i fragmentu p_{12} łączącego punkt s_4 z punktem startu. Zatem, trasa składająca się z fragmentów p_{11}, p_2, p_{12} jest trasą, którą znajdzie algorytm oraz

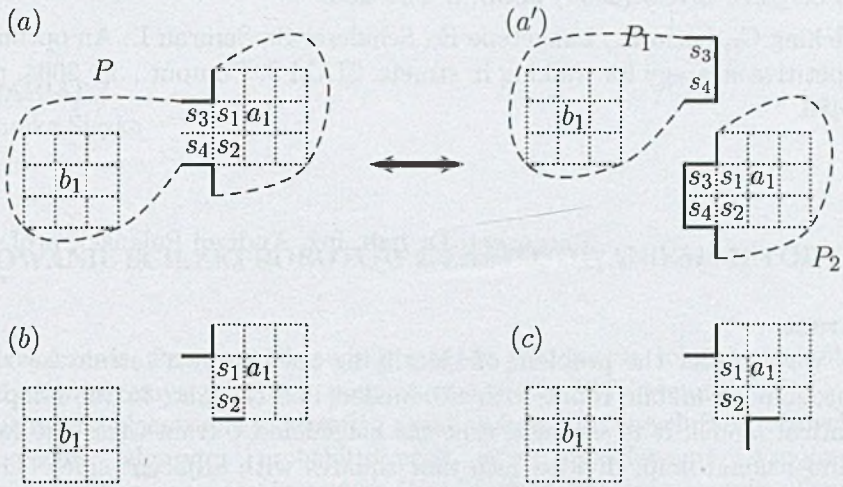
$$\begin{aligned} S(P) &= S(P_1) + S(P_2) - 2 \leq \frac{5}{4}(C(P_1) + C(P_2) - \frac{6}{5}) - 2 \\ &= \frac{5}{4}(C(P) + \frac{4}{5}) - 2 \leq \frac{5}{4}(C(P) - \frac{3}{5}). \end{aligned}$$

Podobnie postępujemy, gdy robot rozpoczyna pracę wewnątrz mapy P_2 od pola s_4 .

- (b-c) Dowodzimy analogicznie. □

3. Możliwe uogólnienia i wnioski końcowe

Pokazaliśmy, że wewnątrz wąskich map bez pól rozspajających zaprezentowany algorytm znajduje trasę robota o długości równej co najwyżej $\frac{5}{4}C$. Jednak stosunkowo prosta modyfikacja skonstruowanego przez nas algorytmu pozwala znaleźć równie dobre przybliżenie rozwiązania problemu dla bardziej ogólnych map. Można pokazać, że w wąskich mapach algorytm znajduje trasę robota o długości równej co najwyżej $\frac{5}{4}C + T$, gdzie T jest liczbą pól rozspajających. Ponadto,



Rys. 5. Łączenie map o spójnym szkieletcie

stosując reguły poruszania się podane w części 2.1, aż do napotkania przewężenia mapy, można z uwagi na znajomość brzegu fragmentu mapy zastosować algorytm dla wersji off-line [1] i kontynuować identyfikację mapy, zgodnie z regułami z części 2.1. Szczegółowa analiza powyższych uogólnień zaprezentowanego przez nas algorytmu wykracza objętością poza zakres referatu i stanowi obiekt naszych dalszych badań.

LITERATURA

1. Arkin E.M., Fekete S.P., Mitchell J.S.B.: Approximation algorithms for lawn mowing and milling. Mathematisches Institut, Universität zu Köln 1997.
2. Deng X., Kameda T., Papadimitriou C.: How to learn an unknown environment I: The rectilinear case. J.ACM, 45(2), 1998, p. 215–245.
3. Fuszara M., Kosowski A., Małafiejski M.: Outline of an environment for the simulation of autonomous military units. Zesz. Nauk. Pol. Gd., Ser. Technologie Informacyjne, No. 5, 2004, p. 755–764.
4. Gabriely Y., Rimon E.: Competitive on-line coverage of grid environments by a mobile robot. Comput. Geom. Theory Appl., 24, 2003, p. 197–224.
5. Grigni M., Koutsoupias E., Papadimitriou C.H.: An approximation scheme for planar graph TSP. Proc. 36th Annu. IEEE Sympos. Found. Comput. Sci. (1995), p. 640–645.
6. Hoffmann F., Icking C., Klein R., Kriegel K.: The polygon exploration problem. SIAM J. Comput., 31, 2001, p. 577–600.

7. Icking C., Kamphans T., Klein R., Langetepe E.: Exploring Simple Grid Polygons. LNCS (2005) 3595, p. 524–533.
8. Icking C., Klein R., Langetepe E., Schuierer S., Semrau I.: An optimal competitive strategy for walking in streets. SIAM J. Comput., 33, 2004, p. 462–486.

Recenzent: Dr hab. inż. Andrzej Polański, prof. Pol. Śl.

Abstract

We consider the problem of identifying an unknown terrain layout using an autonomous mobile robot with a bounded line of sight. In the adopted mathematical model, it is assumed that the considered terrain takes the form of a two-dimensional map, divided into unit squares with adjacent sides. The autonomous robot, whose scope of vision only includes the squares directly adjacent to its current location, is required to identify the entire map in such a way as to minimise the number of moves performed by the robot between adjacent fields. Since in the general case there does not exist an exact on-line algorithm for the considered problem, we restrict our considerations to the construction of an approximation algorithm for special classes of maps, proving an upper bound of $\frac{5}{4}C$ moves for the proposed approach, where C denotes the area of the map measured in squares.