

Roman Bąk, Eugeniusz Świtoński, Józef Wojnarowski  
Julian Zieliński

## NIEZAWODNOŚĆ POŁĄCZENIA TULEI Z RDZENIEM OPOROWEGO WALCA HUTNICZEGO

**Streszczenie.** W pracy przedstawiono analizę stanu naprężenia oraz rozważono możliwość względnego obrotu tulei i rdzenia oporowego walca hutniczego. Wyznaczono na tej podstawie cechy geometryczne obydwu elementów, determinujące niezawodność ich połączenia.

### 1. Wstęp

Od kilku lat w hutnictwie światowym, oprócz walców oporowych pełnokutych, stosowane są tzw. walce koszulkowe, składające się z rdzenia i nasadzonej na niego tulei-koszulki. Rdzeń walca wykonuje się ze stali konstrukcyjnej, a tuleję z chromowej stali narzędziowej, poczem łączy się je na skurcz. Taka technologia pozwala na uzyskanie optymalnych własności mechanicznych materiału, ułatwia bowiem w znacznym stopniu obróbkę cieplną tulei. Rdzenie mogą być wykonywane ze starych walców pełnokutych, których nie da się już, ze względu na zbyt małą średnicę, regenerować przez szlifowanie. Tym sposobem można osiągnąć duże oszczędności.

Pierwsza próba wykonania walca koszulkowego, podjęta przez jedną z hut krajowych, zakończyła się niepowodzeniem. Zaistniała konieczność przeprowadzenia wnikliwej analizy teoretyczno-doświadczalnej problemu, w celu ustalenia warunków, gwarantujących niezawodne połączenie tulei z rdzeniem walca oporowego. Istota problemu polega przede wszystkim na doborze odpowiedniego wcisku między tuleją, a rdzeniem. Wcisk ten musi zapewnić stałość położenia tulei względem rdzenia w czasie całego okresu pracy walca oraz taki stan naprężenia w tulei i rdzeniu, aby w czasie pracy walca elementy te nie uległy zniszczeniu.

Literatura dotycząca zarówno badań teoretycznych, jak i doświadczalnych stanu obciążenia, odkształcenia i naprężenia w walcach walcarki kwarto jest bardzo obszerna. Ze względu na dużą liczbę opracowań ograniczono się tylko do encyklopedycznego scharakteryzowania pozycji, najściślej związanych z tematem.

Zagadnienie rozkładu nacisków między walcami rozważano teoretycznie w pracach [1-3], natomiast analizę badawczo-doświadczalną tego problemu podają publikacje [4-11]. Ponadto w pracach [16,18] określono teoretycznie

optymalne długości styku beczki walca roboczego z materiałem walcowanym. Zagadnienie rozpatrywano pod kątem uzyskania najkorzystniejszych rozkładów nacisków wzdłuż tworzącej walców roboczego i oporowego walcarki kwar-  
to.

Należy podkreślić, że w opracowaniach [13] dla wyznaczenia osi ugiętej walca oporowego modelowano go belką swobodnie podpartą, natomiast w pracy [14] - belką ułożoną na podłożu sprężystym. W pracach [15,16] podano sposób doświadczalnego wyznaczania osi ugiętej walca.

Publikacje [4-10] podają również teoretyczne zależności pomiędzy rozkładem nacisków między walcami a promieniowym odkształceniem walców. Zagadnienie to rozważono także w pracach [15-18], gdzie rozpatrywano stan naprężenia i odkształcenia jako płaski, natomiast w publikacjach [19,20] uwzględniając skończoną długość walców, analizowano przestrzenny stan odkształcenia i naprężenia.

## 2. Analiza stanu naprężenia w walcu oporowym

### 2.1. Podstawowe założenia

Przy analizie stanu naprężenia przyjmuje się następujące założenie podstawowe

- w zakresie sprężystym własności mechaniczne koszulki i rdzenia są takie same,
- ostateczny stan naprężenia jest superpozycją stanu naprężenia od połączenia skurczowego koszulki z rdzeniem i od obciążenia walcem roboczym (zasada superpozycji),
- przy określaniu stanu naprężenia od obciążenia walcem roboczym - obciążenie całkowite rozkłada się na kierunek normalny i styczny do powierzchni styku walców,
- rdzeń i koszulkę traktuje się jako walec monolityczny, przy założeniu, że wszystkie pochodne przemieszczeń na granicy styku rdzenia i koszulki są funkcjami ciągłymi.

### 2.2. Stan naprężenia w walcu oporowym obciążonym siłami normalnymi

Przyjmując podstawowe założenia wymienione w punkcie 2.1 można określić stan naprężenia w rozpatrywanym walcu oporowym, obciążonym obciążeniem ciągłym o intensywności  $q(x,z)$ . Ścisłe rozwiązanie tego problemu jest jednak praktycznie niemożliwe. Rozwiązanie takie można uzyskać stosując metody numeryczne przy wykorzystaniu maszyn cyfrowych (metoda różnic skończonych, metoda elementów skończonych [23]). Zastosowano jednak inną metodę rozwiązania wprowadzając następujące dodatkowe założenia, a mianowicie:

- równomierny rozkład obciążenia na długości walca  $P(z) = \text{const}$ ,
- walec oporowy i roboczy traktuje się jako półprzestrzenie sprężyste,

- obciążenie  $P(z) = \text{const}$  rozłożone jest w strefie kontaktu w sposób ciągły na szerokości  $2b_1$  gdzie  $b_1$  jest szerokością styku walców.

Przy podanych założeniach można rozpatrywać stan naprężenia w walcu oporowym, jako zagadnienie styku dwóch ciał sprężystych, dociśniętych do siebie pewną siłą. W wyniku docisku na niewielkim obszarze wzajemnego zetknięcia się ciał pojawiają się naprężenia, zwane stykowymi lub kontaktowymi. Naprężenia te osiągają niekiedy znaczne wartości, nawet przy stosunkowo małych siłach docisku i mogą doprowadzić materiał ciał w bezpośrednim otoczeniu obszaru styku do przekroczenia dopuszczalnego wyjątkowo materiału.

