

**XI OGÓLNOPOLSKA KONFERENCJA TEORII MASZYN  
I MECHANIZMÓW****11th POLISH CONFERENCE ON THE THEORY OF MACHINES  
AND MECHANISMS****27—30. 04. 1987 ZAKOPANE**Krzysztof KĘDZIOR, Jarosław TKACZYK  
Paweł TULIN, Tomasz ZAGRAJEKInstytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej  
Politechnika Warszawska**ZASTOSOWANIE METODY ELEMENTÓW SKOŃCZONYCH  
DO ANALIZY UKŁADU KOSTNEGO CZŁOWIEKA**

**Streszczenie.** W analizie naprężeń i odkształceń układu kostnego człowieka występują najczęściej trzy typy zadań: analiza odcinka kostnego o nieregularnych kształtach i zmiennych własnościach mechanicznych; analiza odcinka kostnego o regularnych kształtach i przekroju zbliżonym do rury kołowej lub trójkątnej o małej grubości ścianki; dokładna analiza oddziaływań lokalnych między kością a elementami stabilizatora złamań lub endoprotezy. Do rozwiązywania tych zadań bardzo przydatna okazała się Metoda Elementów Skończonych (MES). W zależności od typu zadania, wymaganej dokładności wyników i dopuszczalnych kosztów obliczeń stosuje się różne modele MES. Praca zawiera przykłady ilustrujące wymienione problemy.

**Wstęp**

Metoda Elementów Skończonych (MES) powszechnie używana do analizy konstrukcji inżynierskich [3] może być również stosowana do obliczeń naprężeń i odkształceń układu kostnego człowieka.

W analizie układu kostnego występują najczęściej trzy typy zadań:

- analiza odcinka kostnego o nieregularnych kształtach i zmiennych (anizotropia) własnościach mechanicznych (kręgi kręgosłupa, okolice stawów biodrowych, kolanowych itp.);
- analiza odcinka kostnego o regularnych kształtach (np. kości długie kończyn górnych i dolnych) i przekroju zbliżonym do rury kołowej lub trójkątnej o grubości ścianki małej w stosunku do pozostałych wymiarów;
- dokładna analiza oddziaływań lokalnych między kością a takimi elementami, jak stalowe śruby, szpilki, trzpienie itp.

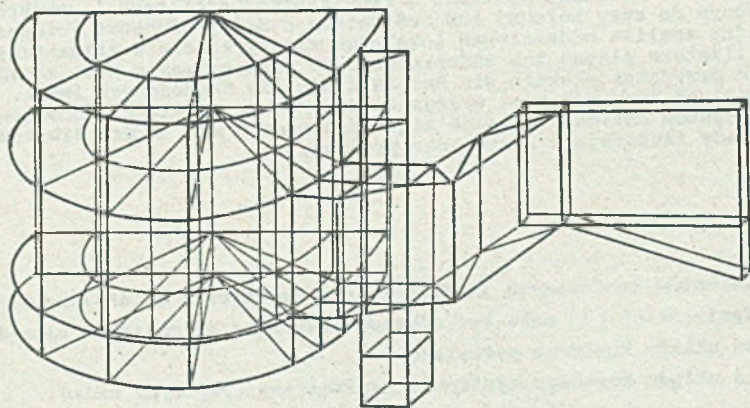
W zależności od budowy anatomicznej rozpatrywanego fragmentu układu kostnego oraz od budowy współpracujących z kością elementów (stabilizatory złą-  
mań, endoprotezy itp.) stosuje się różne modele MES. Wybór modelu zależy  
także od wymaganej zgodności wyników obliczeń z rzeczywistością oraz od do-  
puszczalnych kosztów obliczeń (nakład pracy ludzkiej, czas pracy maszyny  
cyfrowej). Poniżej podano przykłady ilustrujące wymienione typy zadań.

### 1. Analiza naprężeń w kręgu L4 kręgosłupa

Analiza naprężeń i odkształceń kręgów kręgosłupa (najczęściej kręgów od-  
cinka lędźwiowo-krzyżowego) na skutek działania obciążeń wywołanych wykony-  
waniem przez człowieka uciążliwych czynności podejmowana jest w celu wyjaś-  
nienia przyczyn coraz powszechniej występujących patologii kręgosłupa. Ana-  
liza ta należy do pierwszego typu zadań ze względu na skomplikowany kształt  
kręgów i anizotropię sprężystości gąbczastej i korowej tkanki kostnej, z  
której zbudowane są kręgi [2, 4].

