

Remigiusz Ćwik

OPTYMALNE WYMIAROWANIE BELEK ZGINANYCH O PRZEKROJU ZAMKNIĘTYM  
SKRZYNKOWYM O JEDNAKOWEJ GRUBOŚCI ŚCIANEK

**Streszczenie.** Omówiono zagadnienie doboru wymiarów przekroju poprzecznego belek zginanych. Jako kryterium przyjęto ich minimalny ciężar, przy jednoczesnym spełnieniu warunku wytrzymałości i stateczności miejscowej. Wyprowadzono wzory pozwalające łatwo wyznaczyć wymiary przekroju skrzynekowego zamkniętego o jednakowej grubości ścianek przy czystym zginaniu. Wzory te mogą być wykorzystane i dla zginania swobodnego, jeżeli naprężenia styczne przy zginaniu są niewielkie.

1. Wstęp

Optymalne wymiarowanie belek zginanych o przekroju skrzynekowym z blach o różnych grubościach pasów i stójek przedstawiono w pracach [1,2]. Celem pracy jest zagadnienie optymalnego wymiarowania na zginanie belek o przekroju zamkniętym prostokątnym, wykonanych z blach o jednakowej grubości. Przy wytwarzaniu takich belek w szerokim zakresie może być stosowane gięcie blach co pozwala na zmniejszenie ilości elementów składowych oraz długości spoin. Przykłady przekrojów belek z blach giętych przedstawia rys. 1

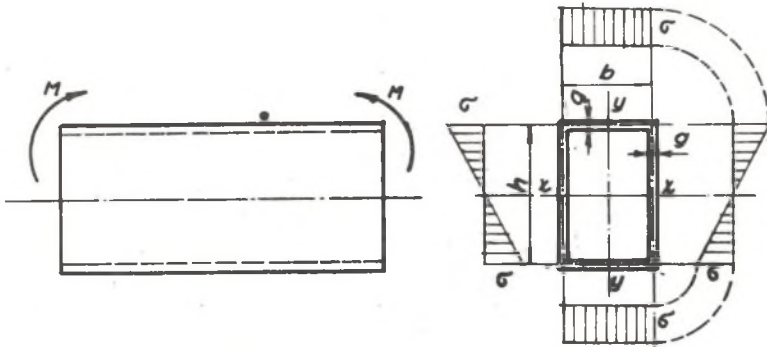


Rys. 1. Przekroje skrzynekowe z blach giętych

Podobnie jak w pracach [1,2] wzięto pod uwagę następujące założenia:

- kryterium optymalności jest ciężar konstrukcji;
- belki poddane są czystemu zginaniu (rys. 2);
- przekrój belki jest stały, podwójnie symetryczny i zbudowany z jednakowego materiału;
- belki są w stanie sprężystym;
- wymiary poprzeczne przekroju (wysokość i szerokość) nie są ograniczone;

- wartości naprężeń odnoszą się do średniej linii konturu;
- warunku utraty ogólnej stateczności (zwichrzenia) nie bierze się pod uwagę;
- rozstaw żeber poprzecznych jest taki, że wpływ ich na stateczność miejscową pomija się.



Rys. 2. Obciążenie i rozkład naprężeń w przekroju belki o jednakowej grubości ścianek przy czystym zginaniu

## 2. Warunki wymiarowania

- a) Warunek ekonomiczności: minimum ciężaru lub pola przekroju

$$F = 2g(b + h) = \min \quad (1)$$

- b) warunek wytrzymałości:

$$\sigma = \sigma_b = \sigma_h = \frac{M}{gbh + \frac{1}{3}gh^2} \leq R \quad (2)$$

gdzie

$M$  - moment zginający;

$\sigma$  - naprężenie obliczeniowe ( $\sigma_b$  - dla pasa,  $\sigma_h$  - dla stójki);

$R$  - naprężenie bezpieczne (dopuszczalne lub graniczne).