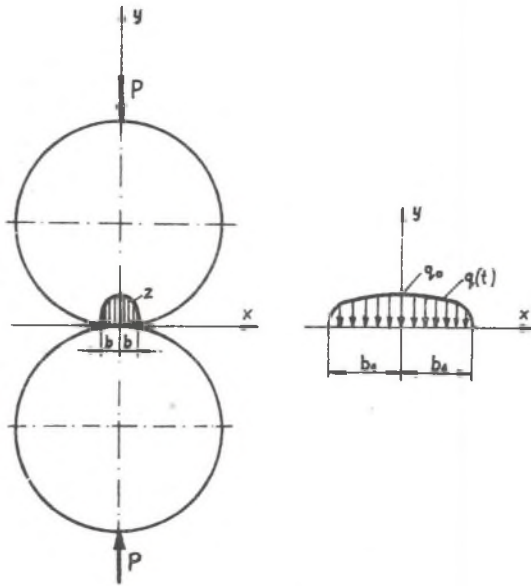
Podstawowe ujęcie teoretyczne zagadnienia wyznaczania naprężeń kontaktowych podała Hertz. Szczególnym przypadkiem tego problemu jest zagadnienie ściskania walców o osiach równoległych. Obliczone dla tego zagadnienia składowe tensora naprężenia przyjmują postać

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= + q_0 \frac{y}{b_1} \left[ \sqrt{\frac{b_1^2 + \lambda}{\lambda}} \left( + 2 - \frac{b_1^2 y^2}{\lambda^2 - b_1^2 y^2} \right) - 2 \right] \\ \sigma_y &= + q_0 \frac{b y^3}{\lambda^2 + b_1^2 y^2} \sqrt{\frac{b_1^2 + \lambda}{\lambda}} \\ \sigma_z &= + q_0 2 \frac{y}{b_1} \left[ \sqrt{\frac{b_1^2 + \lambda}{\lambda}} - 1 \right] \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= - q_0 \frac{b_1 x y^2}{\lambda^2 + b_1^2 y^2} \sqrt{\frac{\lambda}{b_1^2 + \lambda}} \\ b_1 &= \frac{4 k R_o R_r}{\pi (R_o + R_r)} P \end{aligned} \right\} (2.1)$$

gdzie

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{b_1^2 + \lambda} + \frac{y^2}{\lambda} &= 1 & (2.2) \\ k &= \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \\ q_0 &= \sqrt{\frac{R_o + R_r}{R_o \cdot R_r \cdot \pi \cdot k}} \cdot P \end{aligned}$$

- $\lambda$  - największy pierwiastek równania (2.2),  
 $\gamma_1, E_1$  - walec roboczy,  
 $\gamma_2, E_2$  - walec oporowy,  
 $R_0$  - promień walca oporowego,  
 $R_r$  - promień walca roboczego,  
 $P$  - obciążenie przypadające na jednostkę długości walca.



Rys. 1

Obliczenia numeryczne składowych stanu naprężenia w walcu oporowym o zadanych wymiarach przeprowadzono na podstawie wzorów Hertza 2.1. Składowe stanu naprężenia obliczono w punktach styku koszulki z rdzeniem.

Współrzędne punktów styku określone są za pomocą wzoru

$$x_1 = a \cdot \sin(i \Delta \alpha)$$

$$y_1 = b - a \cdot \cos(i \Delta \alpha).$$

Do obliczeń numerycznych przyjęto

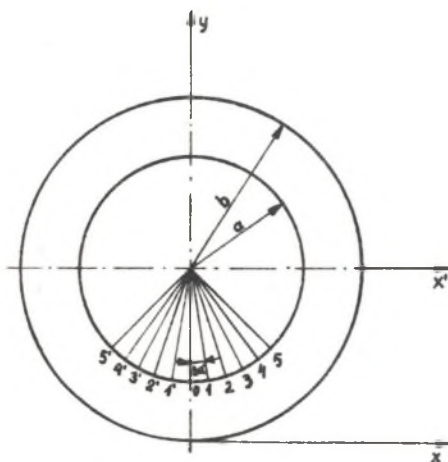
$$a = 43,4 \text{ cm} \quad f = 0,3$$

$$b = 65,0 \text{ cm} \quad \eta = 0,3$$

$$l = 170,0 \text{ cm} \quad \Delta \alpha = 3^\circ$$

$$P = 15294,0 \text{ kG/cm} \quad i = 0,1,2,\dots$$

Obliczenia przeprowadzono na elektronicznej maszynie cyfrowej ODRA 1204. Program ułożono w języku MOST II. Wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 1.



Rys. 2

Tablica 1

Punkt	$X_i$	$Y_i$	$\sigma_z$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$
Nr	cm	cm	$\text{kG/cm}^2$	$\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kG}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kG}}{\text{cm}}$
1	2	3	4	5	6	7
0	0,0	21,6	- 135,12	- 0,08	- 807,28	0,00
1	2,3	21,7	- 133,28	- 4,90	- 787,68	- 46,04
2	4,5	21,8	- 128,12	- 17,70	- 733,89	- 84,97
3	6,8	22,1	- 120,53	- 34,55	- 658,30	-112,55
4	9,0	22,5	- 111,59	- 51,32	- 574,80	- 128,22
5	11,2	23,1	- 102,26	- 65,25	- 494,12	-134,06
6	13,4	23,7	- 93,25	- 75,24	- 422,37	-133,11
7	15,6	24,5	- 84,96	- 81,39	- 361,78	-128,14
8	17,6	25,4	- 77,56	- 84,37	- 312,19	-121,20
9	19,7	26,3	- 71,08	- 85,02	- 272,34	-113,63
10	21,7	27,4	- 65,47	- 84,04	- 240,59	-106,19
11	23,6	28,6	- 60,65	- 82,02	- 215,39	- 99,27
12	25,5	29,9	- 56,51	- 72,37	- 195,41	- 93,01