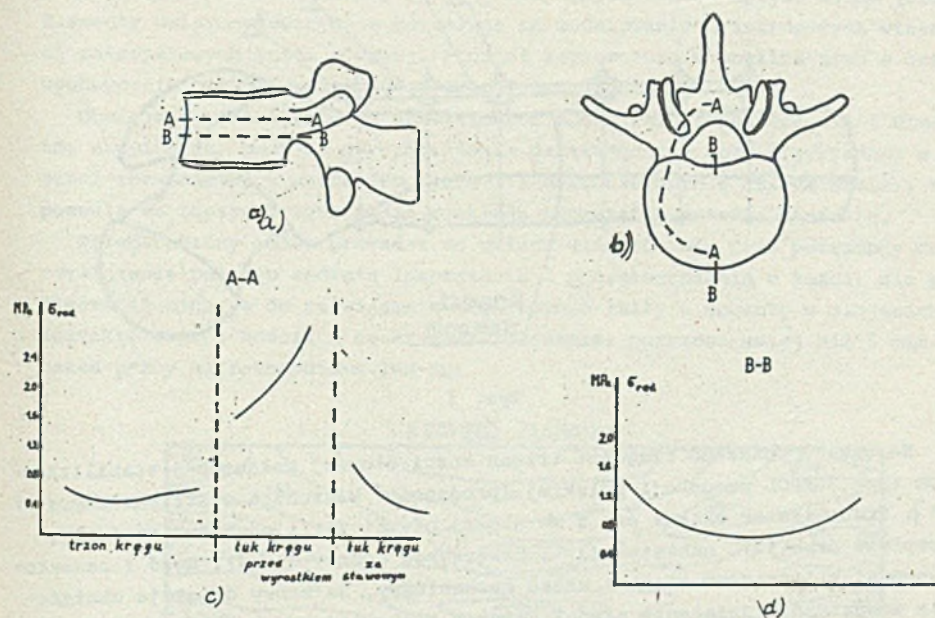
Na podstawie prac własnych [8] i wniosków wynikających z pracy [5] przy-  
jęto następujące założenia przy dokonywaniu podziału kręgu lędźwiowego  
czwartego (L4) na elementy skończone:

- model odwzorowuje wszystkie najistotniejsze cechy geometryczne kręgu;
- stopień komplikacji modelu jest dostosowany do możliwości mikrokomputera  
typu IBM-PC.



Rys. 1

Model jednej z symetrycznych względem płaszczyzny strzałkowej połówek  
kręgu utworzono z 58 izoparametrycznych elementów skończonych: 7 typu ZIB-20  
i 51 typu ZIB-15 (rys. 1). Elementy te mają krzywoliniowe krawędzie i dzie-



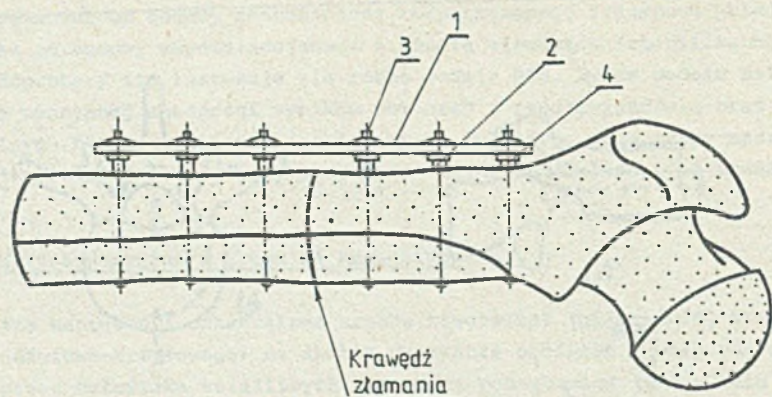
Rys. 2

ki temu dobrze nadają się do odwzorowania kształtu kręgu [3]. Globalna liczba węzłów modelu połówki kręgu wynosi 380, a uzyskanie wyników wymaga rozwiązania 1140 liniowych równań algebraicznych. Czas obliczeń wynosi ponad 4 godziny. W wyniku obliczeń uzyskuje się wartości naprężeń i przemieszczeń w całym obszarze kręgu.