- c) warunek miejscowej stateczności:

dla pasów

$$\sigma_{kb} = k_b \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{g}{b}\right)^2 \geq \sigma_n \quad (3)$$

dla stójek

$$\sigma_{kh} = k_h \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{g}{h}\right)^2 \geq \sigma_n \quad (4)$$

gdzie

- $\sigma_k$  - naprężenia krytyczne,
- $E$  - moduł sprężystości podłużnej,
- $\nu$  - współczynnik Poissona,
- $n$  - współczynnik pewności przy stateczności miejscowej,  $k_h = 23,9$  i  $k_b = 4$  - są współczynnikami wybrzuszenia, odpowiednio dla pasa i stójki podpartych przegubowo [4].

Przy żądaniu jednoczesnej utraty stateczności pasów i stójek, równania (3) i (4) można zastąpić równaniem

$$\mu = \frac{\sigma_{kb}}{\sigma_{kh}} = \frac{k_b}{k_h} \left(\frac{h}{b}\right)^2 = \alpha \left(\frac{h}{b}\right)^2 = 1, \quad (5)$$

gdzie

$$\alpha = \frac{k_b}{k_h}. \quad (6)$$

### 3. Optymalne parametry przekroju

Ograniczając się jedynie do znaku równości i kładąc w równaniach (3) i (4):  $\sigma = R$ , z równań (2) ÷ (5) przy uwzględnieniu (6), otrzymuje się poszukiwane parametry przekroju:

- grubość ścianek

$$g = \sqrt[3]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3})} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{k_h \alpha^2 E} Mn} \quad (7)$$

- szerokość

$$b = \sqrt[3]{\frac{\alpha^3}{(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3})^2} \frac{k_h \alpha^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (8)$$

- wysokość

$$h = \sqrt[3]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3})^2} \frac{k_h \alpha^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (9)$$

Wykorzystując równania (7) ÷ (9) wielkości statyczne przekroju będą:

- pole przekroju

$$F = 2(\sqrt{\alpha} + 1) \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3})^4} \frac{12(1-\nu^2)}{k_h \alpha^2 E} \frac{M^4 n}{R^3}} \quad (10)$$

- moment bezwładności pola przekroju względem osi  $x - x$

$$J_x = \frac{1}{2} \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{x} + \frac{1}{3})^2} \frac{k_h x^2 E}{12(1-\nu^2) R n} \frac{M^8}{R^9 n}} \quad (11)$$

Stosunki optymalnych parametrów przekroju belki wynoszą zatem

$$\lambda = \frac{h}{g} = \frac{k_h x^2 E}{12(1-\nu^2) R n} \quad (12)$$

$$\lambda_b = \frac{b}{g} = \sqrt{\frac{k_b x^2 E}{12(1-\nu^2) R n}} = \sqrt[3]{\frac{k_h x^2 E}{12(1-\nu^2) R n}} \quad (13)$$

$$\frac{b}{h} = \sqrt{x} \cdot \quad (14)$$

Dla  $\lambda = \frac{k_b}{k_h} = \frac{4}{23,9} = 0,167, \quad (a)$

$$\frac{b}{h} = \sqrt{0,167} = 0,408. \quad (b)$$

Uwzględniając (12) optymalne parametry przekroju można zapisać:

$$g = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}} \frac{M}{\lambda^2 R}} \quad (15)$$

$$b = \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}}} \lambda \frac{M}{R} \quad (16)$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}}} \lambda \frac{M}{R} \quad (17)$$

i odpowiednio wielkości statyczne przekroju:

$$F = 2(\sqrt{x} + 1) \sqrt[3]{\frac{1}{(\sqrt{x} + \frac{1}{3})^2} \frac{M^2}{\lambda R^2}} = 2(\sqrt{x} + 1) g^2 \quad (18)$$

