

Andrzej RUSIN

Instytut Maszyn i Urządzeń Energetycznych

## WPLYW CIŚNIENIA NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ W WIRNIKACH MASZYN PRZEPŁYWOWYCH W WARUNKACH PEŁZANIA

Streszczenie. Analizowano wpływ ciśnienia na rozkład naprężeń w osiowych i osiowo-promieniowych wirnikach maszyn przepływowych w warunkach pełzania. Obliczenia prowadzono w oparciu o izochroniczne krzywe pełzania.

### 1. WSTĘP

Niektóre elementy maszyn przepływowych, w szczególności łopatki i tarcze wirnikowe, obciążone są momentami gnącymi. Momenty te wywołane są działaniem sił aerodynamicznych przepływającego czynnika, a także siłami odśrodkowymi. Zginanie tarczy wirnikowej może być również wywołane nierównomiernym nagrzaniem [1].

W niniejszym artykule omówiono zagadnienie wpływu ciśnienia działającego na tarczę wirnikową na rozkład naprężeń w warunkach pełzania. Analizę pełzania wirników przeprowadzono na podstawie izochronicznego krzywego pełzania opisanego zależnością [2]:

$$\sigma_1 = \epsilon_1^m \frac{1}{(a+kt)^m} \quad (1)$$

gdzie:

$\sigma_1$  - intensywność naprężeń,

$\epsilon_1$  - intensywność odkształceń,

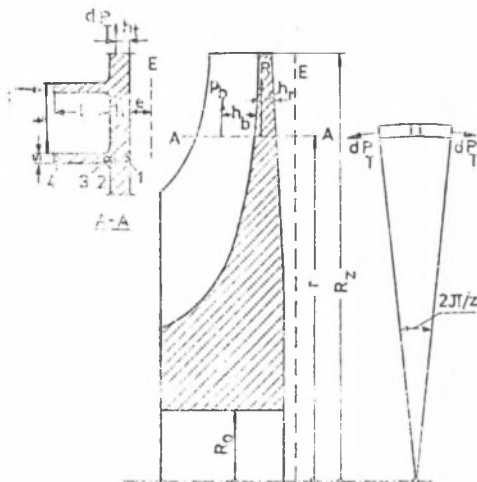
t - czas,

a, k, m - stałe materiałowe.

## 2. MATEMATYCZNY MODEL PEŁZAJĄCEGO WIRNIKA

Matematyczny model tarczy wirnikowej zbudowano zgodnie z założeniami [3] naprężenia:

- w tarczy przyjęto płaski stan naprężenie,
- tarcza może mieć dowolny kształt i pochylenie,
- przy odkształceniu wirnika przyjmuje się hipotezę płaskich przekrojów,
- zanedbuje się zmienność naprężeń wzdłuż obwodu,
- przyjmuje się liniowy rozkład naprężeń na grubości tarczy wirnikowej oraz liniowe usytuowanie łopatek bocznych,
- uwzględnia się zmienność temperatury oraz stałych sprężystych  $E$  i  $\nu$  wzdłuż promienia i na grubości tarczy,
- uwzględnia się naprężenia styczne  $\tau$  wywołane tylko różnicą ciśnień działającą na wirnik.



Rys. 1. Oznaczenia sił działających na wirnik

Fig. 1. Notations of the forces

Po przyjęciu wyżej wymienionych założeń modelu tarczowo-płytowego wirnika równanie równowagi promieniowej elementu wirnika ma postać (rys. 1) [3]:

$$dR + dP_b - dK_T + dQ = 0 \quad (2)$$

gdzie:

$$R = \frac{\pi r h}{z} (\sigma_{r_1} + \sigma_{r_2})$$

$$P_b = b \cdot s \frac{\sigma_3 + \sigma_4}{2}$$

$$dK_T = \frac{2\pi}{z} dP_T = \frac{\pi}{z} h dr (\sigma_{t_1} + \sigma_{t_2})$$

$$dQ = \rho r \omega^2 (t h dr + b s dr) = \rho r \omega^2 \left( \frac{2\pi r h}{z} + bs \right) dr$$

Równanie równowagi momentów względem osi E:

$$(R + dR)(x_1 + dx_1) + (P_b + dP_b)(x_2 + dx_2) - dK_T z_1 T dr + \\ + \rho \omega^2 r \left[ \frac{2\pi r h}{z} y_1 + b s y_2 \right] dr - P_b x_2 - R x_1 = 0 \quad (3)$$

gdzie:

$$x_1 = h_r + e$$

$$x_2 = h_b + h + e$$

$$z_1 = h_t + e$$

$$y_1 = h/2 + e,$$

$$y_2 = b/2 + h + e$$

$$T = \frac{2\pi r}{z} h \tau$$

Wielkości  $h_r$ ,  $h_b$ ,  $h_t$  (ramiona działania sił) wyznacza się wykorzystując fakt liniowego rozkładu naprężeń na grubości elementu [3, 4].

Kolejnym równaniem jest równanie równowagi sił w kierunku osiowym:

$$dT + P - dR' = 0 \quad (4)$$

gdzie:

P - siła wywołana różnicą ciśnień działających na tarczę,

R' - określa wpływ sił promieniowych na naprężenia ścinające.

