

Józef GAWROŃSKI

Andrzej PILARZ

## ANALIZA RUCHU CZĄSTKI STAŁEJ W CIEKŁYM METALU POD DZIAŁANIEM POLA MAGNETYCZNEGO I ELEKTRYCZNEGO

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono analizę ruchu cząstek stałych w odlewia krzepnącym pod połączonym wpływem oddziaływania stałego pola magnetycznego i elektrycznego. Analiza ta jest fragmentem opracowania teoretycznych podstaw procesu osadzania cząstek w odlewach przy wykorzystaniu sił elektromagnetycznych. Wyniki analizy są podstawą do stworzenia modelu matematycznego przemieszczania cząstek stałych, przystosowanego do badań za pomocą elektronicznej techniki obliczeniowej.

### 1. WPROWADZENIE

Coraz wyższe wymagania stawiane przez praktykę przemysłową tworzywom odlewów zmuszają do szukania nowych technologii uszlachetniania tych tworzyw. W Instytucie Odlewnictwa Politechniki Śląskiej w Gliwicach zapoczątkowano badania nad opracowaniem technologii otrzymywania odlewów o szczególnych właściwościach, uzyskiwanych dzięki osadzaniu w ich objętości obcych cząstek. Cząstki te przemieszczane są do miejsc ich osadzenia siłami elektromagnetycznymi działającymi na nie w wyniku prowadzenia krystalizacji, przy jednoczesnym oddziaływaniu na odlew pola magnetycznego i elektrycznego. Osadzenia cząstek stałych w całej objętości odlewu lub w jego wybranych strefach może podnieść jego niektóre własności użytkowe, takie jak: odporność na zużycie ściernie, odporność na pełzanie, żarowytrzymałość itp. Niezbędną częścią opracowania technologii jest analiza ruchu cząstek stałych wprowadzonych do ciekłego metalu poddanemu połączonemu oddziaływaniu pól: magnetycznego, elektrycznego i grawitacyjnego.

### 2. SIŁY DZIAŁAJĄCE NA CZĄSTKĘ STAŁĄ W CIEKŁYM METALU Poddanym ODDZIAŁYWANIU PÓL: MAGNETYCZNEGO ELEKTRYCZNEGO I GRAWITACYJNEGO

Siły działające na cząstkę stałą umieszczoną w ciekłym metalu poddanym połączonemu oddziaływaniu pól: magnetycznego, elektrycznego i grawitacyjnego podzielić można na siły czynne i siły bierne. Siły czynne powodować mogą ruch cząstki, natomiast siły bierne, będące skutkiem jej ruchu, zależą pośrednio od wielkości sił czynnych.

Na cząstkę umieszczoną w cieczy przewodzącej w wyżej wymienionych warunkach oddziaływać będą następujące siły czynne [4]:

- siła ciężkości,
- siła wyporu,
- siła powstająca jako skutek istnienia w cieczy pola ciśnień w wyniku działania na nią sił elektromagnetycznych,
- siła elektromagnetyczna działająca w następstwie przepływu prądu przez cząstkę.

Wymienione siły czynne są możliwe do wyliczenia na drodze analitycznej [1, 2, 3, 4]. Siły te posiadają pewną wypadkową  $F_W$  o określonej wielkości i działającą w znanym kierunku. Wskutek oddziaływania wypadkowej  $F_W$  sił czynnych cząstka może poruszać się względem przyjętego, nieruchomego układu współrzędnych ruchem prostoliniowym w kierunku działania tej siły.

Jeśli drogę przebytą przez cząstkę w czasie liczonym od momentu zadziałania siły  $F_W$  oznaczono jako  $s$ , to możliwa staje się określenie sił biernych, występujących w czasie jej ruchu.

Siłami biernymi będą:

- siła bezwładności,
- siła tarcia będąca następstwem istnienia lepkości cieczy,
- siła elektromagnetyczna powstająca wskutek indukowania siły elektromotorycznej w poruszającej się cząstce.

Wielkość tych sił podają następujące zależności [4]:

$$F_B = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_1 \frac{d^2 s}{dt^2} \quad (1)$$

$$F_T = \rho_1 \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot A \cdot f(Re) \quad (2)$$

$$F_R = B^2 \cdot \eta_1 \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{4}{5} \cdot \pi \cdot r^3 \quad (3)$$

gdzie:

- $r$  - promień cząstki kulistej,
- $\rho_1$  - gęstość tworzywa cząstki,
- $A$  - powierzchnia czołowa cząstki,
- $f(Re)$  - pewna funkcja liczby Reynoldsa,
- $B$  - indukcja pola magnetycznego,
- $\eta_1$  - przewodność elektryczna właściwa tworzywa cząstki.

Dla przypadków analizy ruchu cząstki w ciekłym metalu, w których przeważają siły lepkości mamy do czynienia z opływem Stockesa i przyjmujemy wtedy  $f(Re) = \frac{6}{Re}$ .