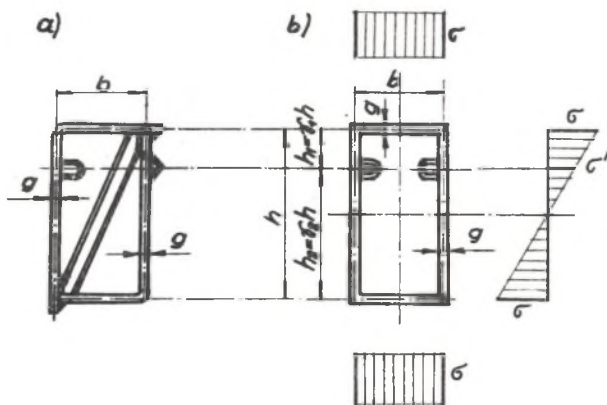
$$J_x = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}}} \lambda \frac{M^4}{R^4} = \frac{1}{2} (\sqrt{x} + \frac{1}{3}) \lambda g^4 \quad (19)$$

4. Optymalne parametry przekroju o stójce z żebrami podłużnym

W pracach [2,3] wykazano, że dla zadanego obciążenia ciężar belki (przekrój) można zmniejszyć przez zastosowanie dostatecznie sztywnych żeber podłużnych w stójkach, przy czym położenie żebra jest takie, że współczynnik pewności przy stateczności miejscowej części stójki między żebrami a pasem górnym lub dolnym ma tę samą wartość. Zatem warunek stateczności stójek (8) można zastąpić dwoma równoważnymi równaniami [1]:

- dla części stójki między pasem górnym i żebrami (rys. 3)

$$\sigma_{k1} = k_{h1} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{g}{j_1 h}\right)^2 \geq \sigma_n \quad (20)$$



Rys. 3. Przekrój belki z żebrami podłużnymi i poprzecznymi:

a) - przekrój rzeczywisty, b) - schemat przekroju przyjęty do obliczeń

- dla części stójki między żebrami i pasem dolnym

$$\sigma_{k2} = k_{h2} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{g}{j_2 h}\right)^2 \geq \sigma'_n \quad (21)$$

gdzie

$k_{h1}, k_{h2}$  - współczynniki wybrzuszenia;

$\delta_1, \delta_2$  - współczynniki określające położenie żebra.

Równanie (5) będzie:

$$\mu = \frac{\sigma_{kb}}{\sigma_{kh1}} = \alpha_z \left(\frac{h}{b}\right)^2 = 1 \quad (22)$$

gdzie

$$\alpha_z = j_1^2 \frac{k_b}{k_{h1}} \quad (23)$$

Jeżeli współczynnik wybruszenia przyjmą [2,3]:

$$k_{h1} = \frac{8,4}{j+1,1}, \quad (24)$$

przy czym

$$j_1 = \frac{1}{2} (1 - j), \quad (25)$$

to jednoczesna utrata stateczności obu części stójki podzielonej zębem nastąpi przy  $j = 0,5$ , co daje  $j_1 = 0,25$ , czyli przy odległości zębra od pasa górnego  $h_1 = 0,25 h$ .

Przeprowadzając działania jak poprzednio, optymalne parametry przekroju ze stójką uźebrowaną można wyznaczyć z równań (2), (3), (20) i (22):

$$g_z = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}} \frac{12(1-\nu^2) j_1^2}{k_{h1} \pi^2 E} M_n} \quad (26)$$

$$b_z = \sqrt[6]{\frac{\alpha_z^3}{(\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3})^2} \frac{k_{h1} \pi^2 E}{12(1-\nu^2) j_1^2} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (27)$$

$$h_z = \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3})^2} \cdot \frac{k_{h1} \pi^2 E}{12(1-\nu^2) j_1^2} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (28)$$

$$F_z = 2(\sqrt{\alpha_z} + 1) \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3})^4} \frac{12(1-\nu^2) j_1^2}{k_{h1} \pi^2 E} \frac{M_n^4}{R^3}} \quad (29)$$

$$J_{xz} = \frac{1}{2} \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3})^2} \frac{k_{h1} \pi^2 E}{12(1-\nu^2) j_1^2} \frac{M^8}{R^9 n}} \quad (30)$$

$$\lambda_z = \left(\frac{h}{g}\right)_z = \sqrt{\frac{k_{h1} \pi^2 E}{12(1-\nu^2) j_1^2 R n}} \quad (31)$$