Związki fizyczne zapisane dla skrajnych powierzchni wirnika 1, 2 (rys. 2) mają postać:

$$\frac{d\sigma_{t1}}{dr} - \nu_1 \frac{d\sigma_{r1}}{dr} - \sigma_{r1} \frac{d\nu_1}{dr} + (\sigma_{t1} - \nu_1 \sigma_{r1}) \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{E_1} \frac{dE_1}{dr} \right) - \frac{1}{r} (\sigma_{r1} - \nu_1 \sigma_{t1}) + E_1 \frac{d(\beta T_1)}{dr} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d\sigma_{t2}}{dr} - \nu_2 \frac{d\sigma_{r2}}{dr} - \sigma_{r2} \frac{d\nu_2}{dr} + (\sigma_{t2} - \nu_2 \sigma_{r2}) \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{E_2} \frac{dE_2}{dr} \right) - \frac{1}{r} (\sigma_{r2} - \nu_2 \sigma_{t2}) + E_2 \frac{d(\beta T_2)}{dr} = 0 \quad (6)$$

gdzie:

$\beta$  - współczynnik rozszerzalności liniowej.

Jako pierwszy warunek geometryczny przyjmujemy równość odkształceń promieniowych łopatki i tarczy w miejscu ich połączenia (punkty 2 i 3 na rys. 1), co możemy zapisać jako:

$$\epsilon_3 = \epsilon_{r2} \quad (7)$$

Po zastąpieniu odkształceń naprężeniami i uwzględnieniu równości temperatur  $T_2 = T_3$  otrzymamy

$$\sigma_3 = \frac{E_3}{E_2} (\sigma_{r2} - \nu_2 \sigma_{t2}) \quad (8)$$

Kolejny warunek zapobiega wystąpieniu przegięcia w miejscu połączenia tarczy z łopatką (oznaczenia punktów wg rys. 1):

$$\frac{\epsilon_4 - \epsilon_3}{b} = \frac{\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1}}{h} \quad (9)$$

Uwzględniając (7) powyższą zależność możemy wyrazić w naprężeniach:

$$\sigma_4 = \left(1 + \frac{b}{h}\right) \frac{E_4}{E_2} (\sigma_{r2} - \nu_2 \sigma_{t2}) - \frac{b}{h} \frac{E_4}{E_1} (\sigma_{r1} - \nu_1 \sigma_{t1}) - E_4 \beta \left[ \frac{b}{h} (T_2 - T_1) - (T_4 - T_2) \right] \quad (10)$$

Powyższe równania należy uzupełnić o warunki brzegowe na promieniu wewnętrznym i zewnętrznym wirnika [4, 5]. Do wyznaczenia naprężeń w warunkach pełzania materiału przy wykorzystaniu izochronicznych krzywych pełzania stosuje się metodę kolejnych przybliżeń, uwzględniając przy tym fakt zmienności stałych sprężystych  $E$  i  $\nu$  z położeniem.

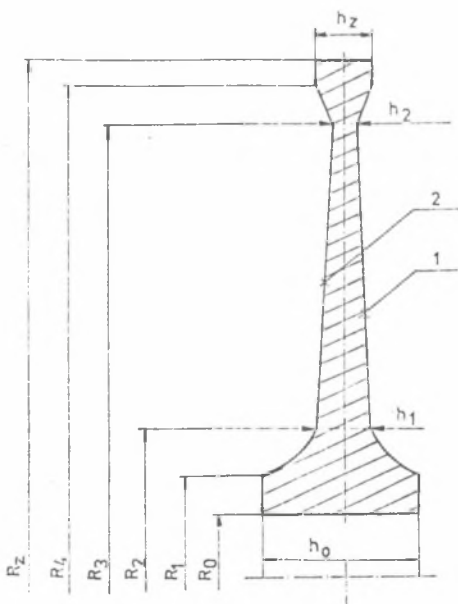
Pełny model matematyczny analizowanego wirnika oraz metodę jego rozwiązania podano w [4, 5].

### 3. WPŁYW CIŚNIENIA NA ROZKŁAD NAPRĘŻEŃ

Opierając się na przedstawionym algorytmie obliczeń naprężeń w zginanych wirnikach osiowych i osiowo-promieniowych przeprowadzono analizę wpływu różnicy ciśnień działającej na wirnik na rozkład naprężeń. Analizę przeprowadzono dla wirników pokazanych na rys. 2 i 3. W obliczeniach szczegółowych przyjęto:

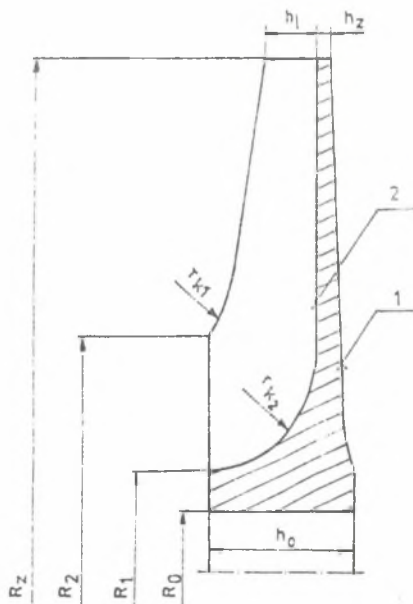
- dla wirnika osiowego:

$$R_0 = 0,025 \text{ m}, R_1 = 0,04 \text{ m}, R_2 = 0,065 \text{ m}, R_3 = 0,18 \text{ m},$$



