

XIII MIĘDZYNARODOWE KOŁOKWIUM  
"MODELE W PROJEKTOWANIU I KONSTRUOWANIU MASZYN"  
13th INTERNATIONAL CONFERENCE ON  
"MODELS IN DESIGNING AND CONSTRUCTIONS OF MACHINES"  
25-28.04.1989 ZAKOPANE

Krzysztof MIANOWSKI, Kazimierz NAZARCZUK, Tomasz URBANIEC

Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej  
Politechnika Warszawska

OCENA KINEMATYCZNYCH I DYNAMICZNYCH WŁASNOŚCI RAMIENIA  
MANIPULATORA O NAPĘDZIE RÓWNOLEGŁYM

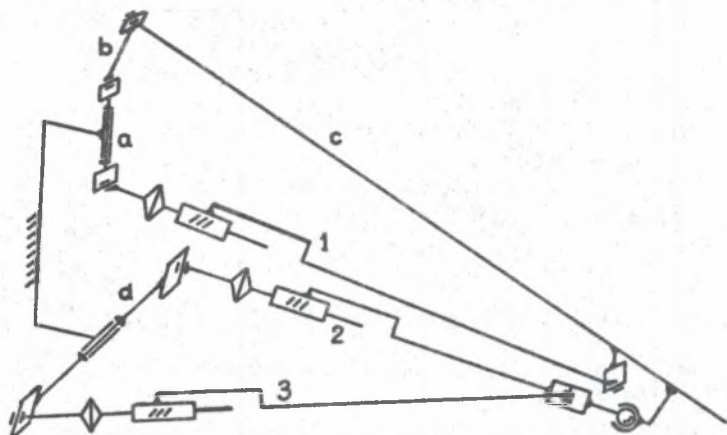
Streszczenie. W pracy przedstawiono programy komputerowe przeznaczone do analizy kinematycznej i kinetostatycznej ramienia manipulatora o nietypowej równoległej strukturze. Programy te są wykorzystywane m. in. do wyznaczania i rysowania wielościanów przedstawiających zakresy prędkości i przyspieszeń możliwych do osiągnięcia przez końcówkę ramienia przy danym położeniu i określonych charakterystykach zespołów napędowych.

1. Wstęp

W ostatnich latach podejmowane są próby opracowania konstrukcji tzw. manipulatorów równoległych wzorowanych na platformie Stewarta [3], [5]. Typowy manipulator równoległy jest utworzony przez układ sześciu siłowników liniowych, z których każdy jest połączony za pomocą przegubów z jednej strony z podstawą, a z drugiej strony z platformą, na której jest zamocowany chwytak. Zaletami takiego rozwiązania są: lekkość konstrukcji, duża sztywność i wysoka dokładność pozycjonowania. Do jego wad można zaliczyć małe zakresy ruchów oraz skomplikowane algorytmy sterowania.

Niniejsza praca dotyczy manipulatora, w którym tylko ramię zwane trójsiłownikowym ma napęd równoległy, natomiast kiść osadzona na końcówce tego ramienia jest napędzana oddzielnie.

Na rys. 1 przedstawiony jest schemat kinematyczny ramienia trójsiłownikowego z napędem elektrycznym realizowanym przez, trzy siłowniki liniowe z przekładniami śrubowymi. Siłowniki te oznaczono na schemacie cyframi, a człony bierne literami. Można tu wyróżnić dwa płaskie zamknięte łańcuchy kinematyczne połączone ze sobą przegubem kulistym. Jeden z tych płaskich łańcuchów tworzą siłowniki 2, 3 wraz z członem  $d$ , a drugi człony  $a$ ,  $b$ ,  $c$  z siłownikiem 1. Dzięki temu każdy z siłowników ma zapewnione odpowiednie prowadzenie tłoczyska względem korpusu, wymagane przez przekładnię śrubową.



Rys. 1. Uproszczony schemat kinematyczny ramienia manipulatora.  
Fig. 1. Simplified scheme of the manipulator arm.

Do celów badawczych został wykonany model laboratoryjny ramienia trójosiłownikowego w skali 1:1. Jego schemat kinematyczny różni się od schematu przedstawionego na rys. 1 tym, że występują w nim dwa przeguby wielokrotne:

- przegub płaski, łączący równocześnie człony *a* i *b* z siłownikiem nr 1,
- przegub specjalny zastępujący przegub kulisty i zapewniający przecinanie się osi tłoczków wszystkich trzech siłowników w jednym punkcie związanym z członem *c*.

Na końcu członu *c* przewidziane jest umieszczenie kiści zwanej sferyczną, która wykonuje ruchy obrotowe względem trzech osi przecinających się w jednym punkcie.