$$\left(\frac{b}{h}\right)_z = \sqrt{\alpha_z} \quad (32)$$

Dla przekroju z żeblem podłużnym w odległości  $h_1 = 0,25 h$ :

$$k_{h1} = \frac{8,4}{0,5 + 1,1} = 5,25 \quad (c)$$

$$x_z = \cdot f_1^2 \frac{k_b}{k_{h1}} = 0,25^2 \frac{4}{5,25} = 0,0475 \quad (d)$$

przeto

$$\left(\frac{b}{h}\right)_z = \sqrt{x_z} = \sqrt{0,0475} = 0,218 \quad (e)$$

### 5. Optymalne parametry przekroju z uwzględnieniem ciężaru własnego

Dla uwzględnienia wpływu ciężaru własnego belki moment obciążający belkę można zapisać:

$$M = M_p + M_q = M_p + \frac{f_c \phi L^2}{8} \quad (33)$$

gdzie

$M_p$  - moment od obciążeń zewnętrznych np. od sił ruchomych;

$M_q$  - moment od ciężaru własnego belki;

$f_c$  - ciężar właściwy belki;

$\phi$  - współczynnik konstrukcyjny, uwzględniający zwiększenie ciężaru teoretycznego przez żebra poprzeczne i podłużne, spoiny itp., dla belek stalowych można przyjąć [1]:  $\phi = 1,15 \div 1,20$ ;

$L$  - długość belki.

Z równań (1), (2), (12), (14) i (3) otrzymuje się równania, z których można określić:

grubość stójki

$$g^3 - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}} \frac{f_c \phi L^2}{4 R} g^2 - \frac{M_p}{\lambda^2 R} = 0, \quad (34)$$

lub wysokość stójki

$$h^3 - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}} \frac{f_c \phi L^2}{4 R} h^2 - \frac{\lambda}{\sqrt{x} + \frac{1}{3}} \frac{M_p}{R} = 0. \quad (35)$$

Znając grubość stójki "g" pozostałe parametry przekroju określa się z równań (16) ÷ (19). Dla przekroju z żeblem podłużnym w przytoczonych równaniach  $x$  należy zastąpić przez  $x_z$  a  $\lambda$  przez  $\lambda_z$ .

### 6. Optymalne parametry przekroju a stateczność ogólna (zwichrzenie) belki

Krytyczną wartość momentu przy czystym zginaniu określa równanie [4,5]:

$$M_k = \frac{\kappa}{L} \sqrt{EJ_y GJ_s} \quad \alpha \quad (36)$$

gdzie

$$\alpha = \sqrt{1 + \frac{\kappa^2 EJ_\omega}{L^2 GJ_s}}$$

$EJ_y$  - najmniejsza sztywność na zginanie;  $GJ_s$  - sztywność na skręcanie;  
 $EJ_\omega$  - sztywność deplanacji.

Dla przekroju zamkniętego (rys. 2):

$$J_y = \frac{1}{2} gb^2h + \frac{1}{6} gb^3 \quad (37)$$

$$J_s = \frac{4b^2h^2}{2\left(\frac{b}{g} + \frac{h}{g}\right)} \quad (38)$$

Uwzględniając (37) i (38) dla optymalnych parametrów przekroju (12) ÷ (14), wyznacza się wielkość występującą w równaniu (36):

$$\sqrt{J_y J_s} = \kappa \sqrt{\frac{3 + \sqrt{\alpha}}{3(1 + \sqrt{\alpha})}} \sqrt{\frac{12(1 - \nu^2)Rn}{k_h \kappa^2 E}} h^4. \quad (39)$$

Z równania (9) wielkość momentu wynikającą z warunku wytrzymałości i stateczności miejscowej, przy wysokości stójki  $h$  wynosi:

$$M = \left(\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}\right) \sqrt{\frac{12(1 - \nu^2)Rn}{k_h \kappa^2 E}} R h^3. \quad (40)$$

Przypomina się nadto, że:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (41)$$

Warunek stateczności ogólnej można zapisać

$$M_k \geq M n_0 \quad (42)$$

gdzie

$n_0$  - współczynnik pewności przy stateczności ogólnej.