Rys. 2. Wirnik osiowy (1, 2 - skrajne powierzchnie wirnika)

Fig. 2. Geometry of axial impellers



Rys. 3. Wirnik osiowo-promieniowy (1, 2 - skrajne powierzchnie wirnika)

Fig. 3. Geometry of axial - radial impellers

$$R_4 = 0,195 \text{ m}, R_z = 0,205 \text{ m}, h_0 = 0,06 \text{ m}, h_1 = 0,02 \text{ m},$$

$$h_2 = 0,01 \text{ m}, h_z = 0,022 \text{ m}.$$

- dla wirnika osiowo-promieniowego:

$$R_0 = 0,025 \text{ m}, R_1 = 0,040 \text{ m}, R_2 = 0,097 \text{ m}, R_z = 0,205 \text{ m},$$

$$h_0 = 0,06 \text{ m}, h_2 = 0,024 \text{ m}, h_z = 0,005 \text{ m}, r_{k_1} = 0,09 \text{ m}, r_{k_2} = 0,07 \text{ m}.$$

Wirnik osiowo-promieniowy posiada  $z = 16$  łopatek o grubości  $s = 0,0025 \text{ m}$ .

Ponadto dla obydwu wirników przyjęto:

- gęstość materiału  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$

- prędkość kątowna  $\omega = 837 \text{ 1/s}$

- współczynniki funkcji (1)  $a = 8,779 \cdot 10^{-12}$

$$k = 3,964 \cdot 10^{-14}$$

$$m = 0,285$$

- warunki brzegowe:  $\sigma_r(R_0) = 0$  - zerowe naprężenia promieniowe

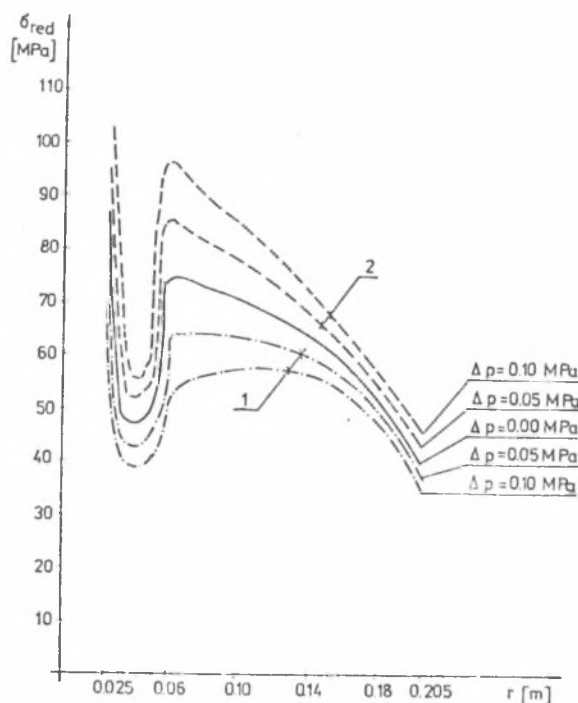
$$F_r(R_z) = 0$$
 - zerowe siły promieniowe

Obliczenia przeprowadzono dla kilku wartości różnicy ciśnień  $\Delta p$  działających na wirnik ( $\Delta p = 0,02 \text{ MPa}, 0,05 \text{ MPa}, 0,1 \text{ MPa}$ ). Analizowano zachowanie się wirników w stanie sprężystym i w warunkach pełzania. Uzyskane rezultaty dotyczące wirnika osiowego przedstawiono na rys. 4 i 5.

Rys. 4 prezentuje rozkład naprężeń zredukowanych w stanie sprężystym, natomiast rys. 5 w warunkach pełzania. Rozkłady naprężeń w wirniku nie obciążonym ciśnieniem przedstawiono liniami ciągłymi ( $\Delta p = 0$ ). Po przyłożeniu ciśnienia następuje zróżnicowanie rozkładów naprężeń na skrajnych powierzchniach wirnika (punkty 1 i 2).

Analogiczne rezultaty uzyskane dla wirnika osiowo-promieniowego na rys. 6 - 11, przy czym rys. 6 - 8 dotyczą stanu sprężystego, natomiast rys. 9 - 11 pełzania. Na rys. 6 oraz 9 przedstawiono rozkład naprężeń promieniowych, na rys. 7 i 10 - rozkład naprężeń obwodowych, natomiast na rys. 8 i 11 rozkład naprężeń zredukowanych. Wszystkie przedstawione rezultaty dotyczą skrajnych powierzchni wirnika (punkty 1 i 2). Uzyskane wyniki wskazują na znaczący wpływ ciśnienia na rozkłady naprężeń w wirnikach i to zarówno w stanie sprężystym, jak i w warunkach pełzania. W wirniku osiowym istnieje wówczas zróżnicowanie naprężeń na skrajnych powierzchniach, mocno uzależnione od wartości działającego ciśnienia. W wirnikach osiowo-promieniowych, w których istnieje już efekt zginania wywołany pochyleniem wirnika i działającą siłą odśrodkową, obserwujemy dodatkowe zmiany rozkładów naprężeń wywołanych różnicą ciśnień. Charakterystyczny jest wpływ pełzania na rozkłady naprężeń. Generalnie pełzanie w porównaniu ze stanem sprężystym powoduje wyrównanie naprężeń, tzn. obniżenie naprężeń maksymalnych i podniesienie naprężeń minimalnych. W wirniku osiowym obserwujemy ponadto