## 2. Programy komputerowe do analizy kinematycznej i kinetostatycznej ramienia trójosiłownikowego

Aby ułatwić projektowanie manipulatora z ramieniem trójosiłownikowym i kiścią sferyczną, opracowano kilka programów komputerowych w języku Turbo Pascal:

- program MAN rozwiązujący proste zagadnienie kinematyki manipulatora w zakresie położeń,
  - procedurę WALCE zapewniającą ilustrację graficzną konfiguracji manipulatora,
  - program ROBOT1 przeznaczony do analizy statycznej manipulatora.
- Przewidywane początkowo rozszerzenie możliwości tych programów i wykorzystanie ich do analizy dynamicznej okazało się trudne, ponieważ stosowane w nich macierze transformacji współrzędnych jednorodnych nie są wygodnym sposobem opisu zamkniętych łańcuchów kinematycznych. Opracowano więc nowy program o nazwie DYNARD, w którym analiza kinematyczna ramienia trójosiłownikowego jest dokonywana przy użyciu rachunku wektorowego z wykorzystaniem wzorów uzyskanych na drodze analitycznej, przez różniczkowanie wyrażeń opisujących związki między długościami siłowników, a położeniem przegubu łączącego ich tłoczyska.

Program DYNARD rozwiązuje m. in. proste i odwrotne zagadnienie kinematyki ramienia dla położeń, prędkości i przyspieszeń. Po wprowadzeniu danych dotyczących rozkładu mas poszczególnych członów program ten rozwiązuje również odwrotne

zagadnienie dynamiki, tzn. umożliwia wyznaczenie przebiegów momentów napędowych w silnikach realizujących założony ruch. Wykorzystuje się w tym celu częściową analizę kinetostatyczną. Po przecięciu w przegubie specjalnym ramię zostaje podzielone na grupy statycznie wyznaczalne. Z trzech odpowiednio dobranych równań kinetostatyki wyznacza się składowe siły przenoszonej przez ten przegub z jednej grupy na drugą. Po trzech operacjach tego typu zostają wyznaczone siły działające w przegubie na poszczególne siłowniki. Następnie każdy z siłowników jest analizowany oddzielnie. Uwzględnia się przy tym tarcie w przekładniach śrubowych oraz momenty żyroskopowe wirników.

### 3. Szacowanie kinematycznych i dynamicznych możliwości ramienia manipulatora

Ocena kinematycznych i dynamicznych własności manipulatora wymaga przede wszystkim określenia zakresów prędkości i przyspieszeń możliwych do osiągnięcia przez chwytak. Jeżeli  $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$  oznacza wektor współrzędnych uogólnionych manipulatora, a  $w(q)$  położenie punktu związanego z ostatnim członem w nieruchomym układzie współrzędnych, to:

$$\dot{w} = J \dot{q} \quad (1)$$

$$\ddot{w} = J \ddot{q} + \dot{J} \dot{q} \quad (2)$$

gdzie  $J = \frac{\partial w}{\partial q}$  - macierz jacobianowa.

Jeżeli wszystkie prędkości uogólnione spełniają nierówności:

$$\dot{q}_j' \leq \dot{q}_j \leq \dot{q}_j''; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

wynikające z ograniczonych możliwości zespołów napędowych, to obszar zawierający wszystkie możliwe realizacje wektora  $w$  jest wielościanem. W pracy [1] objętość tego wielościanu nazwano mobilnością manipulatora i przyjęto za jeden ze wskaźników jego własności kinematycznych. W pracy [2] jako wskaźnik opisujący własności dynamiczne manipulatora zaproponowano objętość wielościanu zawierającego wszystkie możliwe wartości wektora  $w$ .

Istotne są jednak nie tylko objętości takich wielościanów, ale również ich kształty oraz usytuowanie w przestrzeni. W pracy [4] przedstawiono program komputerowy służący do wyznaczania i wizualizacji wielościanów ilustrujących mobilność oraz dokładność pozycjonowania dowolnych manipulatorów mających postać otwartych łańcuchów kinematycznych.