Przykład uzyskanych wyników obliczeń dla obciążeń kręgu podanych w pracy [5] i dotyczących dźwigania ciężaru 400 N w postawie wyprostowanej podano na rys. 2. Dane materiałowe kości tworzącej kręgu zaczerpnięto z pracy [4]. Na rys. 2a,b zaznaczono przekroje A-A i B-B, w których pokazano naprężenia odpowiednio na rys. 2c,d. Uzyskane wyniki wskazują na zagrożenie powstawaniem pęknięć nasady i wężyny łuku kręgowego, co pokrywa się z obserwacjami klinicznymi.

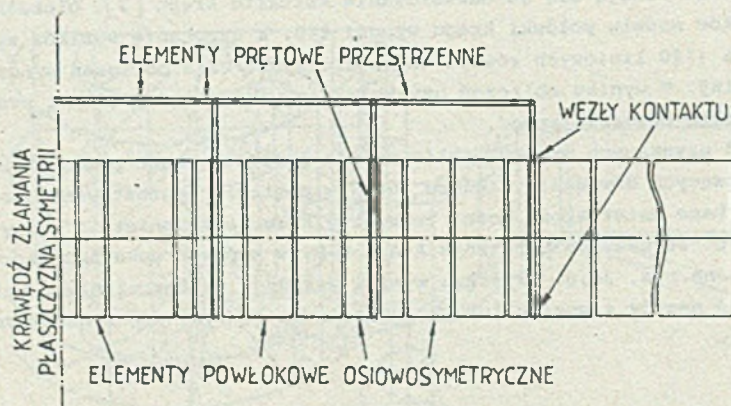
## 2. Analiza zespolenia płytkowego

We współczesnym operacyjnym leczeniu złamań korzysta się często z metody zespalania kości długich za pomocą wykonanych ze stali stabilizatorów różnych typów. Ze względu na zachowanie dopuszczalnych fizjologicznie i odpowiednich dla procesu leczenia naprężeń i przemieszczeń w uszkodzonej kości, zachodzi potrzeba opracowania modelu matematycznego takiego zespolenia. Ządanie to zaliczamy do drugiego typu.



Rys. 3

Na rys. 3 pokazano fragment trzonu kości długiej połączonej stabilizatorem typu ZESPOL produkcji polskiej (producent: Mikrohuta w Strzemieszycach) [1]. Stabilizator składa się z metalowej płytki (1) z otworami na śruby, kompletu śrub (2), nakrętek (3) i talerzyków oporowych (4). Kość z zamontowanym stabilizatorem stanowi układ mechaniczny, na który działają obciążenia zewnętrzne (działanie mięśni, ciężar i bezwładność kończyny) oraz obciążenia wynikające z montażu.



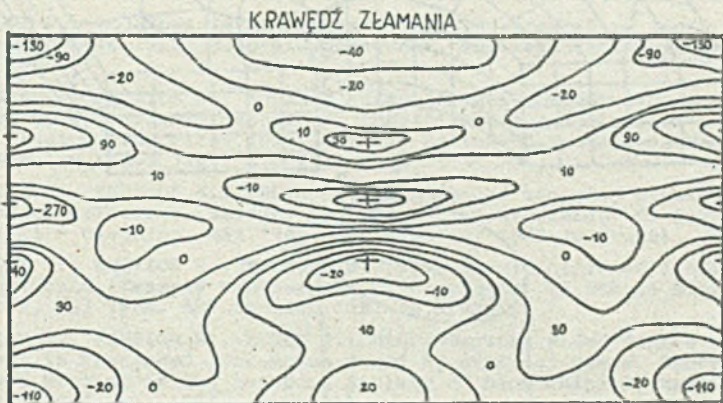
Rys. 4

W wyniku prac prowadzonych przez Autorów [6, 7, 9] zaproponowano pokazany na rys. 4 podział zespolenia na elementy skończone (połowa symetrycznego modelu). Do budowy połowy modelu stabilizatora użyto 17 elementów prętowych z 18 węzłami, a do połowy modelu kości wykorzystano 15 specjalnych elemen-

tów powłokowych osiowo-symetrycznych z 16 węzłami. Podział płytki stabilizatora zagęszczono w okolicy śrub w celu wymodelowania wpływu karbu (otwór). Elementy osiowo-symetryczne pozwalają na modelowanie ortotropowych własności materiałowych kości długiej. Podział zagęszczono w pobliżu śrub w celu wychwycenia przewidywanej koncentracji naprężeń.