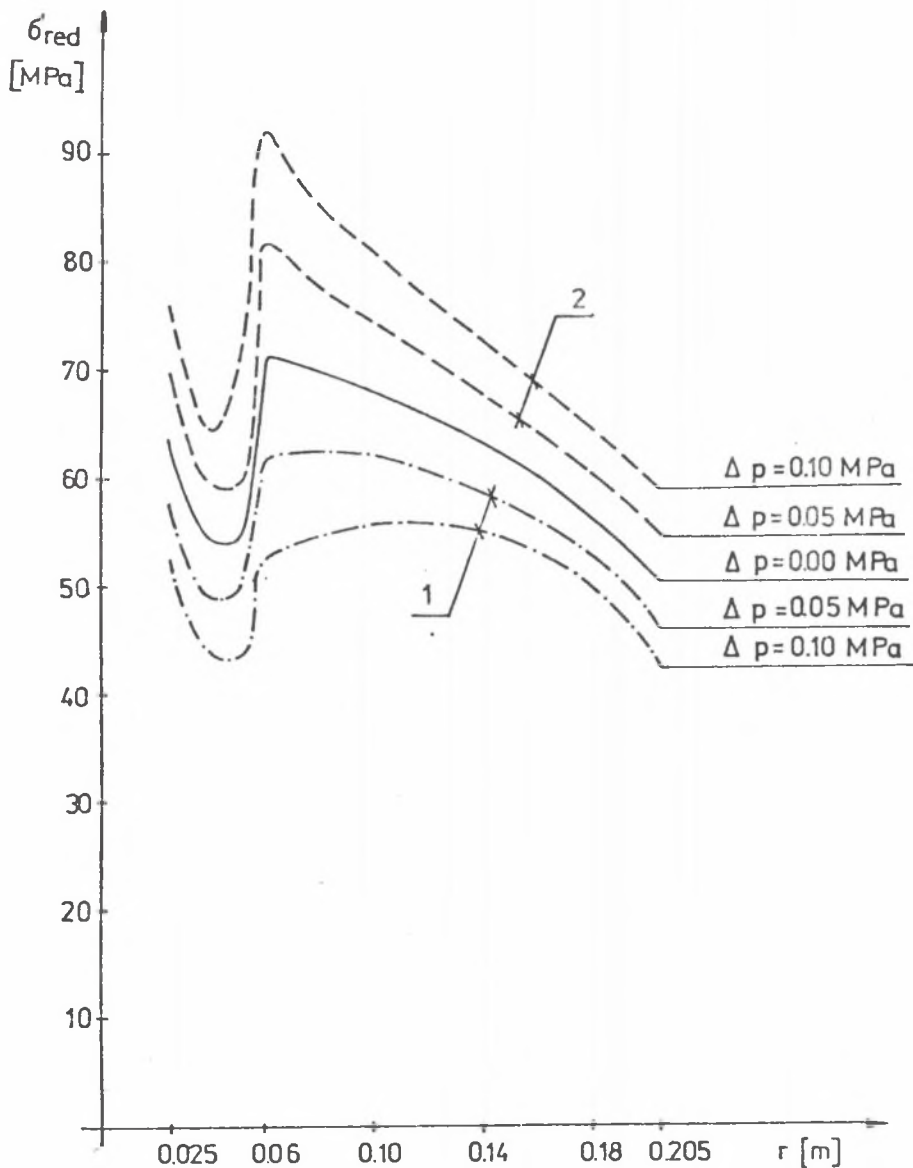
przesunięcie się przekroju o maksymalnych naprężeniach z obrzeża wewnętrznego tarczy ( $r = R_0$ ) do przekroju połączenia płyty z tarczą.



Rys. 4. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład sprężystych naprężeń zredukowanych w wirniku osiowym (oznaczenia powierzchni wg rys. 2)

Fig. 4. Influence of a pressure on the reduced stresses distribution in axial impellers under elastic conditions