Te same wielościany, oraz wielościan określający zakresy osiągniętych przyspieszeń, czyli zrywność, wyznacza dla ramienia trójsiłownikowego program DYNARD. Z uwagi na brak miejsca zostanie przedstawiony tylko zarys algorytmu szacowania zrywności, w którym wykorzystano metodę wyznaczania wektora przyspieszeń uogólnionych  $\ddot{q}$  opisaną w pracy [6]. Przy pominięciu sił tarcia ruch manipulatora o  $n$  stopniach swobody i sztywnych członach można opisać równaniem macierzowym:

$$B(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) = M + F \quad (4)$$

gdzie  $B(q)$  jest macierzą bezwładności o wymiarach  $n \times n$ , a pozostałe symbole oznaczają wektory o wymiarach  $n \times 1$ , przy czym  $C(q, \dot{q})$  jest wektorem sił bezwładności pochodzących od przyspieszeń dośrodkowych i Coriolisa, natomiast wektory występujące po prawej stronie równania są wyodrębnionymi składnikami sił uogólnionych, wywołanymi działaniem napędu -  $M$  i sił zewnętrznymi -  $F$ .

Równanie (4) można przedstawić w postaci:

$$B(q) \ddot{q} = M - M_0 \quad (5)$$

gdzie:

$$M_0 = C(q, \dot{q}) - F \quad (6)$$

oznacza wektor  $M$  spełniający równanie (4) przy założeniu, że  $\dot{q} = 0$ . W przypadku, kiedy współrzędne uogólnione są przemieszczeniami kątowymi wirników w silnikach,  $M$  jest wektorem momentów napędowych. Składowe wektora  $M$  można łatwo wyznaczyć z równań kinetostatyki, mając dane wektory  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  i  $F$  oraz tensory bezwładności poszczególnych członów. W analogiczny sposób można wyznaczyć wektor  $M_0$  przyjmując, że  $\dot{q}_0 = 0$ , a wszystkie pozostałe wielkości są niezmiennione. Z równania (5) wynika związek:

$$b_j = M_j^* - M_0 \quad (7)$$

gdzie:

$b_j$  -  $j$ -ta kolumna macierzy bezwładności  $B(q)$ ,

$M_j^*$  - wektor momentów napędowych  $M$  wyznaczony przy założeniu, że wektor  $\ddot{q}$  jest równy wektorowi  $\ddot{q}_j^* = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0]^T$ , w którym  $j$ -ta składowa jest równa 1, a wszystkie pozostałe składowe są równe zeru.

Wyznaczając kolejno wektory  $M_j^*$  dla  $j = 1, 2, \dots, n$  otrzymuje się wszystkie kolumny macierzy bezwładności  $B$ . Następnie wyznacza się wektor  $q$  ze związku:

$$\ddot{q} = B^{-1}(M - M_0). \quad (8)$$

Składowe wektora  $M$  spełniają warunki:

$$M_j' \leq M_j \leq M_j''; \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

gdzie:

$M_j'$  i  $M_j''$  - minimalna i maksymalna wartość  $j$ -tego momentu napędowego przy danej prędkości kątowej równej  $\dot{q}_j$ , wynikająca z charakterystyk statycznych silnika.

Równanie (8) wraz z nierównościami (9) wyznaczają obszar określający zakresy osiąganych przyspieszeń uogólnionych. Rozwiązując proste zagadnienie kinematyki manipulatora można wyznaczyć wielościan zawierający wszystkie możliwe do zrealizowania wektory  $\ddot{q}$ .

W programie DYNARD zastosowano zmodyfikowaną wersję przedstawionego tu algorytmu. Modyfikacja ta zapewnia wyznaczanie zrywności ramienia trójściłownikowego z uwzględnieniem tarcia w samohamownych przekładniach śrubowych. Gdy żadna z prędkości uogólnionych nie równa się zeru, sposób postępowania jest właściwie taki sam jak poprzednio. Wyznaczane elementy macierzy  $B$  zależą jednak nie tylko od wektora  $q$ , ale także od wektorów  $\dot{q}$  i  $F$ . Przypadek, w którym  $\dot{q}_j = 0$ , jest traktowany jak dwa oddzielne przypadki, w których:  $\dot{q}_j = 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$  oraz  $\dot{q}_j = -10^{-6} \text{ ms}^{-1}$ .

Za pomocą programu DYNARD można również określić obszar wyznaczający wektor dopuszczalnych obciążeń zewnętrznych  $P$ , jaki może działać na końcówkę ramienia przy zerowych przyspieszeniach uogólnionych.