Obciążenia działające na stabilizator modelowano w postaci sił i momentów skupionych, podczas gdy obciążenia działające na kość przykładano w postaci rozwiniętej w szereg Fouriera (16 harmonicznych w każdym węźle), co pozwala na lepsze przybliżenie rozkładu naprężeń w strefie kontaktu.

Przedstawiony model prowadzi do układu 2156 równań. Czas potrzebny do rozwiązania pełnego zadania (naprężenia i przemieszczenia w kości) nie przekracza 45 min, a do rozwiązania częściowego (siły i momenty w miejscach kontaktu śrub z kością i na krawędzi złamania) potrzeba mniej niż 5 min czasu pracy mikrokomputera IBM-PC.

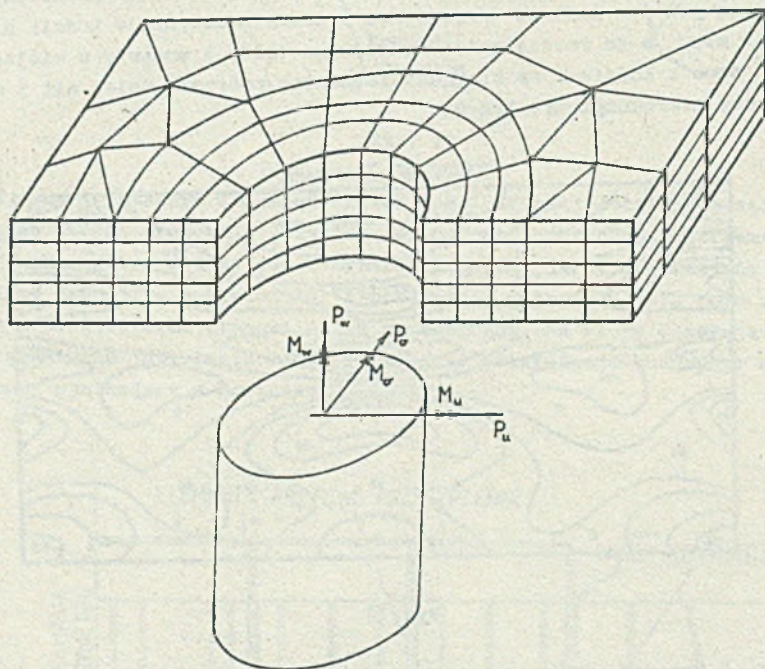


Rys. 5

Na rys. 5 przedstawiono przykład wyników obliczeń w postaci mapy naprężeń zgięciowych wzdłużnych narysowanych na rozwiniętej powierzchni bocznej kości. Miejsca śrub zaznaczono krzyżykami. Wartości naprężeń podano w MPa. Podany przykład (jedna z 24 map) uzyskano przy założeniu, że obciążenie zespolenia wynika jedynie z następujących warunków montażowych: odległość płytki od kości 5 mm, ugięcie wstępne płytki w środku 0,5 mm, przemieszczenie wzdłużne wynikające z docisku w strefie złamania 0,5 mm. Uzyskane za pomocą przedstawionego modelu wyniki wykazały dużą czułość zespolenia na dokładność montażu. Wynikające z analizy wnioski wykorzystane będą do prac nad ulepszeniem konstrukcji stabilizatora.

### 3. Analiza oddziaływań lokalnych

Do rozwiązywania zadań typu trzeciego stosuje się w zależności od rozpatrywanego przykładu zarówno modele dwuwymiarowe, jak i trójwymiarowe. Na przykład, w celu dokładnego wyznaczenia oddziaływań między śrubą a kością o cienkiej ściance można użyć modelu dwuwymiarowego (śruba - element prętowy, kość - element tarczowy). Jeżeli jednak kość ma grubą ściankę, to lepsze wyniki daje użycie modelu trójwymiarowego, którego przykład pokazano na rys. 6 ( $P_u, P_v, P_w$  - siły;  $M_u, M_v, M_w$  - momenty).