c.d. tablicy 1

1	2	3	4	5	6	7
13	27,3	31,3	- 52,96	- 76,38	- 179,56	- 87,46
14	29,0	32,7	- 49,91	- 73,22	- 166,96	- 82,57
15	30,7	34,3	- 47,27	- 70,02	- 156,96	- 78,29
16	32,2	36,0	- 44,99	- 66,85	- 149,02	- 74,54
17	33,7	37,7	- 43,01	- 63,76	- 142,74	- 71,25
18	35,1	39,5	- 41,29	- 60,76	- 137,80	- 68,34
19	36,4	41,4	- 39,78	- 57,86	- 133,97	- 65,76
20	37,6	43,3	- 39,45	- 35,07	- 131,04	- 63,45
21	38,7	45,3	- 37,28	- 52,39	- 128,86	- 61,36
22	39,6	47,3	- 36,24	- 49,80	- 127,31	- 59,47
23	40,5	49,4	- 35,32	- 47,30	- 126,28	- 57,72
24	41,3	51,6	- 34,50	- 44,89	- 125,70	- 56,10
25	41,9	43,8	- 33,77	- 42,56	- 125,49	- 54,58
26	42,4	56,0	- 33,11	- 40,30	- 125,60	- 53,14
27	42,9	58,2	- 32,52	- 38,12	- 125,98	- 51,75
28	43,2	60,5	- 31,98	- 35,99	- 126,59	- 50,41
29	43,3	62,7	- 31,50	- 33,94	- 127,40	- 49,11

### 2.3. Stan naprężenia w walcu oporowym, obciążonym siłami stycznymi

W celu wyprowadzenia wzorów na składowe stanu naprężenia od sił stycznych przyjmuje się założenie, że rozkład sił normalnych na powierzchni zetknięcia się walców ma postać eliptyczną, obliczoną ze wzorów Hertza, a obciążenie styczne w każdym punkcie styku powierzchni jest proporcjonalne do składowej normalnej.

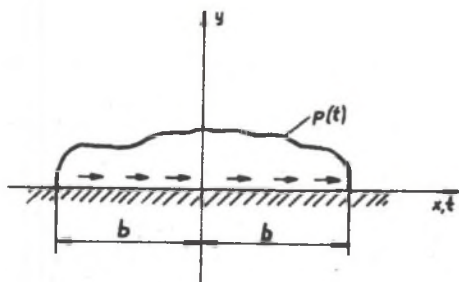
$$p(t) = q(t) \cdot f, \quad (2.3)$$

gdzie

$f$  - jest współczynnikiem proporcjonalności.

W obliczeniach praktycznych wartość współczynnika proporcjonalności  $f$  przyjmuje się zw. kle równą współczynnikowi tarcia pomiędzy stykającymi się powierzchniami. Przyjmując ponadto, że obciążenie  $p(t)$  na długości walca jest wartością stałą przy ustalonym  $t$ , zagadnienie można sprowadzić do analizy stanu naprężenia w półprzestrzeni sprężystej, obciążonej nieskończonej długością w kierunku osi walca pasmem  $p(t)$  (rys.3). Zagadnienie to zostało rozwiązane przez Sawierina i przedstawione w pracy [25]. Wprowadzając obciążenie styczne  $p(t)$ , o kształcie półelipsy, rozłożone w sposób ciągły na szerokości styku  $2b$ , otrzymuje się





Rys. 3

$$p(t) = \frac{2T}{\pi b_1} \sqrt{b_1^2 - t^2} \quad (-b_1 \leq t \leq b_1), \quad (2.4)$$

gdzie

$$T = f \int_{-b_1}^{b_1} q(t) dt. \quad (2.5)$$

Analizowane zagadnienie można rozwiązać w oparciu o funkcję naprężeń Airy'ego w postaci

$$\varphi = \frac{T}{4\pi} \operatorname{Re} \left[ (u - u)(2 + e^{-2}) \right], \quad (2.6)$$

gdzie

$$\xi = \xi + i\eta \quad i = \sqrt{-1}.$$

Współrzędne  $\xi$  i  $\eta$  oraz  $x$  i  $y$  związane są ze sobą następującymi zależnościami

$$\begin{aligned} x &= b_1 \cos \xi \cos \eta \\ y &= -b_1 \sin \xi \sin \eta \end{aligned} \quad (2.7)$$

Po zróżniczkowaniu funkcji Airy'ego (2.6) otrzymuje się następujące wyrażenia na składowe stanu naprężenia

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{2T}{b_1} \left( 2 e^{-\xi} \cos \eta - \sin \xi \sin \eta \frac{\sin 2\eta}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \right) \\ \sigma_y &= \frac{2T}{\pi b_1} \sin \xi \sin \eta \frac{\sin 2\eta}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \\ \sigma_z &= \frac{4\sqrt{T}}{\pi b_1} e^{-\xi} \cos \eta \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \frac{2T}{\pi b_1} \left[ e^{-\xi} \sin \eta - \sin \xi \sin \eta \left( 1 - \frac{\sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\eta} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Obliczenia numeryczne składowych stanu naprężenia wywołanego obciążeniem stycznym przeprowadzono przy wykorzystaniu wzorów (2.8), dla walca o cechach geometrycznych, podanych w punkcie 2.2. Należy podkreślić, że wzory (2.8) podane są we współrzędnych eliptycznych. Aby więc można było zastosować zasadę superpozycji, należy wyrazić współrzędne eliptyczne  $\xi$  i  $\eta$  poprzez współrzędne kartezjańskie  $x, y$

$$\varphi = \arcsin \frac{-(b_1^2 y^2 + z^2 b_1^2 - b_1^4) + (b_1^2 y^2 + z^2 b_1^2 - b_1^2)^2 + e b_1^6 z^2}{2 b_1^4}$$

$$\xi = \ln \left( \frac{z}{b_1 \sin \varphi} + \sqrt{\frac{z^2}{b_1^2 \sin^2 \varphi} + 1} \right)$$

Na podstawie tych wzorów można określić współrzędne  $\varphi_1$  i  $\xi_1$  dla współrzędnych  $x_1$  i  $y_1$ , określonych wzorami w pkt. 2.3. Całość obliczeń zaprogramowano w języku MOST II na elektroniczną maszynę cyfrową ODRA 1204. Wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 2.