Korzysta się przy tym z zależności:

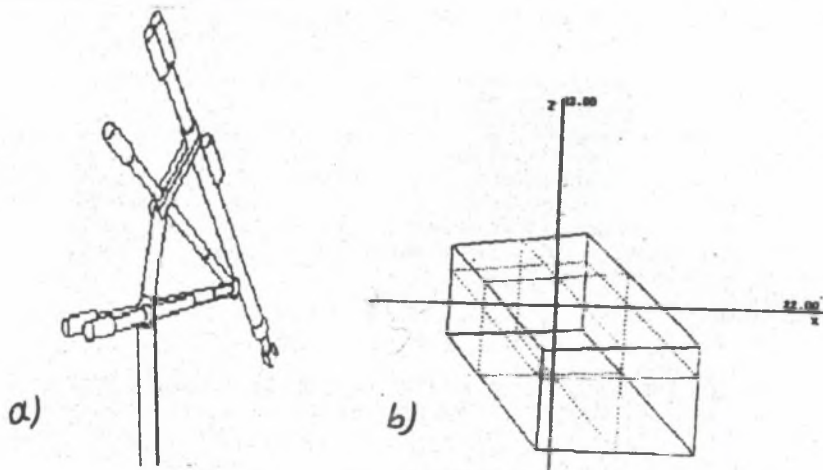
$$\mathbf{M} - \mathbf{M}_0 = \mathbf{J}^T \mathbf{P} \quad (10)$$

wynikającej z zasady prac przygotowanych.

#### 4. Wnioski i uwagi

Na rys. 2b przedstawiono widok perspektywiczny wielościanu przyspieszeń wyznaczony dla ramienia trójosiłownikowego znajdującego się w położeniu pokazanym na rys. 2a przy zerowych prędkościach początkowych. Liniami przerywanymi zaznaczony jest podział obszaru na elementarne kostki odpowiadające różnym trójkom wektorów generujących wielościan, co ułatwia interpretację wyników. Można np. łatwo stwierdzić, że przyspieszenia końcówki ramienia w kierunku do dołu mogą być wielokrotnie większe niż do góry.

Wyznaczając wielościany dopuszczalnych prędkości, przyspieszeń oraz obciążeń w różnych konfiguracjach stwierdzono, że ramię trójosiłownikowe podwieszane u góry i skierowane w dół może rozwijać duże siły w kierunku pionowym, natomiast w kierunkach poziomych może osiągać duże prędkości i przyspieszenia. Powinno więc znaleźć zastosowanie w robotach portalnych przeznaczonych do przenoszenia ciężkich przedmiotów na niezbyt duże odległości.



Rys. 2. Przykładowe wyniki.

a - schemat manipulatora, b - wielościan przyspieszeń

Fig. 2. Example of results.

a - scheme of manipulator, b - polyhedron of acceleration

Przewiduje się modyfikację programu DYNARD, zapewniającą uwzględnienie tarcia w niesamohamownych przekładniach śrubowych. Rozpatrywanie tarcia w innych parach kinematycznych jest trudne i niecelowe.

## LITERATURA

- [1] Кобринский А. А., Кобринский П. А.: Мобильность и точность манипулятора, *Машиноведение* No. 3, 1976, str. 3 + 9.
- [2] Кобринский А. А.: Грузоподъемность и приемистость манипуляционной системы, *Машиноведение* No. 4, 1979.
- [3] Merlet J. P.: *Parallel manipulators*, Preprints Ro.man.sy '88, Udine - Italy, September 1988, str. 317 + 324.
- [4] Nazarczuk K., Strzelczyk D.: *Analiza kinematyczna manipulatorów z wykorzystaniem grafiki komputerowej*, VI Konferencja Metody i Środki Projektowania Automatemycznego", Warszawa, grudzień 1981, str. 349 + 356.
- [5] Stewart D.: *A Platform with Six Degrees of Freedom*, Proc. IMechE (London), 1965 + 1966, Vol. 180, Pt. 1, No. 15.
- [6] Walker M. W., Orin D. E.: *Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanism*, JACC, Charlottesville VA, June 1981, str. 1 + 9;

ОЦЕНА КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ХОБОТА МАНИПУЛЯТОРА  
С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ПРИВОДОМ

## Резюме

В работе представлено программы на ЭВМ предназначены для кинематического и кинетостатического анализа хобота манипулятора с нетипичной параллельной структурой. Эти программы используются для определения и визуализации многогранников представляющих области возможных скоростей и ускорений наконечника хобота в данном состоянии и при определенных характеристиках двигателей.

ASSESSMENT OF KINEMATIC AND DYNAMIC PROPERTIES OF MANIPULATOR ARM  
WITH PARALLEL DRIVE

## Summary

Computer programs for kinematic and kinetostatic analysis of manipulator arm with unusual parallel structure have been presented in this paper. These programs have been applied for example to determination and visualisation of polyhedrons which represent velocity and acceleration ranges possible to reach by the arm end in the given position, having determined drive systems characteristics.

Recenzent: dr inż. A. Buchacz

Wpłynęło do Redakcji 21.XII.1988 r.