Rys. 6

### 4. Wnioski

Na podstawie dotychczasowych wyników uzyskanych przy stosowaniu MES do analizy układu kostnego człowieka można przedstawić następujące ważniejsze wnioski:

- stosowanie modeli trójwymiarowych jest w fazie przygotowania danych bardziej pracochłonne w porównaniu z modelami dwuwymiarowymi;
- dokładność obliczeń ograniczona jest dokładnością danych materiałowo-geometrycznych kości (duży rozrzut cytowanych w piśmiennictwie danych wyni-

kający zarówno z różnic międzypersonalnych, jak i z trudności uzyskania odpowiednich preparatów do badań);

- przewiduje się w najbliższym czasie zastosowanie MES do analizy zjawisk dynamicznych zachodzących w układzie kostnym człowieka.

#### LITERATURA

- [1] BIELAWSKI G. et al.: Anwendung der ZESPOL - Konstruktion als externer Stabilisator. Orthop. Praxis, 5, 1985, 411-416.
- [2] EVANS G.F.: Biomechanical properties of bone. Springfield, Illinois, 1974.
- [3] JAWORSKI A.: Metoda elementów skończonych w wytrzymałości konstrukcji. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1981.
- [4] KORTMANN H.R., CZYŻKOWSKI T.M.: Der Einfluss der Schraubenstellung auf die Spannungsverteilung bei der dorsalen transpedikulären Fixation verschiedener thoracolumbaler Frakturen (eine F.E. Analyse). Institut für Biomechanik, Universität Bern, Interner Bericht 13-86, Bern, 1986.
- [5] KUROWSKI P.: Modelowanie mechaniczne obciążeń kręgosłupa lędźwiowo-krzyżowego człowieka. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa 1983.
- [6] ZAGRAJEK T., KĘDZIOR K., TULIN P.: Zastosowanie metody elementów skończonych do wyznaczania naprężeń i odkształceń w zespoleniach płytkowych kości długich. The First Int. Conf. in Poland "Computers in Medicine", ZETO-Wrocław, Nov. 1985, 270-273.
- [7] ZAGRAJEK T., KĘDZIOR K., TULIN P.: Modelowanie zespoleni płytkowych kości długich człowieka. Zeszyty Naukowe AWF we Wrocławiu, VI Szkoła Biomechaniki - Oleśnica, maj 1986, AWF Wrocław, 1987 (w druku).
- [8] ZAGRAJEK T., KĘDZIOR K., TKACZYK J.: Wyznaczanie naprężeń i odkształceń w kręgosłupie. Zeszyty Naukowe AWF we Wrocławiu, VI Szkoła Biomechaniki, Oleśnica, maj 1986, AWF Wrocław 1987 (w druku).
- [9] ZAGRAJEK T., KĘDZIOR K., TULIN P.: Microcomputer aided finite element analysis in fractured long bones fixed by external plate. Proceedings of the V Meeting of the European Society of Biomechanics, Martinus Nijhoff, Dordrecht 1987 (in print).

#### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СКЕЛЕТНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

#### Резюме

В анализе напряжений и деформаций скелетной системы человека чаще всего возникают три типа задач: 1) исследование отрезка кости, которого форма нерегулярна, а механические свойства непостоянны; 2) исследование отрезка кости регулярной формы, которую можно аппроксимировать цилиндром или параллелепипедом с треугольным сечением, с малой толщиной стенок; 3) подробный анализ местных взаимодействий кости и стабилизатора изломов или эндопротеза. Для решения этих задач очень полезным оказался метод конечных элементов (МКЭ). В зависимости от типа задачи, требуемой точности результатов и допускаемой стоимости вычислений применяются разные модели МКЭ. В статье приводятся примеры, поясняющие перечисленные выше проблемы.

## APPLICATION OF FINITE ELEMENT METHOD TO ANALYSIS OF HUMAN SKELETAL SYSTEM

## Summary

In the analysis of stress and strain of human skeletal system there usually appear three types of tasks: analysis of an irregularly shaped bone segment with anisotropic mechanical properties; analysis of a regularly shaped bone segment with section similar to that of a thin circular or triangular pipe; detailed analysis of local interactions between a bone and elements of a fracture stabilizer or an endoprosthesis. Finite Element Method (FEM) has been proved to be very helpful in solving such tasks. Depending on the type of task, the required accuracy of results and the accepted cost of calculation there are used various models of FEM. The paper presents actual examples of the above mentioned problems.

Recenzent: Prof. dr inż. Antoni Jakubowicz

Wpłynęło do redakcji 5.XI.1986 r.