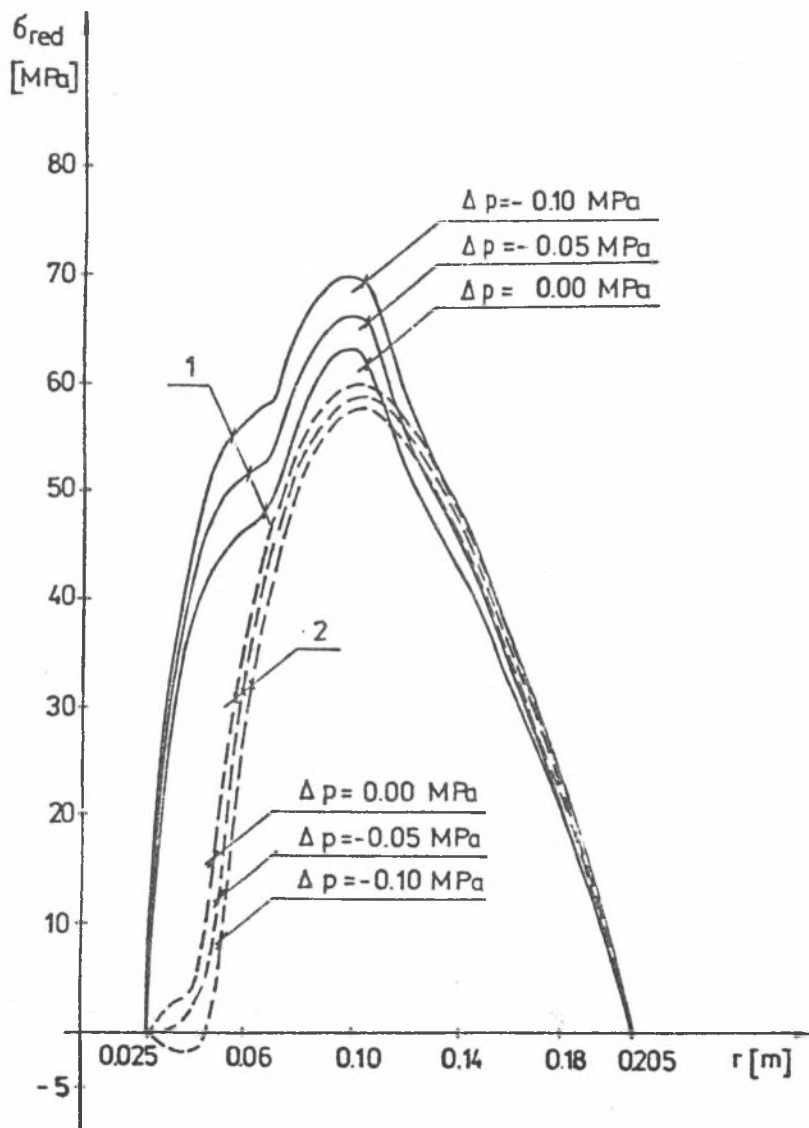
Powyższe rezultaty wskazują na konieczność uwzględnienia w obliczeniach wirników maszyn przepływowych dodatkowych obciążeń ciśnieniem. Odpowiednie profilowanie tarczy wirnikowej, zwłaszcza wirnika osiowo-promieniowego może skompensować efekt zginania wywołany oddziaływaniem przepływającego czynnika. Problem takiej kompensacji momentów gnących w wirnikach jednostrumieniowych przedstawiono w [6].



Rys. 5. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład naprężeń zredukowanych w wirniku osiowym w warunkach pełzania

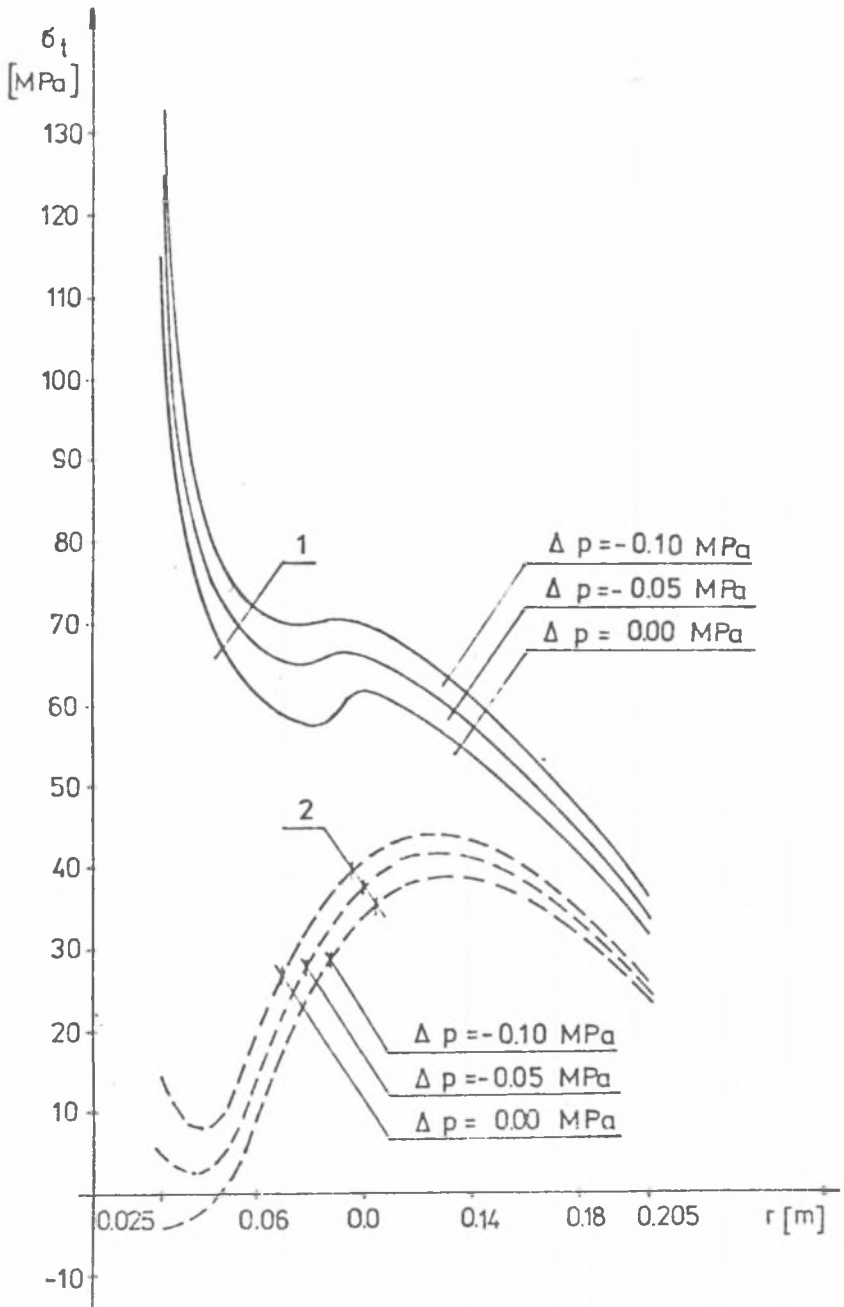
Fig. 5. Influence of a pressure on the reduced stresses distribution in axial impellers under creep conditions