Tabelica 2

Punkt	$\sigma_z$	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\tau_{xy}$
Nr	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$	$\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$
0	0,00	- 0,01	0,01	
1	2,79	0,11	9,21	0,98
2	5,32	0,74	16,99	3,54
3	7,39	2,13	22,51	6,91
4	8,93	4,11	25,64	10,26
5	9,95	6,36	26,81	13,05
6	10,54	8,51	26,62	15,05
7	10,79	10,34	25,63	16,28
8	10,80	11,75	24,24	16,87
9	10,64	12,72	22,73	17,00
10	10,36	13,20	21,24	16,81
11	10,02	13,56	19,85	16,40
12	9,65	13,55	18,60	15,87
13	9,25	13,34	17,49	15,28
14	8,85	12,99	16,51	14,64
15	8,46	12,53	15,66	14,00
16	8,07	11,99	14,91	13,37
17	7,70	11,41	14,25	12,75
18	7,34	10,81	13,67	12,15
19	7,00	10,18	13,15	11,57
20	6,68	9,56	12,69	11,01
21	6,37	8,95	12,27	10,48
22	6,07	8,34	11,89	9,96
23	5,79	7,75	11,54	9,46
24	5,52	7,18	11,22	8,98
25	5,27	6,64	10,92	8,51
26	5,02	6,11	10,63	8,06
27	4,79	5,61	10,35	7,62
28	4,57	5,14	10,08	7,20
29	4,35	4,69	9,82	6,79



## 2.4. Stan naprężenia wywołanego połączeniem wciskowym

Zagadnienie rozkładu naprężeń od wcisku koszulki i rdzenia rozpatruje się przy założeniu stałych cech geometrycznych koszulki i walca, co w konsekwencji prowadzi do założenia stałego wcisku wzdłuż długości walca. Pozwala to sprowadzić rozpatrywane zagadnienia do rozwiązania płaskiego, osiowo symetrycznego stanu naprężenia (22).

W obliczeniach praktycznych, w przypadku zmiennych cech geometrycznych koszulki i rdzenia na długości walca, walec dzieli się na skończoną liczbę odcinków, przekrojami prostopadłymi do jego osi i rozpatruje każdy element oddzielnie, zakładając stałe jego cechy geometryczne. Przyjęcie takiego założenia jest równoznaczne z niespełnieniem warunków nierozdzielności przemieszczeń w przekrojach podziału walca. Podstawowe równanie różniczkowe równowagi dla zagadnienia osiowo symetrycznego w układzie współrzędnych biegunowych przyjmuje postać

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} = 0. \quad (2.9)$$

Rozwiązanie tego równania przy uwzględnieniu warunków brzegowych (rys. 4) pozwala na określenie składowych stanu naprężenia i przemieszczenia. Po przekształceniach otrzymuje się

$$\sigma_r = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} - \frac{(p_a - p_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} \quad (2.10)$$

$$\sigma_t = \frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} + \frac{(p_a - p_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} \quad (2.11)$$

$$u = \frac{r(1-\nu)}{E} \cdot \frac{p_a \cdot a^2 - p_b \cdot b^2}{b^2 - a^2} + \frac{1+\nu(p_a - p_b) a^2 b^2}{r \cdot E (b^2 - a^2)} \quad (2.12)$$

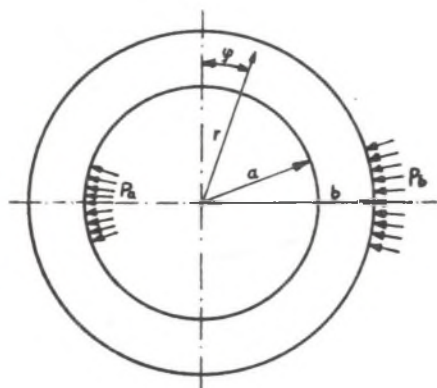
W przypadku połączenia wciskowego wprowadza się pojęcie wcisku, który określa się z warunków geometrycznych

$$\Delta = 2a - 2a_k, \quad (2.13)$$

gdzie

$a$  - promień zewnętrzny rdzenia,

$a_k$  - promień wewnętrzny tulei.



Rys. 4

Wykorzystując wzór na przemieszczenie (2.12) wielkość

$$\delta = u_k - u_r \quad \Delta = 2\delta, \quad (2.14)$$

gdzie

$u_k$  - przemieszczenia u punktów koszulki dla  $r = a$ ,

$u_r$  - przemieszczenia u punktów w rdzeniu dla  $r = a$ .

Przyjmując równe moduły  $E$  i liczby  $\nu$  dla koszulki oraz uwzględniając wyrażenia (2.12) wzór (2.14) przyjmie postać

$$\delta = \frac{a \cdot p_a}{E} \left( \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} + 1 \right). \quad (2.15)$$

Ostatecznie naprężenia na powierzchni styku można zapisać następująco:

$$\sigma_r = -p_a = -\frac{\Delta \cdot E (b^2 - a^2)}{4a b^2},$$

$$\sigma_t = \frac{\Delta \cdot E (a^2 + b^2)}{4ab^2}. \quad (2.16)$$

Analizę numeryczną składowych stanu naprężenia przeprowadzono przy założeniu osiowo symetrycznego stanu odkształcenia. Wyprowadzone wzory na składowe stanu naprężenia są funkcjami cech geometrycznych połączenia skurczowego. Wyrażenia (2.16), określające składowe tensora naprężenia zaprogramowano w autokodzie MOST-II, a obliczenia przeprowadzono na elektronicznej maszynie cyfrowej ODRA 1204. Wyniki obliczeń zestawiono w tabelicy 3.

Obliczenie numeryczne przeprowadzono dla walca oporowego dla danych przedstawionych w punkcie 2.2 i dla wcisków  $\Delta = 1; 1,2; 1,4$  i  $1,6$  mm. Wyznaczono naprężenia w różnych punktach na grubości ścianki tulei.