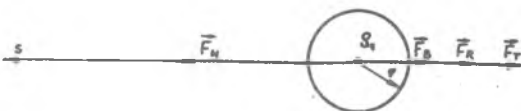
Dla cząstki kulistej wyrażenie powyższe po przekształceniu przyjmuje postać znanego wzoru Stockosa [6]

$$F_T = 6\pi \cdot \eta \cdot r \cdot \frac{ds}{dt} \quad (4)$$

Kierunek działania wszystkich sił biernych pokrywa się z kierunkiem działania wypadkowej sił czynnych  $F_W$ , natomiast ich zwrot jest przeciwny do zwrotu wypadkowej.

### 3. OGÓLNA ANALIZA RUCHU CZĄSTKI STAŁEJ W CIEKŁYM METALU

Przyczynę powodującą ruch cząstki w cieczy jest działanie wypadkowej sił czynnych  $F_W$  i sił biernych:  $F_B$ ,  $F_T$  i  $F_R$ . Oznaczając drogę przebywaną przez cząstkę jako  $s$  i traktując ją jako funkcję czasu utworzono na podstawie rys. 1 równanie jej ruchu:



Rys. 1. Cząstka i siły oddziałujące na nią w czasie trwania ruchu

Równanie ruchu cząstki przybierze więc postać:

$$F_W - F_B - F_T - F_R = 0 \quad (5)$$

Korzystając ze wzorów 1, 3, 4, podających wielkości poszczególnych sił występujących w równaniu ruchu, otrzymujemy:

$$F_W - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_1 \cdot \frac{d^2s}{dt^2} - 6\pi \cdot \eta \cdot \frac{ds}{dt} - B^2 \cdot \eta_1 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \frac{ds}{dt} = 0 \quad (6)$$

Po dokonaniu przekształceń i uporządkowaniu otrzymujemy:

$$\frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho_1 \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + 2\pi r (3\eta + \frac{2}{3} B^2 \cdot \eta_1 \cdot r^2) \frac{ds}{dt} = F_W \quad (7)$$

Celem uproszczenia rozwiązania stałe współczynniki stojące przed pochodnymi drogi względem czasu oznaczono odpowiednio jako  $K_1$  i  $K_2$ , gdzie

$$K_1 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_1 \quad (8)$$

$$K_2 = 2 \pi \cdot r \cdot \left( 3\eta + \frac{2}{3} \cdot \delta^2 \cdot \eta_1 \cdot r^2 \right). \quad (9)$$

Równania ruchu ma postać:

$$K_1 \frac{d^2 s}{dt^2} + K_2 \frac{ds}{dt} = F_W. \quad (10)$$

Po wprowadzeniu zależności:

$$\frac{ds}{dt} = v \quad \text{i} \quad \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv}{dt},$$

otrzymuje się równanie ruchu następującej postaci:

$$K_1 \frac{dv}{dt} + K_2 \cdot v = F_W \quad (11)$$

po rozdzieleniu zmiennych, obustronnym scałkowaniu i dalszych przekształceniach:

$$-\frac{K_2}{K_1} \cdot t = \ln |F_W - K_2 \cdot v| - \ln C_1^{K_2}. \quad (12)$$

Po wprowadzeniu w miejsce wartości stałej  $C_1^{K_2}$  nowej stałej  $C_2$  i dokonaniu przekształceń otrzymamy zależność prędkości ruchu od czasu:

$$v = \frac{1}{K_2} \cdot (F_W - C_2 \cdot e^{-\frac{K_2}{K_1} t}). \quad (13)$$

Ponieważ czas ruchu cząstki określamy jest od chwili jego rozpoczęcia, wynika stąd warunek brzegowy dla równania (13),

$$\text{gdy } t = 0, \quad \text{to } v = 0$$

Wstawiając powyższy warunek do równania (13) otrzymuje się:

$$0 = \frac{1}{K_2} \cdot (F_W - C_2).$$

Stąd stała całkowania  $C_2$  wyniesie:

$$C_2 = F_W.$$

Powracając do wzoru 13, uzyskujemy wzór określający prędkość cząstki jako funkcję czasu:

$$v = \frac{F_W}{K_2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{K_2}{K_1} t}\right), \quad (14)$$

Powracając do poprzednich oznaczeń  $v = \frac{ds}{dt}$  otrzymano:

$$ds = \frac{F_W}{K_2} dt - \frac{F_W}{K_2} \cdot e^{-\frac{K_2}{K_1} t} dt, \quad (15)$$

po scałkowaniu otrzymano całkę ogólną równania ruchu:

$$s = \frac{F_W}{K_2} \cdot t - \frac{F_W}{K_2} \cdot \left(-\frac{K_1}{K_2} \cdot e^{-\frac{K_2}{K_1} t}\right) + C_3, \quad (16)$$

gdzie  $C_3$  oznacza stałą całkowania.