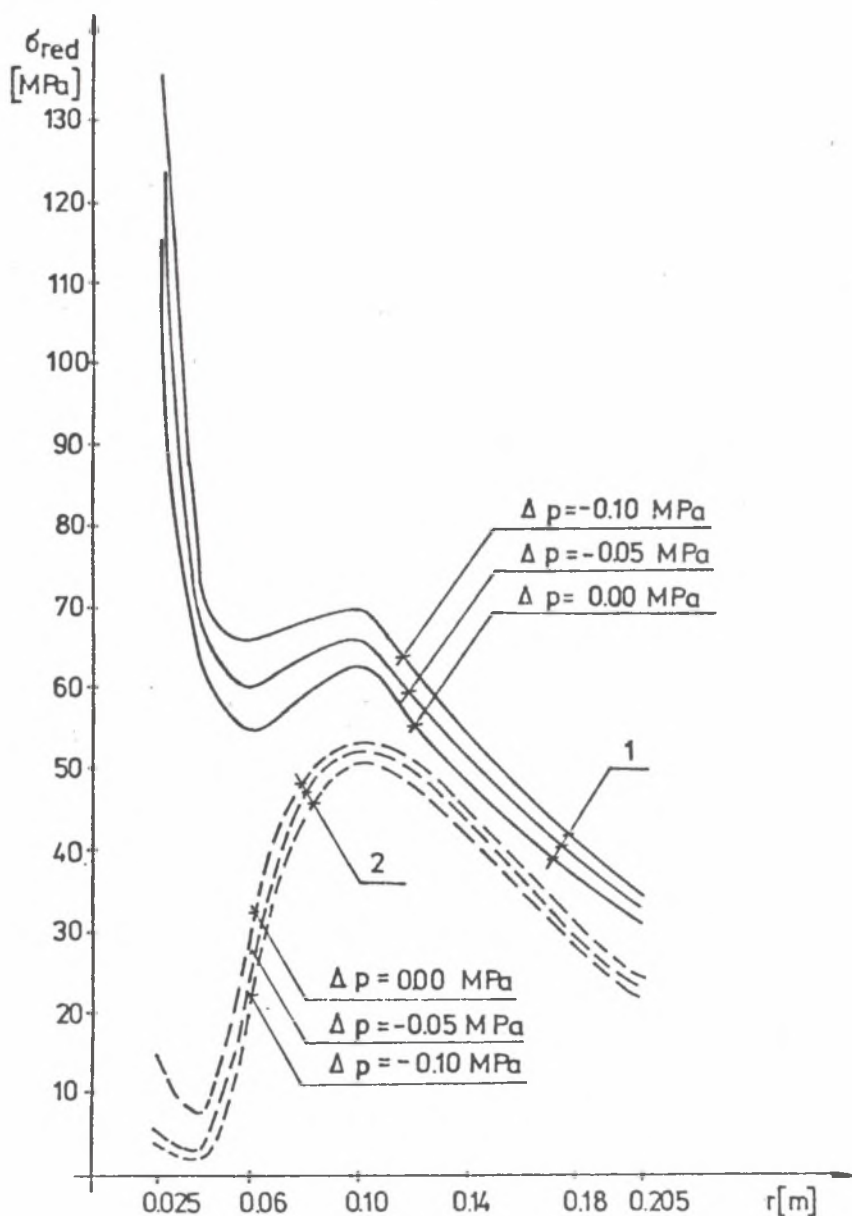
Rys. 6. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład sprężystych naprężeń promieniowych w wirniku osiowo-promieniowym (oznaczenia powierzchni wg rys. 3)

Fig. 6. Influence of a pressure on the radial stresses distribution in axial - radial impellers under elastic conditions