Tablica 3

Promień mm	$\Delta = 1$ mm		$\Delta = 1,2$ mm		$\Delta = 1,4$ mm		$\Delta = 1,6$ mm	
	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_r$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_t$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_r$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_t$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_r$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_t$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_r$	$\text{kg/cm}^2$ $\sigma_t$
433,75	- 651	1697	- 781	2034	-912	2376	-1042	2715
455,37	- 542	1583	- 561	1903	-799	2218	- 868	2537
477,00	- 448	1502	- 537	1901	-627	2102	- 717	2403
498,62	- 365	1420	- 438	1708	-512	1996	- 585	2280
520,25	- 293	1339	- 352	1607	-410	1874	- 469	2144
541,88	- 229	1269	- 275	1525	-312	1730	- 367	2035
563,50	- 172	1214	- 207	1461	-242	1708	- 276	1948
585,13	- 122	1182	- 146	1414	-171	1658	- 195	1890
606,75	- 77	1103	- 92	1318	- 108	1548	- 195	1890
628,00	- 36	1064	- 43	1271	- 51	1508	- 58	1715
650,00	0,00	1044	0,00	1252	0,00	1464	-0,00	1674

3. Analiza możliwości przesuwu koszulki względem rdzenia

Analiza możliwości przesuwu koszulki względem rdzenia, opiera się na przyjęciu jednorodnego stanu naprężenia wzdłuż długości walca i osiowo symetrycznego w płaszczyźnie przekroju tzn.  $\sigma_r = \text{const}$  dla  $r = a$ . Przy tym założeniu warunek nieprzesuwalności koszulki względem rdzenia przyjmuje postać

$$\sigma_r \cdot A \frac{d}{2} \cdot f \geq M_s, \tag{3.1}$$

gdzie

$M_s$  - moment skręcający działający na walec lub

$$\sigma_r \cdot A \cdot f \geq \frac{2 M_s}{d}. \tag{3.2}$$

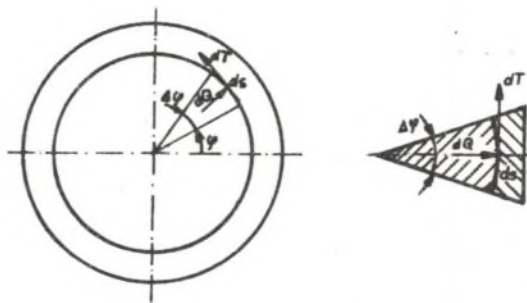
Jeżeli  $\sigma_r \neq \text{const}$ , wówczas warunek (3.2) należy zapisać integralnie, czyli

$$\int_A \sigma_r \cdot f \cdot dA \geq \frac{2 M_s}{d}, \tag{3.3}$$

Niespełnienie nierówności (3.3) spowodowałoby poślizg (obrót) koszulki względem rdzenia na całym obwodzie połączenia. Nie oznacza to wcale, że jeśli warunek (3.3) będzie spełniony, to poślizg nie wystąpi w żadnym miejscu połączenia, co wynika z przytoczonych dalej rozważań.

Zagadnienie zostanie rozpatrzone (przy założeniu płaskiego stanu naprężenia w walcu. Przy takim założeniu analizę lokalnego poślizgu koszul-

ki względem rdzenia można sprowadzić do rozważań zagadnienia tarczy kołowej, na którą nasadzono wciskowo pierścien. Dla wyjaśnienia zjawiska lokalnego poślizgu pierścieni można podzielić na szereg nieskończenie małych odcinków (rys. 5). Jeżeli żaden z tych elementów nie ma ulegać poślizgowi to dla każdego z nich musi być spełniona nierówność, analogiczna do nierówności (3.2). Suma nierówności ułożonych dla poszczególnych elementów prowadzi do nierówności (3.3). Nierówność (3.3) może być spełniona także wtedy, gdy niektóre z nierówności, ułożone dla poszczególnych elementów, nie będą spełnione. Spełnienie nierówności (3.3) byłoby warunkiem dostatecznym, gdyby w rozpatrywanej tarczy panował osiowo symetryczny stan naprężenia, tzn.  $\sigma_r = \text{const}$  dla  $r = a$ .



Rys. 5

Z charakteru pracy walców wynika, że stan naprężenia w walcach nie jest osiowo symetryczny, a zatem istnieje możliwość przekroczenia lokalnej nośności połączenia skurczowego w niektórych miejscach. Miejsca te podczas obrotu walca będą zajmowały stałe położenie względem punktu przyłożenia siły do koszulki, a więc w czasie pracy walców wędrować będą wzdłuż obwodu połączenia. Przy ciągłym przesuwaniu się siły zewnętrznej wzdłuż obwodu koszulki nastąpi powolne ale stałe "wędrowanie" koszulki wokół rdzenia, natomiast przy uwzględnieniu składowej osiowej naprężenia może nastąpić również przesuwanie się koszulki wzdłuż rdzenia.

Warunek zachowania lokalnej nośności połączenia, który musi spełniać każdy z elementów (rys. 5), można zapisać w postaci

$$\frac{d T}{d Q} \leq f,$$

(3.4)

$$dT = \tau \cdot fs, \quad dQ = \sigma_r \cdot ds.$$

Wstawiając te zależności do nierówności (3.4) otrzymuje się

$$\frac{\tau_{r\phi}}{\sigma_r} \leq f. \quad (3.5)$$

Jeżeli w każdym punkcie połączenia skurczowego koszulki z rdzeniem będzie zachowany warunek (3.5), wówczas nie powinno wystąpić "wędrowanie" koszulki względem rdzenia.

Na podstawie obliczeń numerycznych (punkt 2.2, 2.3 i 2.4) składowych stanu naprężenia obliczono wartości stosunku  $\frac{\tau_{r\phi}}{\sigma_r}$  dla poszczególnych punktów w miejscu połączenia koszulki z rdzeniem. Wartości tego stosunku obliczone dla wcisków  $\Delta = 0,8; 1$  i  $1,2$  mm zestawiono w tablicach 4, 5 i 6.