Dla przyjętych warunków brzegowych stała całkowania wyniesie:

$$C_3 = -\frac{F_W \cdot K_1}{K_2}$$

Ostatecznie równanie ruchu przyjmie więc postać:

$$s = \frac{F_W}{K_2} \cdot \left(t + \frac{K_1}{K_2} - e^{-\frac{K_2}{K_1} t} - \frac{K_1}{K_2}\right). \quad (17)$$

Równanie to pozwala na wyliczenie drogi przebytej przez stałą cząstkę w ciekłym metalu poddanym połączoneму oddziaływaniu pola magnetycznego i elektrycznego jako funkcji czasu.

Siłę  $F_W$  oraz współczynniki  $K_1$  i  $K_2$  można wyznaczyć za pomocą znanych zależności. Jednocześnie przy określonym położeniu początkowym cząstki, możliwe jest obliczenie jej współrzędnych w dowolnej chwili lub też wyznaczenie czasu niezbędnego do przemieszczenia jej do żędanego punktu. Ponieważ siła wypadkowa  $F_W$  oraz współczynniki  $K_1$  i  $K_2$  zależą zarówno od fizycznych właściwości cząstki i ciekłego metalu oraz od wielkości indukcji pola magnetycznego i natężenia prądu, możliwe jest znalezienie związków pomiędzy rozkładem cząstek w odlewie, a powyższymi wielkościami. Ze względu na bardzo dużą pracochłonność obliczeń można wykorzystać do tego celu elektroniczną technikę obliczeniową.

#### 4. PODSUMOWANIE

Przedstawiona analiza ruchu cząstki stałej w cieczy przewodzącej prąd elektryczny (ciekłym metalu) poddanej oddziaływaniu pól: elektrycznego, magnetycznego i grawitacyjnego jest fragmentem opracowania teoretycznego, dotyczącego nowej technologii otrzymywania odlewów uszlachetnionych przez osadzenie w ich wybranej strefie cząstek stałych wprowadzonych do ciekłego metalu. Wyniki analizy są podstawą do opracowania modelu matematycznego przemieszczania i osadzenia się cząstek w odlewach krzepnących w powyższych określonych warunkach.

Opracowywany model matematyczny może być poddany badaniom przy użyciu elektrycznej techniki obliczeniowej, a wyniki jego badania mogą być zestawione z wynikami eksperymentów technologicznych. W odlewach wykonywanych w ramach eksperymentu nie jest możliwe prześledzenie ruchu cząstek w funkcji czasu, głównie z powodu braku metody badawczej, pozwalającej na ujawnienie ich w czasie ruchu w ciekłym metalu.

Model matematyczny procesu przemieszczania cząstek utworzony na podstawie przedstawionej analizy pozwala na prześledzenie kinetyki ich ruchu oraz na określenie czasu ich przemieszczania.

Wyniki analizy mogą być także wykorzystane do opisu ruchu cząstek w innych urządzeniach magnetohydrodynamicznych, stosowanych w praktyce przemysłowej [5].

#### LITERATURA

- [1] Gawroński J., Pilarz A., Mizera F.: Możliwości wykorzystania sił pola magnetycznego w procesie krystalizacji odlewu. Materiały III sympozjum z okazji Dnia Odlewnika, Kraków 1977.
- [2] Gawroński J., Pilarz A.: Teoretyczne podstawy otrzymywania powłok na odlewach przy wykorzystaniu sił elektrodynamicznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej z. 65, 1978, s. 83.
- [3] Gawroński J., Pilarz A.: Analiza pohybu castic v odliatku vyvolanych elektrodynamickimi silami. Materiały sympozjum "Vysokopevne materialy vyrobne nekonvenconymi technologiami", Bratislava 1978.
- [4] Pilarz A.: Wykorzystanie sił elektromagnetycznych do osadzania cząstek stałych w odlewach - praca doktorska, Gliwice 1979.
- [5] Powch N.L., Kapusta A.B.: Magnitnaja gidrodinamika w mietallurgii. Mietallurgija, Moskwa 1974.
- [6] Troškolański A.T.: Hydromechanika. WNT, Warszawa 1969.

#### АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ПОСТОЯННОЙ ЧАСТИЦЫ В ЖИДКОМ МЕТАЛЛЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ МАГНЕТИЧЕСКОГО И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЕЙ

#### Р е з ю м е

В статье представлен анализ движения постоянных частиц в затвердевающей отливке под соединенным влиянием постоянного магнетического и электрическо-

го полей. Этот анализ является некоторой частью обработки теоретических основ процесса осаждения частиц в отливках при использовании электромагнитических сил. Результаты анализа - основание для создания математической модели перемещения постоянных частиц, приспособленной к исследованиям с помощью электронно-вычислительной техники.

#### THE ANALYSIS OF SOLID PARTICLE MOTION IN THE LIQUID METAL UNDER THE INFLUENCE OF MAGNETIC AND ELECTRIC FIELDS

#### S u m m a r y

The paper presents the analysis of solid particles motion in a solidifying casting under the joint influence of magnetic and electric fields. This analysis is a fragment of the research on a theoretical basis of the process of particles settling in castings, by means of applying electromagnetic forces. The results of the analysis consist the basis of formulating a mathematical model of solid particles' motion, which is geared towards the research utilizing the electronic calculating techniques.