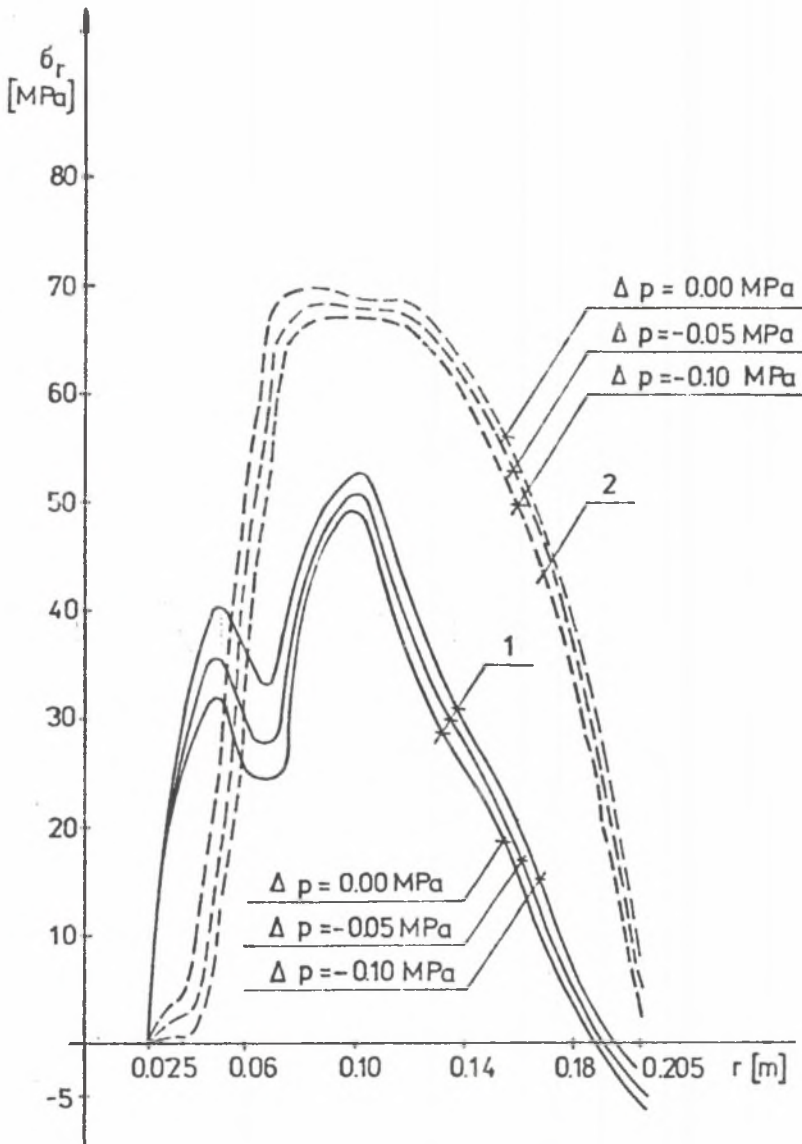
Rys. 7. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład sprężystych naprężeń obwodowych w wirniku osiowo-promieniowym

Fig. 7. Influence of a pressure on the circumferential stresses distribution in axial - radial impellers under elastic conditions



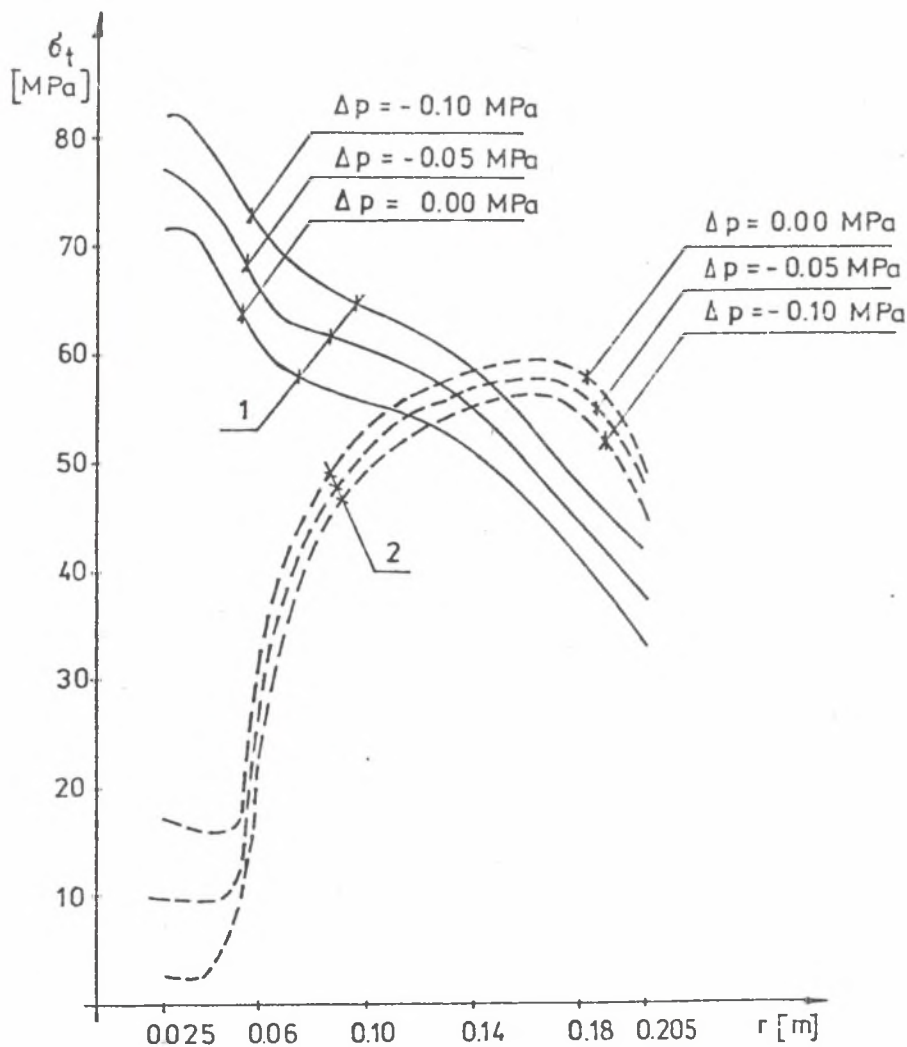
Rys. 8. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład sprężystych naprężeń zredukowanych w wirniku osiowo-promieniowym