Przyjmując dla przekroju zamkniętego  $\alpha \approx 1$ , z równania (42) uwzględniając (39), (40) i (41) wyznacza się wartość stosunku  $\frac{L}{h}$ , przy którym nie będzie wymagane poziome usztywnienie belki:

$$\frac{\alpha \alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{3}}} \sqrt{\frac{3 + \sqrt{\alpha^2}}{6(1 + \sqrt{\alpha^2})(1 + \nu)}} R n_0 \geq \frac{L}{h} \quad (43)$$

Jako przykład wyznaczona zostanie wartość  $\frac{L}{h}$  dla stali St 3.

$$R n_0 < R_H = 1940 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

gdzie

$R_H$  - granica sprężystości materiału.

Przyjmując ponadto:

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}; \quad \nu = 0,3.$$

Dla przekroju bez żeber podłużnych  $\alpha = 0,167$ , wówczas z (43) otrzymuje się

$$L \leq 380 h. \quad (f)$$

Dla przekroju z żebrami podłużnymi w odległości  $h_1 = 0,25 h$  od górnego pasa  $\alpha_z = 0,0475$ , a wówczas

$$L \leq 170 h. \quad (g)$$

### 7. Porównanie optymalnych przekrojów bez żebra i z żebrami podłużnymi w stójkach

Efekty uzyskane z wprowadzenia żebra podłużnego dla stójek belki zawiera tablica 1,

Tablica 1

Zestawienie efektów uzyskanych z wprowadzenia żebra podłużnego dla stójki dźwigara skrzynkowego, w odległości  $h_1 = 0,25 h$  od pasa górnego

Nr wzoru	W z ó r	Wartość liczbowa stosunków dla: $\delta_1^k = 0,25, k_h = 23,9$ $k_{h1} = 5,25$ $\alpha = 0,167$ $\alpha_z = 0,0475$
(44)	$\frac{g_z}{g} = \sqrt[3]{\frac{\delta_1^2 k_h}{\delta_1^2 k_{h1}} \frac{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}}}$	0,725
(45)	$\frac{b_z}{b} = \sqrt[6]{\frac{k_{h1}}{\delta_1^2 k_h} \left(\frac{\alpha_z}{\alpha}\right)^3 \left(\frac{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}}\right)^2}$	0,725
(46)	$\frac{h_z}{h} = \sqrt[6]{\frac{k_{h1}}{\delta_1^2 k_h} \left(\frac{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}}\right)^2}$	1,35
(47)	$\frac{F_z}{F} = \frac{\sqrt{\alpha_z} + 1}{\sqrt{\alpha} + 1} \sqrt[6]{\frac{\delta_1^2 k_h}{k_{h1}} \left(\frac{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}}\right)^4}$	0,85
(48)	$\frac{J_z}{J} = \sqrt[6]{\frac{k_{h1}}{\delta_1^2 k_h} \left(\frac{\sqrt{\alpha} + \frac{1}{3}}{\sqrt{\alpha_z} + \frac{1}{3}}\right)^2}$	1,35

### 8. Analiza porównawcza belek dla różnych rodzajów i gatunków materiałów

Wzory określające optymalne parametry i wielkości statyczne przekroju mogą być wykorzystane przy wyborze właściwego materiału dla wypełnienia stawianych ustrojowi kryteriów. Jeżeli kryterium tym będzie minimalny ciężar własny, to wykorzystując równanie (10), ciężar belki będzie

$$G = F j_c \phi L = 2(\sqrt{\beta^2 + 1}) \sqrt[6]{\frac{1}{(\sqrt{\beta^2 + 1})^4} \frac{12(1-\nu^2) M^4 n}{k_h \pi^2 E R^3}} \cdot j_c \phi L \quad (49)$$