Wcisk  $\Delta = 0,8$ 

Tablica 4

Punkt	$\tau_{r\phi}$	$\sigma_r$	$\tau_{r\phi}/\sigma_r$
Nr	kG/cm <sup>2</sup>	kG/cm <sup>2</sup>	
0	0,0	- 1309,67	0,0
1	88,14	- 1292,21	0,069
2	162,70	- 1226,83	0,133
3	213,12	- 1130,54	0,189
4	246,19	- 1064,65	0,232
5	239,72	- 919,70	0,261
6	227,20	- 829,45	0,275
7	206,25	- 755,23	0,273
8	181,68	- 696,50	0,261
9	156,61	- 651,14	0,239
10	132,74	- 616,61	0,216
11	110,86	- 590,57	0,187
12	91,25	- 571,05	0,155
13	73,88	- 566,47	0,133
14	58,55	- 545,66	0,107

Tablica 5

Wcisk = 1 mm

Punkt	$\tau_{r\phi}$	$\sigma_r$	$\tau_{r\phi}/\sigma_r$
Nr	kG/cm <sup>2</sup>	kG/cm <sup>2</sup>	
1	2	3	4
0	0,0	- 1435,27	0
1	88,14	- 1417,81	0,062
2	162,70	- 1352,48	0,115
3	213,12	- 1256,14	0,171

c.d. tablicy 5

1	2	3	4
4	246,19	- 1190,25	0,207
5	239,72	- 1045,30	0,228
6	227,20	- 955,05	0,238
7	206,25	- 880,83	0,234
8	181,68	- 822,10	0,221
9	156,61	- 776,74	0,202
10	132,74	- 742,21	0,179
11	110,86	- 716,17	0,157
12	91,25	- 696,65	0,131
13	73,88	- 682,07	0,108
14	58,55	- 671,26	0,087

Tablica 6

Wcisk  $\Delta = 1,2 \text{ mm}$ 

Punkt	$\tau_{r,\phi}$	$\sigma_r$	$\tau_{\phi r}/\sigma_r$
Nr	$\text{kg/cm}^2$	$\text{kg/cm}^2$	
0	0,0	- 1559,27	0,0
1	88,14	- 1541,81	0,055
2	162,70	- 1476,48	0,110
3	213,12	- 1380,14	0,153
4	246,19	- 1314,25	0,188
5	239,72	- 1169,30	0,205
6	227,20	- 1079,65	0,212
7	206,25	- 1004,83	0,205
8	181,68	- 946,10	0,192
9	156,61	- 900,74	0,173
10	132,74	- 866,21	0,132
11	110,86	- 840,17	0,132
12	91,25	- 820,65	0,111
13	73,88	- 806,07	0,092
14	58,55	- 795,26	0,074



## 4. Obliczenia numeryczne największego wyężenia materiału

Rzeczywiste składowe stanu naprężenia w walcu oporowym obliczono przy wykorzystaniu zasady superpozycji. W tym celu składowe naprężenia należy wyrazić w tym samym układzie współrzędnych. Przyjęto jednolity układ współrzędnych walcowych  $r, \varphi, z$ . Tak więc składowe stanu naprężenia wyznaczone w układzie współrzędnych prostokątnych  $x, y, z$  tablicy 1 i 2 zostały przetransformowane na układ walcowy  $r, \varphi, z$  (rys. 2), a następnie zsumowane. Wartości naprężenia zredukowanych wg hipotezy energii odkształcenia postaciowego w punktach na powierzchni styku koszulki z rdzeniem dla wcisków  $\Delta = 1,0$  mm;  $\Delta = 1,2$  mm;  $\Delta = 1,4$  mm;  $\Delta = 1,6$  mm zestawiono w tablicy 7.

Wartości te obliczone są dla tych samych punktów styku koszulki z rdzeniem jak w obliczeniach stanu naprężenia. Całość obliczeń została zaprogramowana w języku MOST II, a obliczenia przeprowadzono na elektronicznej maszynie cyfrowej ODRA 1204.

Tablica 7

Punkt nr	$\sigma_{red}$ kg/cm <sup>2</sup>			
	$\Delta = 1$ mm	$\Delta = 1,2$ mm	$\Delta = 1,4$ mm	$\Delta = 1,6$ mm
1	2	3	4	5
0	2647	3039	3434	3813
1	2626	3018	3413	3796
2	2554	2944	3339	3722
3	2447	2836	3230	3612
4	2360	2748	3141	3522
5	2202	2598	2991	2273
6	2107	2496	2890	3273
7	2023	2414	2809	3192
8	1960	2351	2747	3131
9	1913	2306	2702	3087
10	1880	2274	2671	3056
11	1857	2252	2650	3035
12	1843	2238	2637	3022
13	1834	2230	2629	3015
14	1830	2226	2625	3011
15	1829	2225	2624	3010
16	1829	2226	2625	3011
17	1832	2228	2627	3014
18	1835	2232	2631	3017
19	1839	2236	2635	3021
20	1843	2240	2639	3026
21	1848	2245	2644	3031
22	1854	2250	2649	3036

c.d. tablicy 7

1	2	3	4	5
23	1859	2256	2655	3041
24	1865	2262	2660	3047
25	1871	2267	2660	3053
26	1877	2273	2672	3059
27	1883	2280	2679	3065
28	1890	2286	2685	3071
29	1897	2293	2692	3078

Tablica 8

Punkt Nr	$\sigma_{red}$ kg/cm <sup>2</sup>			
	$\Delta = 1$ mm	$\Delta = 1,2$ mm	$\Delta = 1,4$ mm	$\Delta = 1,6$ mm
0'	2647	3039	3434	3818
1	2611	3002	3398	3782
2'	2528	2919	3314	3585
3'	2417	2808	3202	3585
4'	2300	2691	3085	3468
5'	2193	2584	2978	3361
6'	2103	2495	2890	3274
7'	2034	2426	2822	3206
8'	1982	2376	2376	3157
9'	1946	2340	2737	3122
10'	1919	2314	2712	3097
11'	1903	2299	2697	3083
12'	1892	2288	2686	3072
13'	1885	2281	2680	3066
14'	1881	2277	2676	3062
15'	1878	2275	2674	3060
16'	1877	2274	2673	3059
17'	1877	2274	2673	3059
18'	1878	2275	2673	3060
19'	1879	2276	2675	3061
20'	1880	2277	2676	3063
21'	1882	2279	2678	3064
22'	1884	2281	2680	3067
23'	1887	2284	2682	3069
24'	1889	2286	2685	3072
25'	1892	2289	2688	3075
26'	1896	2293	2691	3078
27'	1900	2296	2695	3081
28'	1904	2300	2699	3085
29'	1908	2305	2703	3090