Fig. 8. Influence of a pressure on the reduced stresses distribution in axial - radial impellers under elastic conditions



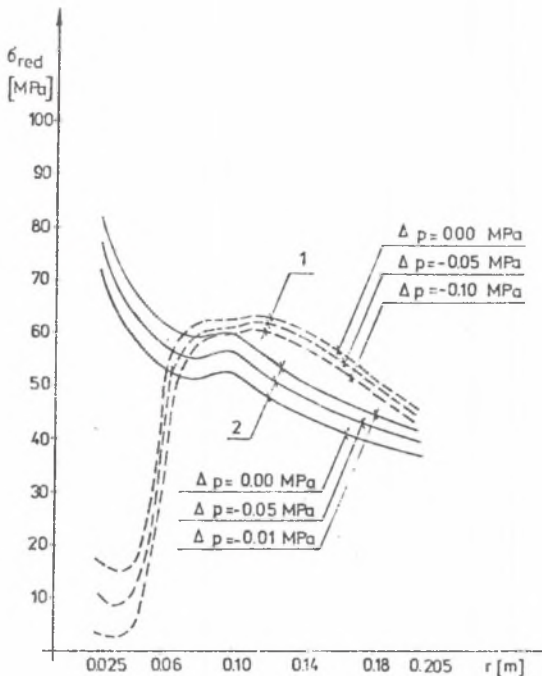
Rys. 9. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład naprężeń promieniowych w wirniku osiowo-promieniowym w warunkach pełzania

Fig. 9. Influence of a pressure on the radial stresses distribution in axial - radial impellers under creep conditions



Rys. 10. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład naprężeń obwodowych w wirniku osiowo-promieniowym w warunkach pełzania

Fig. 10. Influence of a pressure on the circumferential stresses distribution in axial - radial impellers under creep conditions



Rys. 11. Wpływ różnicy ciśnień  $\Delta p$  na rozkład naprężeń zredukowanych, w wirniku osiowo-promieniowym w warunkach pełzania

Fig. 11. Influence of a pressure on the reduced stresses distribution in axial - radial impellers under creep conditions

#### LITERATURA

- [1] KOPECKI H., WALCZAK J.: Osiowo-symetryczne zginanie fizyczne nieliniowych tarcz wirnikowych. Archiwum Budowy Maszyn nr 2, 1979.
- [2] MALININ N.N., RZYSKO I.: Mechanika materiałów. PWN Warszawa, 1981.
- [3] TRAUPEL W.: Thermische Turbomaschinen. Springer - Verlag, 1968.
- [4] RUSIN A.: Dobór cech konstrukcyjnych wirników stopni osiowych i osiowo-promieniowych z uwzględnieniem pełzania materiału. Praca doktorska, Gliwice, 1987.
- [5] KOSMAN G., RUSIN A.: Analiza naprężeń w warunkach pełzania w wirniku osiowo-promieniowym na podstawie izochronicznych krzywych pełzania, Prace IMP (przyjęto do druku).
- [6] KOSMAN G., RUSIN A.: Kompensacja momentów gnących w jednostrumieniowych wirnikach maszyn promieniowych. VI Konferencja Naukowo-Techniczna "Technologia Przepływowych Maszyn Wirnikowych", Rzeszów 1988.

Recenzent:

doc. dr hab. inż. Krzysztof Grysa

ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ  
В РОТОРАХ ТУРБОМАШИН В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Р е з ю м е

Анализовано влияние давления на распределение напряжений в роторах турбомашин в условиях ползучести. В расчётах использовано изохронные кривые ползучести.

THE INFLUENCE OF A PRESSURE ON THE STRESS DISTRIBUTION  
IN TURBOMACHINERY IMPELLERS UNDER CREEP CONDITIONS

The influence of a pressure on the stress distribution in axial and radial impellers under creep is analysed. The isochronous creep curves were used in the calculations.