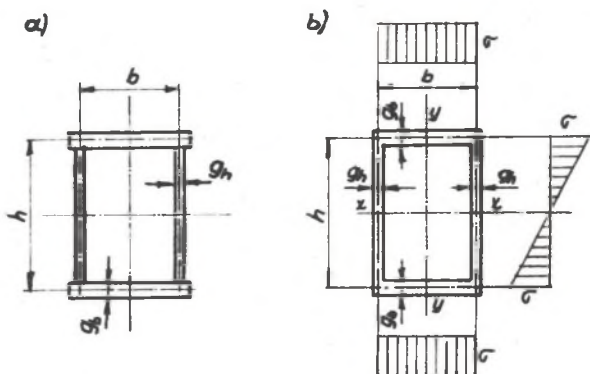
Wprowadzając indeks "s" dla wielkości charakteryzujących materiał zastępczy (substytut), można określić stosunek

$$\frac{G_s}{G} = \frac{j_{cs}}{j_c} \frac{\phi_s}{\phi} \sqrt[6]{\frac{E}{E_s} \frac{n_s}{n} \sqrt{\frac{R_s}{R}}} \quad (50)$$

Podobne stosunki można wyznaczyć dla pozostałych wielkości określających przekrój belki.

9. Porównanie optymalnych przekrojów o jednakowej i różnej grubości pasów i stójek

Parametry i wielkości statyczne optymalnego, przekroju o różnej grubości pasów i stójek (rys. 4) określają wzory [1,2]:



Rys. 4. Przekrój belki o różnej grubości ścianek:  
 a) -przekrój rzeczywisty, b) - schemat przyjęty do obliczeń

$$g_{hr} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \sqrt[3]{\frac{12(1-\nu^2) M n}{k_h \pi^2 E}} \quad (51)$$

$$h_r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \sqrt[6]{\frac{k_h \pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (52)$$

$$g_{br} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \frac{1}{4\sqrt{\beta^2 + 1}} \sqrt[3]{\frac{12(1-\nu^2) M n}{k_h \pi^2 E}} \quad (53)$$

$$b_r = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \sqrt[4]{\alpha} \sqrt[6]{\frac{k_h \alpha^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{M^2}{R^3 n}} \quad (54)$$

$$F_r = 3 \sqrt[3]{\frac{4}{3}} \sqrt[6]{\frac{12(1-\nu^2)}{k_h \alpha^2 E} \frac{M^4 n}{R^3}} \quad (55)$$

$$J_{xr} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \sqrt[6]{\frac{k_h \alpha^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{M^3}{R^9 n}} \quad (56)$$

$$\left(\frac{b}{h}\right)_r = \sqrt[4]{\alpha} \quad (57)$$

$$\left(\frac{g_b}{g_h}\right)_r = \frac{1}{4\sqrt[4]{\alpha}} \quad (58)$$

Wykorzystując równania (7) ÷ (11) i (51) ÷ (56) odpowiednie stosunki, wyrażające efekty uzyskane z zastąpienia optymalnego przekroju o różnych grubościach pasów i stójek o optymalnym przekrojem o jednakowej grubości pasów i stójek zestawiono w tablicy 2.

Tablica 2

Porównanie optymalnych przekrojów o jednakowej i różnej grubości pasów i stójek

Nr wzoru	W z ó r	Wartość liczbowa	
		stójki bez zębca $\alpha = 0,167$	stójki z zębem $\alpha_z = 0,0475$
1	2	3	4
(59)	$\frac{g}{g_{hr}} = \sqrt[3]{\frac{4}{3\sqrt[4]{\alpha} + 1}}$	1,21	1,55
(60)	$\frac{g_b}{g_{br}} = \sqrt[4]{\alpha} \sqrt[3]{\frac{4}{3\sqrt[4]{\alpha} + 1}}$	0,77	0,725
(61)	$\frac{h}{h_r} = \sqrt[3]{\frac{4}{3\sqrt[4]{\alpha} + 1}}$	1,21	1,55
(62)	$\frac{b}{b_r} = \sqrt[4]{\alpha} \sqrt[3]{\frac{4}{3\sqrt[4]{\alpha} + 1}}$	0,77	0,725

c.d. tablicy 2

1	2	3	4
(63)	$\frac{F}{F_r} = \sqrt[3]{2} \frac{\sqrt{\alpha^2 + 1}}{\sqrt[3]{(3\sqrt{\alpha^2 + 1})^2}}$	1,04	1,04
(64)	$\frac{J}{J_{xr}} = \sqrt[3]{\frac{4}{3\sqrt{\alpha^2 + 1}}}$	1,21	1,55

10. Określenie naprężeń bezpiecznych i współczynników pewności

Naprężenie bezpieczne, odniesione do granicy plastyczności materiału  $R_e$  wynosi

$$R \leq \frac{R_e}{z} \tag{65}$$

gdzie

$z$  - jest współczynnikiem pewności względem granicy plastyczności.