### 5. Określenie naprężenia dopuszczalnego oraz współczynnika tarcia

Ze względu na dynamiczny charakter obciążeń, przenoszonych przez walec za podstawę określenia naprężenia dopuszczalnego przyjęto granicę wytrzymałości na zmęczenie, którą wyznaczono z wykresu Soderberga. Uproszczony wykres Soderberga sporządzono przyjmując, że dla materiału rdzenia  $R_m = 90 \text{ kG/cm}^2$  oraz  $Z_{rc} = \frac{1}{2} R_m$ . Dla cyliku o naprężeniu minimalnym  $\sigma_{\min} = 33,51 \text{ kG/mm}^2$  i maksymalnym  $\sigma_{\max} = 38,13 \text{ kG/mm}^2$  granica wytrzymałości na zmęczenie  $Z = 79,5 \text{ kG/mm}^2$ . Należy wyjaśnić, iż za  $\sigma_{\min}$  uznano naprężenie zredukowane na powierzchni styku walca z tuleją, pochodzące jedynie od wcisku  $\Delta = 1,6 \text{ mm}$ , natomiast za  $\sigma_{\max}$  uznano maksymalne naprężenie zredukowane, wywołane przez wcisk  $\Delta = 1,6 \text{ mm}$  oraz obciążenie normalne i styczne walca, występujące w punkcie O (tablica 7 i 8).

Współczynnik bezpieczeństwa  $n$  określa formuła

$$n = \frac{A_k \delta_1 \delta_2 \delta_3 \delta_4 \delta_w \delta_u}{\sigma_w \beta_p},$$

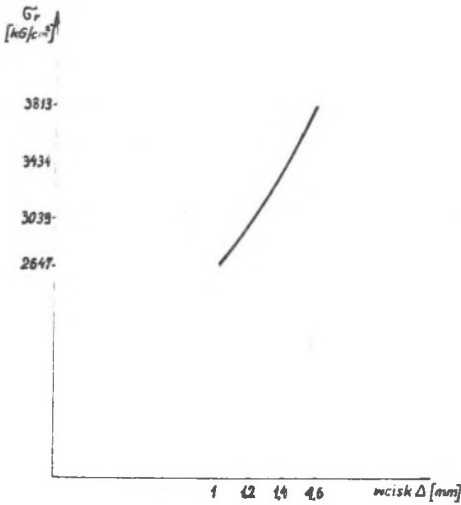
gdzie

- $A_k$  - współczynnik działania karbu,
- $\epsilon_w$  - współczynnik wielkości,
- $\beta_p$  - współczynnik stanu powierzchni,
- $\delta_1$  - współczynnik rozrzutu wytrzymałości materiału,
- $\delta_2$  - współczynnik jakości kontroli materiału,
- $\delta_3$  - współczynnik ważności części maszyn,
- $\delta_4$  - współczynnik wahanía wymiarów,
- $\delta_w$  - współczynnik naprężeń własnych,
- $\delta_u$  - współczynnik charakteru obciążenia udarowego.

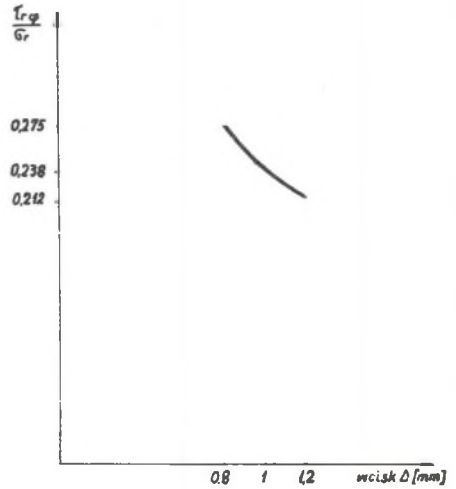
Przyjmując  $A_k = 1$ ;  $\epsilon_w = 1$ ;  $\beta_p = 1$  oraz wg. (22)  $\delta_1 = 1,1$ ;  $\delta_2 = 1,05$ ;  $\delta_3 = 1,2$ ;  $\delta_4 = 1,01$ ;  $\delta_w = 1$ ;  $\delta_u = 1,5$  otrzymuje się po wyliczeniu  $n = 2,1$  oraz  $\sigma_{\text{dop}} = \frac{Z}{n} = 37,86 \text{ kG/mm}^2$ . Według danych z literatury współczynnik tarcia stali po stali w połączeniach wciskowych wynosi  $f = 0,15 - 0,3$ . Wyniki badań własnych wykazały, iż można go zwiększyć o 40% poprzez zastosowanie proszków ściernych.

### 6. Podsumowanie wyników i wnioski

Na wykresach (rys. 6 i 7) pokazano zależność największego naprężenia zredukowanego  $\sigma_{\text{red}}$  oraz ilorazu naprężenia stycznego i normalnego  $\frac{\tau}{\sigma_r}$  w miejscu połączenia rdzenia z tuleją od wartości wcisku  $\Delta$ . Pierwszy wykres pozwala określić w oparciu o znane naprężenie dopuszczalne maksymalny wcisk  $\Delta$ , przy którym nie zostanie ono przekroczone. Drugi wykres na-



Rys. 6



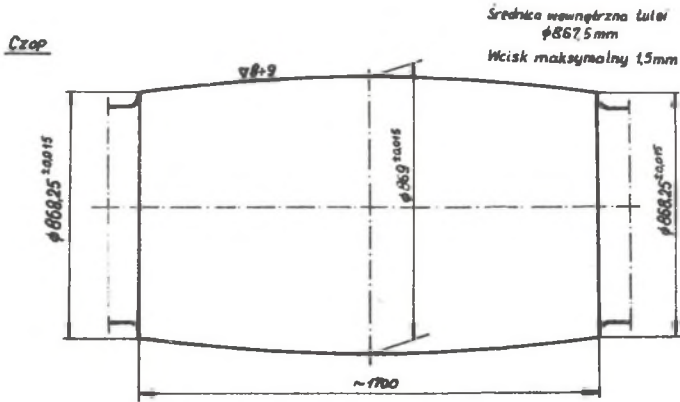
Rys. 7

tomias<sup>t</sup> może stanowić podstawę do ustalenia minimalnego wcisku, przy którym nie nastąpi lokalny poslizg na powierzchni złącza. Wcisk w połączeniu tulei z rdzeniem walca oporowego należy dobrać zatem tak, aby w okresie eksploatacji mieścił się on w granicach wyznaczonych obydwo<sup>ma</sup> kryteriami (z uwzględnieniem zmiany średnicy zewnętrznej walca po kilku regeneracjach). Ten podwójny warunek, a także zwiększenie współczynnika tarcia przez wprowadzenie pomiędzy łączone elementy materiału ściernego, ma według przeprowadzonych badań, podstawowe znaczenie dla zapewnienia niezawodności połączenia tulei z rdzeniem.

Na podstawie przedstawionych rozważań i obliczeń, które jak łatwo zauważyć, mają charakter metody ogólnej projektowania połączeń tulei z rdzeniem walca, skonstruowano i wykonano walec (rys. 8). Wymiary nominalne walca narzucone były przez rodzaj walcarki oraz fakt iż dysponowano gotową tuleją. W przekroju środkowym rdzenia wcisk maksymalny wynosi 1,5 mm, zaś w przekrojach końcowych wcisk minimalny wynosi 0,75 mm. Jak widać, wcisk minimalny wynika z kryterium wzajemnego poslizgu, a wcisk maksymalny z kryterium wytrzymałości. Rdzeń ma zarys w kształcie łuku kołowego o bardzo dużym promieniu, natomiast otwór cylindryczny w tulei posiada stałą średnicę na całej długości.

Warto zauważyć, iż w chwili oddania artykułu do druku prototyp walca składanego przeszedł pomyślnie pierwsze próby eksploatacyjne. Ostateczne

potwierdzenie słuszności zaproponowanej metody doboru wcisku w połączeniu tulei z rdzeniem walca składanego uzyskane zostanie po zakończeniu prób serii informacyjnej walców.



Rys. 8

#### LITERATURA

1. Zorowski C.F.; Weinstein A.S. Iron Steel Eng., 39, 6, 1962, 103.
2. Zorowski C.D.; Iron Steel Eng., 38, 4, 1961, 99.
3. Połuchin P.I., Żelaznov J.D., Połuchin W.P.; Tonkolistovaja prokatka i służba wałków. Miedziakurgia, Moskwa 1967.
4. Połuchin P.I., Połuchin W.P.; Żelaznov J.D.; Markovski W.J.; Izv. Wyższ. Ucz. Zaw. Czornaja Miedziakurgia 4, 1962, 61.
5. Połuchin P.I., Połuchin W.P., Żelaznov J.D.; Izv. Wysz. Ucz. Zaw. Czarn. Miet., 5, 5, 1962, 115.
6. Połuchin W.P.; Izv. Wysz. Ucz. Zaw. Czarn. Miet., 12, 1962, 88.
7. Połuchin W.P.; Zinoviev A.V., Tierieszko A.K.; Izv. Ucz. Czarn. Miet., 4, 1965 102.
8. Połuchin P.I., Kudriavcev A.S., Bieł N.C.; Izd. Wysz. Uceb. Zaw. Czarn. Miet., 5, 1965 85.
9. Połuchin W.P., Zinoviev A.W., Tierieszko A.K., Łosiev; Izv. Wysz. Zaw. Czarn. Miet., 8, 7, 1965 120.
10. Połuchin W.P., Zinoviev A.W., Zubanov B.S.: Stal ? 25, 5, 1965 435.
11. Połuchin W.P., Zinoviev A.W.; Viestnik Maszynostrojenija, 45, 9, 1965, 26.
12. Grudiev P.I. Teoria prokatki, Miet. Charkov, 1962, 313.
13. Emiche O.; Stahl und Eisen, 58.
14. Połuchin W.P.; 4 73, 5 112, 6 136, 1938 Steel 24, 2, 1964.
15. Fazan B.; Mise en evidence des phenomenes de flexion et d'aplatissement de cylindres fur un laminair quarto. Revue Metalurgie, 57, 11, 1960, 1003.

16. Fazan B., Albert J.; *Revue Metallurgie*, 60, 1, 1963, 49.
17. Tong K.H., Chanko M.K.; *Iron Steel Eng.*, 43, 4, 1963, 124.
18. Tarnovskij I.J., Wysokovskij S.N.; *Izv.Ucz.Zav.Czorn.Miet.*, 5, 2, 1966.
19. Chiu Y.P.; The elastic stresses and deformation of cylinders, *Pr.dok, Carnegy Institute of Techn.*, Pittsvurg 1962.
20. Chiu Y.P.; Wienstien A.S., Zorowski C.F. *Mech. And Applied Math.*, 7, 2, 1967.
21. Połuchin W.P.; *Izv.Wyższych uczebnych zawiedienij Czorn.Miet.*, 11, 1963, 101.
22. Jakubowicz A., Orkoś Zb.; *Wytrzymałość Materiałów*, WNT, Warszawa 1970
23. Zienkiewicz O.C.; *The finite element method in engineering science.* Mc Graw Hill, London 1971.
24. Muscheliszwili N.J.; *Niekotoryje osnovnyje zadači matiematičeskoj tie orii urpugosti.* Izdat.Akademii Nauk ZSRR, Moskva 1949.
25. Pytko S.; *Zeszyty Naukowe, AGH*, 10, 1963, 87.

#### НАДЕЖНОСТЬ СОЕДИНЕНИЯ ВТУЛКИ С СЕРДЕЧНИКОМ ОПОРНОГО ПРОКАТНОГО ВАЛКА

##### Р е з ю м е

В статье проведен анализ напряженного состояния и рассмотрена возможность относительного вращения втулки (цилиндра) и сердечника опорного прокатного валка. На этом основании были определены геометрические параметры обеих деталей, которые влияют на надежность их соединения.

#### REHABILITY OF THE JOINT OF CYLINDER WITH THE CORE OF THE RESISTANCE METALLURGICAL ROLLER

##### S u m m a r y

In the paper an analysis of the stresses and the possibility of the relative turn of the cylinder and metallurgical corn of the resistance roller have been discissed.

Geometrical features of both elements determining reliability of the joint have been obtained on this ground.