Ponieważ wszystkie zależności określające parametry przekroju wyprowadzono przy założeniu, że naprężenia krytyczne nie przekraczają granicy sprężystości, tj:

$$R_n \leq R_H, \tag{66}$$

przeto winno być

$$\frac{R_H}{R_e} \geq \frac{n}{z}. \tag{67}$$

Znając stosunek  $\frac{R_H}{R_e}$  dla materiału belki i przyjmując współczynnik  $n$ , można wyznaczyć współczynnik  $z$  a następnie wielkość naprężeń bezpiecznych  $R$ .

11. Wnioski

Mimo, że wzory określające optymalne parametry przekroju zostały wyprowadzone dla czystego zginania, to mogą być stosowane również w przypadku zginania swobodnego, jeżeli udział naprężeń stycznych w wyężeniu materiału jest niewielki. Wzory te pozwalają na porównywanie między sobą:

- optymalnych przekrojów o różnych kształtach,
- belek z różnych rodzajów i gatunków materiałów.

Z porównania optymalnych przekrojów o jednakowej i różnej grubości ścianek wynika, że dla zadanego obciążenia przekrój o jednakowej grubości ścianek (ciężar własny belki) jest niewiele większy od przekroju belki o różnej grubości ścianek, ale za to sztywność belki jest większa; odpowiednie wartości liczbowe zawiera tablica 2. Zatem belki o jednakowej grubości ścianek przekroju poprzecznego winny być stosowane tam gdzie duża sztywność stanowi kryterium poprawnego rozwiązania.

#### LITERATURA

1. Ćwik R.,: Określenie optymalnych stosunków wymiarowych dźwigara ze stopu lekkiego ze względu na wytrzymałość sztywność i ciężar własny. Rozprawa doktorska - maszynopis. Gliwice 1971.
2. Ćwik R.: Optymalne wymiarowanie przekroju skrzynkowego zginanych elementów dźwigni. Dozór Techniczny 1971,3 (43).
3. Bogucki W.: Budownictwo stalowe. Arkady, Warszawa 1967.
4. Timoshenko S.P., Gere J.M.: Teoria stateczności sprężystej Arkady, Warszawa 1967.
5. Volmir A.S.: Ustojčivost' dieformirujemych sistem. Nauka, Moskwa 1967.

ЭТИ ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОСТАНОЗКА РАЗМЕРОВ НА ИЗГИБАЕМЫХ БЕЛКАХ ЗАКРЫТОГО КОРПУСНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ СТЕНКАХ ОДИНАКОВОЙ ТОЛЩИНЫ

#### Резюме

Рассматривается вопрос подбора размеров поперечного сечения изгибаемых балок. В качестве критерия принят их минимальный вес, при одновременном удовлетворении условия прочности и местной устойчивости. Выведены формулы дающие возможность легко определить размеры закрытого коробчатого сечения при одинаковой толщине стенок при чистом изгибе. Эти формулы могут быть использованы и для случая свободного изгиба если касательные напряжения при изгибе невелики.

OPTIMUM DIMENSIONING OF BOX SECTION OF BEAMS SUBJECT TO BENDING, MADE OF SHEETS OF EQUAL THICKNESS

#### Summary

The present paper discusses the problem of an assortment of cross-sections dimension of bending beams. As a criterion their minimal weight has been assumed, on the condition that strenght and stability requirements are kept. Formulae having been derived, permit to indicate dimensions of box section at pure bending, made of sheets of equal thickness in a simple way. These formulae may also be used for the case of free bending, when shearing stresses at bending are comparatively small.